Konuları anlamakta güçlük çekenler,
Soru çözerken nereden başlayacağını bilemeyenler,
Problemlerin çözümünde yorum gücünü artırmak isteyenler için...

ANTRENMANLARLA MATEMATİK

İkinci Kitap

Halil İbrahim KÜÇÜKKAYA
Matematik Bire Bir Öğretim Uzmanı

Ahmet KARAKOÇ **Mehmet GİRGİÇ**

Ümitli Kurbağa

Bir kurbağa sürüsü ormanda yürürken, içlerinden ikisi bir çukura düştü. Diğer bütün kurbağalar çukurun etrafında toplandılar.
Çukur bir hayli derindi ve arkadaşlarının zıplayıp dışarı çıkması mümkün görünmüyordu.
Yukarıdaki kurbağalar, boşuna uğraşmamalarını söylediler arkadaşlarına:
"Çukur çok derin, dışarı çıkmanız imkânsız."
Ancak, çukura düşen kurbağalar onların söylediklerine aldırmayıp çukurdan çıkmak için mücadeleye devam ettiler. Yukarıdakiler ise hala boşuna çırpınıp durmamalarını, ölümün onlar için kurtuluş olduğunu söylüyorlardı.
Sonunda kurbağalardan birisi söylenenlerden etkilendi ve mücadeleyi bıraktı. Diğeri ise çabalamaya devam etti.
Yukarıdakiler de, çırpınıp durarak daha çok acı çektiğini söylemeyi sürdürdüler.
Ne var ki, çukurdaki kurbağa son bir hamle daha yaptı, bu kez daha yükseğe sıçramayı başardı ve çukurdan çıktı.

Çünkü bu kurbağa sağırdı. O yüzden, arkadaşlarının ümit kırıcı sözlerine kulak asmamıştı.

Etrafınızdakilerin olumsuz düşüncelerine kulaklarınızı kapatın.
"Ümidinizi kaybetmeyin ve bilin ki ümidini kaybeden insanın kaybedeceği başka şeyi kalmamıştır."
Kararlı olun ve başarı kapısını sabırla çalın. Sizden öncekilere nasıl açılmışsa size de öyle açılacaktır. Emin olun.

İkinci Kitapta neler Var?

Üstelemek başarının temel unsurudur. Kapıyı yeterince uzun süre ve yüksek sesle çalarsanız, birilerini uyandıracağınızdan emin olabilirsiniz.

H. W. Longfellow

Matematikte zekâdan önce sabır gelir.

Cahit Arf

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

1. Hafta

SAYILAR

- Doğal Saylar ve Tam Sayılar
- Pozitif ve Negatif Sayılar
- Tek ve Çift Sayılar
- Ardışık Sayılar
- Asal Sayılar
- Faktöriyel

Başarının sırlarından biri, geçici başarısızlıkların bizi yenmesine izin vermemektir.

Mark Kay

Yapabildiğimiz her şeyi yapsaydık, buna kendimiz bile şaşardık.

Thomas Edison

SAYILAR

Rakam, Tam sayı, Doğal sayı...

Konu bilgisinin çok az olduğu önemli bir konu.
Rakam deyince aklınıza 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gelmesi lâzım.

Doğal Sayılar: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...
Gördüğünüz gibi en küçük doğal sayı sıfırdır. Ve ilginç olanı bunu bildiği halde doğal sayı sorularında sıfırı unutup da yamulanlar hiç de az değil.
Onun için doğal sayı sorularını çözerken lütfen sıfırı unutmayalım.

Tam Sayılar: ..., – 3, – 2 , – 1 , 0 , 1, 2, 3, ...
Ve tam sayı sorularını çözerken de negatif tam sayıları unutmayın. Bir de sıfır pozitif ya da negatif filan değil-dir. Aklınızda olsun.

Aslında buradaki tam sayı ve doğal sayı sorularının çoğunun çözümünü harflere uygun değerler vererek yapacaksınız. Yalnız harflere değer vermenin de bir mantığı var elbette. Öyle rastgele değerler verilmez. İşte siz asıl bu değerlerin hangi mantığa göre verildiği-ni öğrenin.

Ama sakın ola ki bu konuda vereceğim hiç bir şeyi ezberlemeye çalışmayın. Olayın mantığını anlamaya çalışın. Yoksa yamulursunuz walla.☺
Ama baştan söyleyeyim. Sayılar konusu biraz dağınık-tır. Onun için ilk etapta biraz sıkıcı gelebilir. Yol yön-tem bilmiyorsanız siz soruya bakarsınız soruda size.☺ Belki konu bilgisi olarak çok uzun bir konu değil sayılar konusu. Ama çok değişik sorular yazılabilir burada. Onun için ben kafanızı fazla karıştırmadan size çok önemli belli başlı birkaç temel mantığı vereyim. Gerisi size kalacak artık.☹ Biraz kafayı çalıştırır ve adam gibi de çalışırsanız bu konunun üstesinden de rahatlıkla gelebilirsiniz.
Ve unutmayın ki ortalama zekâya sahip her insan matematiği yapabilir. Ama yeter ki sabırlı ve kararlı olsun.
Bilmem ki derdimi anlatabildim mi?

Örnek Soru
a ve b pozitif tam sayı ve
a + b = 7
olduğuna göre, 2a + 3b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözelim
Bu ifadenin en büyük değeri b nin en büyük değeri almasıyla mümkün olur. **Çünkü bir toplamda kat sayısı büyük olan harf büyük seçilince toplamın sonucu daha büyük çıkar.**
Yani, b ye en çok 6 verebilirsiniz. a da 1 olur doğal olarak. Bu durumda da 2a + 3b = 2.1 + 3.6 = 20 olur.
Söyledim aslında. Ama yine de bazılarınızın aklına şu gelebilir. Niye en büyük değeri b ye veriyoruz da a ya vermiyoruz. a nın ne suçu var?☺
Söyleyeyim. a nın suçu kat sayısının (önündeki sayı) küçük olması.

Çünkü bir ifadenin toplamının büyük olmasını istiyorsanız kat sayısı büyük olana büyük değer vereceksiniz. Küçük olmasını istiyorsanız da küçük değer vereceksiniz.
Yani, bir toplamda kat sayısı büyük olana büyük değer verince sonuç büyük, küçük verince de küçük çıkıyor.

Örnek Soru
a, b, c farklı rakamlar olmak üzere,
2a + 3b + 7c
toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değe-ri bulalım.

Çözelim
Önce en büyük değerini bulalım. En büyük değeri bulmak için kat sayısı en büyük olan c ye 9, ondan sonra kat sayısı en büyük olan b ye 8, sonra da a ya 7 vermek lâzım.
Bu değerler için,
2a + 3b + 7c = 2.7 + 3.8 + 7.9 = 101 olur.

Şimdi de en küçük değerini bulalım.
En küçük olması için kat sayısı en büyük olan c ye 0, ondan sonra b ye 1 ve a ya da 2 vermek lâzım.
Bu değerler için,
2a + 3b + 7c = 2.2 + 3.1 + 7.0 = 7olur. Ok☺

1. a ve b farklı iki rakam olduğuna göre, 3a + 2b toplamı en çok kaç olabilir?

2. a, b, c farklı rakamlardır.

Buna göre, ab + c toplamı en çok kaçtır?

3. a, b sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere,

$4a = 5b$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

4. x, y pozitif tam sayıdır.

$5x + 3y = 16$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. a, b doğal sayılardır.

$5a + 6b = 22$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

6. a ve b birer rakam olduğuna göre, 3b – 4a farkı en çok kaçtır?

7. A = { 1, 2, 3, 4, 5} kümesinin farklı iki elemanı a ve b olduğuna göre,

a) 2a + 5b toplamının değeri en çok kaçtır?

b) 2a – 3b farkı en çok kaçtır?

c) 2a – 3b farkı en az kaçtır?

8. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesinin farklı üç elemanı a, b ve c olduğuna göre,

a) 2a + 3b + 4c toplamının değeri en çok kaçtır?

b) 2a + 5b – 7c ifadesinin değeri en çok kaçtır?

9. a, b, c farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a + b + c = 12$

olduğuna göre, 3a + 5b + c toplamı en çok kaçtır?

Birazdan tam sayı sorularını çözeceksiniz. Başlamadan önce size acayip önemli bir şey söyleyeyim.

Tam sayı sorularının çözümü genelde harflere uygun değerler verilerek yapılır. Yalnız harflerden birine değer verdiğiniz zaman bu değer için diğer harfin de tam sayı olup olmadığını muhakkak kontrol edin.

Yoksa... ☹☹☹ ... ☹

İlk soruda a ya 1 den başlayarak değerler verin. Yalnız her değerden sonra b nin tam sayı olup olmadığına da bakın lütfen.☺

1. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) $3a + 2b = 19$

b) $4a + 3b = 47$

Hatırlayın☺ Toplamı belli olan iki sayıdan birinin en büyük olması için diğerini küçük almak lâzım.

2. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) $a + 9b = 35$

b) $3a + 2b = 26$

Bu soruda b ne kadar küçük olursa a ve dolayısıyla da a + b toplamı o kadar küçük olur. Bakın isterseniz.

3. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

a) $a - b = 13$

b) $5a - 3b = 21$

Bu soruda kafayı çalıştırın bakalım. En küçük değeri a ya mı verelim yoksa b ye mi?

4. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

a) $5a + 2b = 22$

b) $a + 5b = 52$

Hatırlayın.☺ İki sayının farkının en çok olması için çıkarılan sayı(sağdaki sayı☺) mümkün olan en küçük değer seçilmeliydi.

5. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a – b farkının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

a) a + b = 10

b) 3a + 2b = 26

Peki, bu soru da hangisini küçük seçelim? Ne dersiniz?

6. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

a) a + 5b = 41

b) 3a + 2b = 61

Toplam biçimindeki bir eşitlikte a kaç farklı değer alabilir? Ya da a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır? gibi sorularda daima kat sayısı büyük olan harfe değer vererek işlem yapın. Daha hızlı çözersiniz. Tecrübeyle sabit☺

7. a ve b pozitif tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

a) a + 5b = 18

b) 4a + b = 21

8. a ve b pozitif tam sayı olduğuna göre aşağıdaki eşitliklerde a kaç farklı değer alabilir?

a) a + 9b = 75

b) 2a + 5b = 81

Ne demiştik?
Toplamı verilen sayılardan birinin en büyük olması için diğerlerinin en küçük seçilmesi lâzım.

1. x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) x + 3y + 5z = 48

b) 3x + 2y + z = 41

2. x, y, z pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) x + 3y + 7z = 100

b) 3x + 4y + z = 47

3. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) 2a – 3b – 4c = 25

b) a – 2(b + 5c) = 30

4. a, b, c pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) 2a – 5b – 4c = 41

b) a + 2b + 3c = 32

5. a ve b pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitlikleri sağlayan a ve b değerleri için a.b çarpımı en az kaçtır?

a) a – 2b = 5

b) 3a – 2b = 16

6. , 7. ve 8. sorulara dikkat edin. a, b, c li bir toplam verilmiş. a + b + c nin en büyük ya da en küçük değerinin kaç olduğu soruluyor.
a + b + c toplamının en büyük değerini alması için kat sayısı en büyük olan harfe en küçük değeri vermek lâzım.
a + b + c nin en küçük değerini alması için ise kat sayısı en küçük olan harfe en küçük değeri vermek lâzım.

6. a, b, c pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a + b + c toplamı en az kaçtır?

a) 4a + 3b + c = 64

b) 5a + 3b + c = 79

7. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a + b + c toplamı en az kaçtır?

a) 4a + 3b + c = 67

b) 5a + 3b + c = 79

8. x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x + y + z toplamı en çok kaçtır?

a) x + 4y + 5z = 45

b) 3x + 2y + z = 37

Toplamı verilen iki doğal sayının çarpımının en büyük olmasını istiyorsanız sayları birbirine çok yakın (mümkünse eşit) seçin. Yani, farkı en az olan sayıları seçin. Ama çarpımın en küçük olmasını istiyorsanız o zaman birbirine en uzak sayıları seçin. Yani, aralarındaki fark en çok olan sayıları.
Anladınız mı?

1. a, b pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a.b çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) a + b = 10

b) a + b = 19

c) a + b = 25

2. a, b pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a.b çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) a + b = 10

b) a + b = 16

c) a + b = 19

3. x, y farklı pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x.y çarpımının alabileceği en küçük ve en büyük değer toplamı kaçtır?

a) x + y = 11

b) x + y = 20

c) x + y = 25

Doğal sayı soruları çözülürken genelde sıfır unutulur.☹ En küçük doğal sayı sıfırdır. Unutmayın☹

4. x ve y birer doğal sayı olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x.y çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) x + y = 8

b) 2x + y = 30

c) 3x + y = 100

5. x, y farklı doğal sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde x.y çarpımının alabileceği en küçük ve en büyük değer toplamı kaçtır?

a) $x + y = 14$

b) $x + y = 20$

c) $x + y = 25$

6. a, b, c doğal sayılar ve

$a + 2b + 3c = 61$

olduğuna göre, a.b.c çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?

7. a, b, c negatif olmayan tamsayılar ve

$a + b + c = 16$

olduğuna göre, a.b.c çarpımının alabileceği en küçük değer kaçtır?

8. a ve b birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$a + b = 22$

olduğuna göre, a.b çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerin farkı kaçtır?

9. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a = c + 7$

$b = 9 - c$

olduğuna göre, a.b çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

10. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a = 15 - x^2$

$b = 5 + x^2$

olduğuna göre, a.b çarpımı en çok kaçtır?

11. a, b, c, d pozitif tam sayılar ve

$a + b = 17$

$c + d = 7$

olduğuna göre, $\frac{a.b}{c.d}$ oranı en çok kaçtır?

Çarpımı verilen pozitif iki tam sayının toplamının en büyük değerini bulmak için sayılardan birini 1 seçin. (Daha doğrusu mümkün olan en küçük sayıyı seçin.)
Toplamlarının en küçük değerini bulmak istiyorsanız o zaman da birbirine yakın sayılar seçin.

1. a, b pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

a) $a.b = 18$

b) $a.b = 24$

2. a, b pozitif tam sayılar olduğuna göre, aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) $a.b = 16$

b) $a.b = 24$

Ama sorunun başında a ve b nin tam sayı olduğundan bahsetmişse negatif tam sayıları da unutmayın.
Yoksa yamulursunuz walla☺

3. a, b tam sayıları için aşağıdaki eşitliklerde a + b toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.

a) $a.b = 20$

b) $a.b = 28$

4. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a.b = 48$

olduğuna göre, a + b toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerin toplamı kaçtır?

5. a ve b tam sayılar olmak üzere,

$a.b = 48$

olduğuna göre, a + b toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerin toplamı kaçtır?

Üç sayının ikili ikili çarpımları verilmişse çözüme ortak olan harfin alabileceği en büyük değeri bularak başlayın.(Bu değer iki sayıyı da tam bölen en büyük sayıdır.) Ortak harfin diğer değerleri de en büyük değerinin tam bölenleri olacaktır doğal olarak.
Örneğin,
1. soruda ortak harf b dir. Ve b en çok 16 ve 24 ü bölen en büyük sayı olan 8 dir. b nin diğer değerleri de 8 in tam bölenleri olan 4, 2 ve 1 dir. Başka da yok.
Anladıysanız çözün bakalım.☺

6. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$ab = 16$
$bc = 24$

olduğuna göre, b en çok kaçtır?

7. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$ab = 18$
$bc = 24$

olduğuna göre, b kaç farklı değer alabilir?

8. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$ab = 6$
$ac = 14$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

9. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$ab = 24$
$ac = 18$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

10. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$ab = 18$
$bc = 27$

olduğuna göre, a + b + c toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değer toplamı kaçtır?

Unutmayın☹ Tam sayı sorularında genellikle negatif sayılar unutulduğu için hata yapılır.

11. a, b, c tam sayılardır.

$ab = 24$
$bc = 36$

olduğuna göre, a + b + c toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

12. a, b, c birer tam sayı olmak üzere,

$ab = 18$
$bc = 30$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

1. a, b, c tam sayıları için

$ab = 12$
$bc = 16$

olduğuna göre, a + b + c toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

2. x, y, z tam sayılar olmak üzere,

$xy = 18$
$xz = 27$

olduğuna göre, x + y + z toplamı en çok kaçtır?

3. a, b, c pozitif tam sayılar, a > b olmak üzere

$ab = 20$
$ac = 45$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

4. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$a + b = 7$
$b - c = 1$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

5. x, y, z pozitif tam sayılardır.

$x - y = 5$
$x - z = 12$

olduğuna göre, x + y + z toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

6. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$a + b + c = 10$
$a - b = 2$

olduğuna göre, c nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

7. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$xy = 36$
$x + z = 25$

olduğuna göre, y + z toplamı en az kaçtır?

8. a, b, c pozitif tam sayıları için

$ab = 48$
$a + c = 30$

olduğuna göre, b + c toplamı en çok kaç olabilir?

9. a, b ve c farklı pozitif tam sayılar ve

$a + b = 12$

$ac = 18$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

10. a, b, c farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a + b = 12$

$bc = 30$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

11. a, b pozitif tam sayılardır.

$a = 10 + \frac{3}{b}$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

12. a, b pozitif tam sayılar ve

$a + \frac{12}{b} = 5$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

13. a, b tam sayı olmak üzere,

$a = 2 + \frac{6}{b}$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

14. a, b tam sayılardır.

$a = \frac{8}{b+1}$

olduğuna göre, b nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

15. a, b birbirinden farklı pozitif tamsayılardır.

$\frac{10}{b} = a - 3$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

16. x, y pozitif tam sayılar ve

$y = \frac{5x - 8}{x}$

olduğuna göre, y kaç farklı değer alabilir?

1. x, y ve z pozitif tam sayı olmak üzere,

$z > 5$

$x + y = 3z - 2$

olduğuna göre, x + y + z toplamı en az kaç olabilir?

2. x, y ve z pozitif tam sayılar ve

$x > y + 4$

$y > z + 6$

olduğuna göre, x + y + z toplamı en az kaçtır?

3. a, b pozitif tam sayılar ve

$3a + 5b = 100$

$a > 7$

olduğuna göre, b en çok kaçtır?

4. x, y pozitif tam sayılar ve

$3x + 2y = 92$

$x < 20$

olduğuna göre, y en az kaçtır?

5. a, b ve c pozitif tam sayılardır.

$c < 6$

$a + b = 4c - 2$

olduğuna göre, a.b çarpımı en çok kaç olabilir?

6. a, b, c pozitif tam sayılar ve

$a = 4b, \quad b < c$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

7. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$3 < x < y$

$z = 2x + 3y - 2$

olduğuna göre, z en az kaçtır?

8. a, b doğal sayılar ve

$a < b$

$b = 8a - 53$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

9. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$2x > 5y$
$x + y + z = 20$

olduğuna göre, z en çok kaçtır?

10. a, b doğal sayılar ve

$a + 3 < b$
$c = 2a + 3b - 1$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

11. a, b, c, d doğal sayılardır.

$a < 5 < b < c < 15 < d$

olduğuna göre, d – a farkı en az kaçtır?

12. x ve y pozitif tam sayılardır.

$x(y - 5) = 18$

olduğuna göre, x in hangi değeri için y en küçük değerini alır?

13. a, b, c ve d pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a + b = 49$
$c + d = 8$

olduğuna göre, $\frac{a}{c} : \frac{d}{b}$ **ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?**

14. a, b, c pozitif tam sayılar ve

$a + b = 8$
$c = ab + a + b + 1$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en çok kaçtır?

15. x, y ve z farklı doğal sayılar olmak üzere,

$x + y = 8$
$xy + z = 25$

olduğuna göre, z en az kaçtır?

16. a, b, c, d pozitif tam sayılardır.

$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ve $\frac{d}{c} : \frac{5}{4} = \frac{b}{a} : \frac{2}{3}$

olduğuna göre, d en az kaçtır?

1. a, b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a = b(b + 3)$

olduğuna göre, a + b toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. x ve y tam sayı olmak üzere,

$x = 7y$

olduğuna göre, x + y toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) 11 B) 13 C) 16 D) 21 E) 26

3. x, y, z pozitif tam sayılardır.

$x.y = z$

olduğuna göre, x.y.z çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

4. x, y, z pozitif tam sayılardır.

$x = 4y$
$y = 3z$

olduğuna göre, x + y + z toplamı en az kaçtır?

5. a, b, c doğal sayılar ve

$a = 13 + b$
$c = 20 - a$

olduğuna göre, c en çok kaçtır?

6. a, b, c pozitif tam sayıları için

$a = 15 - 2b$
$c = 3b - 18$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

7. a, b, c pozitif tamsayılar ve

$a - 2b = 5$
$b - 3c = 4$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

8. a, b, c pozitif tam sayılar ve

$ab = 20$
$ac = 36$
$bc = 45$

olduğuna göre, c – b farkı kaçtır?

9. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$a + b = 8$
$b - c = 2$

olduğuna göre, b nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

10. x, y, z farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x + y = 2z$
$x + y + z = 12$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

11. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$a + b = 12$
$\frac{a}{b} = c$

olduğuna göre, b kaç farklı değer alabilir?

12. a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$\frac{a}{b} + 1 = c$
$a + b = 8$

olduğuna göre, c nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

13. a, b ve c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$a < b < 9, \quad c = \frac{b}{a}$

olduğuna göre, c kaç farklı değer alabilir?

14. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x(y + 4) - y(x - 3) = 76$

olduğuna göre, x in en büyük değeri kaçtır?

15. x, y, z pozitif tam sayılar ve

$\frac{8}{x} = \frac{y}{5} = z$

olduğuna göre, z nin en büyük değeri için x + y + z toplamı kaçtır?

16. a, b, c pozitif tam sayıları için,

$\frac{a}{4} = \frac{18}{b+1} = c$

olduğuna göre, b nin en büyük değeri için a + b + c toplamı kaçtır?

Pozitif ve Negatif Sayılar

Sıfırdan büyük sayılara pozitif sayı, sıfırdan küçük sayılara da negatif sayı dendiğini biliyorsunuzdur.☺

Ayrıca sıfır pozitif ya da negatif değildir.

Pozitif negatif olma olayında basit ama önemli olan husus şudur.

$(+).(+) = (-).(-) = \frac{(+)}{(+)} = \frac{(-)}{(-)} = (+)$

$(+).(-) = \frac{(+)}{(-)} = (-)$

Aynı işaretli iki sayının çarpımı veya bölümünde sonuç pozitif (+ işaretli), ters işaretli iki sayının çarpımı veya bölümünde ise sonuç negatif "–" işaretlidir.)

Örneğin,
$a < b < 0 < c$ olsun.
$ab > 0$ (negatif iki sayıyı çarpmışız.)
$bc < 0$ (ters işaretli iki sayıyı çarpmışız.)
$abc > 0$
$ab + c > 0$ (ab pozitif, c de pozitif)
$a + bc < 0$(a negatif, bc de negatif)
$a + c = ?$ (bilinemez)

Aslında bu olayı en güzel antrenmanları yapınca anlayacaksınız. Onun için çok da uzatmaya gerek yok☺

Peki, iki sayının toplamı veya farkında durum nasıl olur sizce?
Pozitif iki sayının toplamı pozitif,
Negatif iki sayının toplamı negatif,
Biri pozitif biri negatif iki sayının toplamında sonuç büyük olan sayının işaretiyle aynı işaretli olur.
Yani, $(+) + (+) = (+)$
$(-) + (-) = (-)$
$(+) + (-) =$ büyük sayının işareti.☺

Ve hata yapılan bir nokta☺
Eğer $a > b$ olduğunu biliyorsanız,
$a - b$ daima pozitiftir. (Yani, $a - b > 0$ dır.)
$b - a$ daima negatiftir. (Yani, $b - a < 0$ dır.)

Bu tür durumlarda a ya b ye değer verilebilir. Ama şunu bilin ki burada a ve b nin işaretlerinin ne olduğunun hiçbir önemi yok.
Türkçesi şu☺
Büyük olan sayıdan küçüğünü çıkarırsanız sonuç daima pozitif, küçüğünden büyüğünü çıkarırsanız ise negatif olur.
Anladınız mı burayı?

Örneğin,
$a < b < 0 < c$ olmak üzere,
$a - b < 0$ dır. (Çünkü a sayısı b den küçük.)
$c - b > 0$ dır. (c sayısı b den büyük)

Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir. Negatif sayıların ise çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

Sıfırdan farklı bir a sayısı için a^{2n} daima pozitiftir.
a^4, b^{-2}, c^6 gibi ifadeler daima pozitiftirler...
Burada a, b ve c nin işaretleri ile ilgili kesin bir şey söylenemez.
Hımm...
Demek ki üs çift olduğu zaman tabanda bulunan sayının işareti hakkında bi şey diyemiyoruz.

a^{2n-1} **in işareti a ile aynıdır.**
Yani, a pozitif ise a^3, a^{-1}, a^{-5}, a^7 ... pozitiftir.
Fakat a negatif ise bu ifadeler negatif olur.

$x^3 > 0$ ise x kesinlikle pozitiftir.

$x^3 < 0$ ise x kesinlikle negatiftir.

Örneğin,
$a^2 b^5 < 0$ ise burada b kesinlikle negatiftir. Ama a nın işareti hakkında bir şey söyleyemezsiniz. Çünkü üssü çift. Ama tabanı negatif olan sayının tek kuvveti daima negatiftir.
Kısacası çift kuvvetlerde tabanın işareti hakkında yorum yapamazsınız. Sadece tek kuvvetlerde yapabilirsiniz.

1. **Aşağıdaki ifadelerin işaretlerini belirleyiniz.**(Kaça eşit olduklarını bulmanıza gerek yok.☺)

a) $(-3)^7$ b) $(-5)^{10}$

c) $(-2)^7(-3)^6$ d) $(-13)(-9)$

e) $(-6)(-73)(-99)$ f) $-7-18$

2. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin işaretlerini belirleyiniz.

a) $a+b$ b) $a-b$

c) $c-b$ d) $ab+c$

e) $a+bc$ f) $c(a-b)$

3. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin işaretlerini belirleyiniz.

a) $\frac{ab}{c}$ b) a^2+bc

c) a^3-b^2 d) $\frac{a^2+b}{c^3}$

e) $\frac{ab^2}{c-a}$ f) a^2b-c

4. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangilerinin sonucu sıfıra eşit olabilir?

a) a^2+b+c b) $a+b^2+c^3$

c) a^2-b^2 d) $\frac{a^2+b}{c-a}$

e) $c(a-b^2)$ f) ab^2c^3

1. $a < b < c < 0$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangilerinin sonucu pozitiftir?

I. $a.b.c$ II. $a-bc$

III. $a-b$ IV. $c-a$

V. $ab-c$ VI. $a(b-c)$

2. $a < b < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) $a+b$ B) $a.b$ C) $a-b$ D) a^3 E) $b-2$

3. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangileri kesinlikle pozitiftir?

I. $\frac{a-b}{b-c}$ II. $\frac{a}{b-c}$

III. $\frac{a+c}{b-c}$ IV. $\frac{a(b-c)}{a-c}$

V. $\frac{a+b+c}{b-a}$ VI. a^2-c^2

4. $a < 0 < b$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman negatiftir?

A) a^2+b B) a^2+b^3 C) $a+b$ D) $a-b^2$ E) a^3+b

5. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangileri kesinlikle negatiftir?

I. $a-bc$ II. $a-b^2-c^3$

III. $\frac{a}{b^2-c}$ IV. $\frac{a+b-c}{b+c}$

V. $\frac{a+b+c}{a.b.c}$ VI. a^3+b+c

6. $a < b < c < 0$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) abc B) $(a-b)c$ C) $ab+c$ D) $\frac{b-a}{b+c}$ E) $\frac{a-b}{bc}$

7. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) $a + b + c$ B) $a - b + c$ C) $ac - b$

D) $\frac{a-b}{b-c}$ E) $\frac{a-b}{b+c}$

8. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle pozitiftir?

A) $a + b + c$ B) $a - b + c$ C) $ab + bc$

D) $\frac{a+b}{bc}$ E) $\frac{ab}{b-c}$

9. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi sıfıra eşit olabilir?

A) $a - b$ B) $a^2 + b$ C) $a^3 - b$

D) $a^3 + c^2$ E) $b + c^2$

10. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi negatiftir?

A) $b - a$ B) $b - a + c$ C) abc

D) $a + bc$ E) $\frac{ab}{c}$

11. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) $bc - ac$ B) $b^3 + c^2$ C) $a^2 + b$

D) $a + b + c$ E) $a - b + c$

12. $ab < 0 \quad bc < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman pozitiftir?

A) $b - a$ B) ac C) $a - c$ D) $a + c$ E) $b + c$

13. a > b ve a.b < 0 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) $a > 1$ B) $a + b > 0$ C) $b < 0$

D) $b < -1$ E) $\frac{a}{b} > 0$

14. x, y sıfırdan farklı reel sayılar ve

$3x - 4y = 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman pozitiftir?

A) x^3 B) $x.y$ C) $x + y$ D) $x - y$ E) $x + 4$

1. Aşağıda verilen ifadelere göre, a, b ve c nin işaretlerini belirleyiniz.

a) $a^4b^2c > 0 \quad a^2bc^3 < 0 \quad abc > 0$

b) $ab^2 > 0 \quad a^2c^3 < 0 \quad abc > 0$

c) $ab^4c > 0 \quad abc^3 < 0 \quad a^2bc > 0$

2. $\frac{ab}{c^2} < 0 \quad \frac{a}{b^2c^4} < 0 \quad abc^3 < 0$

olduğuna göre, a, b, c, nin işaretleri sırasıyla nedir?

3. $xy^2z^3 > 0, \quad xy^3z^2 < 0, \quad xz^2 < 0$

olduğuna göre, x, y, z nin işaretleri sırasıyla nedir?

4. $x^2y^3 > 0 \quad y^2z > 0 \quad xyz < 0$

olduğuna göre, x, y, z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) +, -, + B) +, +, - C) -, +, +

D) -, -, - E) +, +, +

5. $a^3b^2c > 0, \quad \frac{ac^2}{b} < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima negatiftir?

A) $a + c$ B) $a + b$ C) $a.c$ D) $b.c$ E) $b + c$

6. $a^3b^2 > 0, \quad ac < 0, \quad ab - c < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) $b.c$ B) $a + c$ C) $b - c$ D) $a + b$ E) $\frac{a}{c}$

7. n tam sayı olmak üzere,

$a^n b^2 < 0 \quad \frac{ab^{n+2}}{c} > 0 \quad ac < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) c > a B) a > b C) b > c D) c < a E) a < b

8. a, b, c reel sayılardır.

a.b.c < 0

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) a + b + c < 0 B) a + b – c < 0 C) a.b – c < 0 D) a – b.c < 0 E) $\frac{a.b}{c} < 0$

9. $abc < 0, \quad ab > c^2$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a < 0 B) a > b C) c < 0 D) a + c > 0 E) c > 0

10. a < b < 0 < c

olduğuna göre aşağıdakilerden hangileri sıfıra eşit olabilir?

I. $a - b + c$

II. $a + b^2 - c^3$

III. $ab^2 + c$

IV. $a + b^3 + c^3$

V. $\frac{a+b+c}{abc}$

VI. $a^2 + b^2 + c^3$

11. a < ab < abc < 0

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) a + b B) b + c C) a + b D) a.c E) a + c

11. **a – b = 6**

b – c = – 9

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

A) $\frac{a-b}{b-c}$ B) $\frac{a-c}{b-a}$ C) a + b D) b + c E) a + b + c

Tek ve Çift Sayılar

Tek ve çift sayının ne demek olduğunu bilmeyen yoktur. Ama yine de söyleyeyim.

2 ile tam bölünen tam sayılara **çift sayı,** 2 ile tam bölünmeyen tam sayılara da **tek sayı** denir.

T = Tek sayıları
Ç = Çift sayıları göstermek üzere,

T ∓ T = Ç   T . T = T
Ç ∓ Ç = Ç ve T . Ç = Ç
T ∓ Ç = T   Ç . Ç = Ç

Tek sayıların pozitif tam kuvvetleri tek, çift sayıların ise çifttir.

$n \in Z^+$ olmak üzere,

$T^n = T, \quad Ç^n = Ç$

Örneğin,

$3^{12}, (15)^4, 217^{56}$ gibi tabanı tek olan sayıların tek olduğunu,

$2^{14}, 6^{23}, 2008^{2009}$ gibi tabanı çift olan sayıların da çift olduğunu hemencecik söyleyebiliriz.

Canlar dikkat ettiniz mi hiç? Üslerin tek veya çift olmaya hiçbir etkisi olmadı.

Hımm... Demek ki

Tek - Çift sorularında pozitif tam sayı olan üsler silinerek çözüm yapılabilir.

Pozitif tam sayı olan üslerin tek veya çift olma durumuna etkisi yoktur. Yani, üsleri silin ve sadece tabanlara bakın demek oluyor bu da☺

Bu bilgi sorularda acayip kolaylık sağlıyor.

Ona göre☺

Örneğin,

Bir tek - çift sorusunda $x^{98} + x^{99} + x^{100}$ toplamı yerine direkt x + x + x = 3x almakta,

Veya $a^3 + b^2$ toplamını a + b olarak almakta hiç bir sakınca yok. Yani üsleri sallıyoruz.

Bu kadar basit.☺

Anladınız mı?

İkinci bir husus da şu

Bir çarpımın sonucu tek sayı ise çarpılan bütün sayılar kesinlikle tektir.

Örneğin,

a.b.c çarpımı tek ise hem a, hem b, hem de c tektir.

Eğer, (a + 1) • (3b + 2) ifadesi tek ise hem a + 1, hem de 3b + 2 tektir. Bunun başka bir olasılığı yok.

Şimdi söyleyeceğim şeye dikkat edin.
Bu da önemli.

a tam sayı iken

$a + 1, a + 2, a^2, a^3, 3a + 2, \quad 5 - 3a$

ifadelerinin sonuçlarının tek veya çift olduğu ile ilgili kesin bir şey diyemezsiniz. Çünkü bunların sonucunun tek veya çift olması a nın tek veya çift olmasına göre değişir.

Fakat

$2a, 4 - 2a, 6a + 4, 2a^2, 4a^3$

ifadeleri kesinlikle çifttir.
Çünkü kat sayıları çift de ondan. (Çok önemli)

$2a + 1, 2a - 3, 7 - 4a, 2a^2 - 5$

ifadeleri de kesinlikle tektir.
Bunun nedenini anladınız mı?
(Ve ilginç olanı bunlarda a nın tek veya çift olmasının önemi yok.)

Karışmadı değil mi?
Minik bir özet ister misiniz?

Tek - çift sorularında

- Kesir halindeki eşitliklerde yorum yapmayın. Önce ifadeleri çarpma, toplama biçimine getirin. Ve öyle yorumlayın.
- Eğer verilen ifadede kat sayısı çift olan bir terim varsa çözüme oradan başlarsanız işiniz daha kolay olur. Ne de olsa kat sayısı çift olan terim kesinlikle çift olacaktır.
  Öyle di mi?
- Eğer terimlerde pozitif tam sayı üsler varsa onları da silin. Çünkü bilmek lâzım ki pozitif tam sayı olan üslerin tek çift olmaya etkisi yoktu.

Özetin de özeti.☺

Pozitif üsleri sallayın,
Eşitlik varken bölme biçiminde yorum yapmayın,
Kat sayısı çift olan yerden başlayın.

Ve antrenmanlara başlayın☺

1. **Aşağıdaki sayılardan hangileri çifttir?**

I. 2015.2003 II. $7^8.9^{10}$

III. $7^{201}+13^5$ IV. $2^{99}+3^{77}-5^{79}$

V. $9^{73}+5^8.7^{10}$ VI. 4^6+4^7

2. **a + 3 çift ise aşağıdakilerden hangileri tektir?**

I. a + 4 II. 3a – 1

III. 5a + 4 IV. 2a – 6

V. 1 – a VI. a^2

VII. a^2+a VIII. a^3-1

3. **a tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangileri daima tek sayıdır?**

I. a + 1 II. 3a + 1

III. a – 3 IV. 2a – 3

V. 6a + 5 VI. 5 – 2a

VII. a^2+1 VIII. a^2-2

4. **Aşağıdaki sayılardan hangisi çifttir?**

A) 10^7+1 B) 10^8+1 C) $9^{10}+9^5$
D) $5^{10}+10^5$ E) $6^7+7^6.5^7$

5. **Aşağıdakilerden hangisi tektir?**

A) 7^8+7^9 B) $9^7.8^9$ C) 6^4+8^7
D) 2^8+3^9 E) $5^2.6^3+8^4$

6. **x + 4 tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çifttir?**

A) x^2 B) x^3 C) 2x + 5
D) 3x + 1 E) 5x – 2

Tekrar hatırlatayım.
Tek – çift sorularında pozitif üsleri siliyor, bölüm biçiminde yorum yapmıyor ve kat sayısı çift olan terimden başlıyorduk.
Ok☺
Hadi bakalım antrenman başlıyor.

1. **x tam sayı ve 3x + 1 çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çifttir?**

A) x^2 B) x + 1 C) 2x + 1
D) 3x E) $3x^2$

2. **a tam sayı ve 5a + 3 çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tek sayıdır?**

A) a + 1 B) 4a C) 6a
D) 3a + 2 E) a^2+3

3. **a – 2 ve b + 1 pozitif çift sayılar olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tektir?**

A) 2^a B) 2^{a+b} C) a^2+b^2
D) a. b E) a + 2b

4. **a + 1 ve b – 2 çift olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tektir?**

A) ab + 3 B) ab – 2 C) a.b
D) $2a^2+b^2$ E) a^2b^3

5. a – 2 ve b + 1 tek sayılardır.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi çift sayıdır?

A) ab + 1 B) a^2+b^2 C) a.(b + 1)
D) $a^3+a.b$ E) 3b + 2a

6. **x pozitif tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>daima tek</u> sayıdır?**

A) x^2+x+3 B) 5x + 1 C) 4^x+x
D) 7x + 2 E) x + 5

7. **a tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?**

A) a + 1 B) a^2+a C) 3a
D) a^2-1 E) a^2

8. x pozitif tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çifttir?

A) $3+x$ B) x^2 C) $3x-1$ D) x^2-1 E) x^3+x

9. $a + 2$ tek sayı olmak üzere,

$b = 3a + 2$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çifttir?

A) a^2 B) a^2-b^3 C) b^2 D) $5b+2$ E) $3a$

10. a pozitif çift, b pozitif tek sayı olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi tek sayıdır?

A) $3a$ B) a^b C) a^b+b^a C) $a+b+1$ D) $a.b$

11. a, b pozitif tam sayılardır.

$a = 3b + 4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çifttir?

A) a^2 B) $a+2$ C) $b+1$ D) $a+b$ E) $a.b$

12. x pozitif tam sayı olmak üzere,

x^3+3x^2+5x+2

ifadesi tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tektir?

A) 2^x+1 B) x^2+1 C) x^2-1 D) $x-1$ E) $x+1$

13. a pozitif tek sayı, b negatif çift sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitif tek sayıdır?

A) $ab+2$ B) a^2+3b C) $a-b^2$ D) a^3-5b E) ab^2-5

14. $x = 5^7 + 2^{12}$, $y = 3^5x + 6^4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi tektir?

A) x^2-1 B) x^2+y^2 C) $x+y$ D) $y+1$ E) xy

15. $a = 7^5 + 7^6 + 7^7$

$b = 1 + 8^4 + 8^8 + 8^{12}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi çifttir?

A) $a+b$ B) a^2 C) b^3 D) ab E) a^b

Eşitlik durumundaki sorularda tek – çift yorumu yapacaksanız önce eşitliği düzenleyin ve kat sayısı çift olan terimlere muhakkak dikkat edin. Çünkü kat sayısı çift olan terim kesinlikle çift oluyor.

1. x, y ve z tam sayıları için

$x + y = z$

olduğuna göre, x + y + z toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

A) 21 B) 24 C) 30 D) 34 E) 36

2. a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$a + b = c + 1$

olduğuna göre, a + b + c toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) 22 B) 33 C) 44 D) 66 E) 72

3. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x + y = 2z + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima tektir?

A) $x+y+z$ B) $x-y$ C) $x.z$ D) $2x+y$ E) $x+z$

4. a, b, c pozitif tam sayıları için,

$a + b = 4c - 3$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman çifttir?

A) $a.b$ B) $a-b$ C) $b.c$ D) $a+c$ E) c

5. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$ab + 1 = 2ac$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi her zaman çifttir?

A) $a.b$ B) $a-b$ C) $b.c$ D) $a.c$ E) $c+2$

6. a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$3ab - 8c = 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a + c çifttir B) b + c çifttir C) b.c tektir D) a – b çifttir E) a + b + c tektir

7. a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$2a^2 + 5 = 3b^3c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a + b tektir B) a çifttir C) b – c çifttir D) a.b tektir E) b.c çifttir

8. a, b ve c pozitif tam sayı ve

$a^2 b^3 = 2c + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) a, b ve c tektir. B) a ve b tektir. C) b ve c çifttir. D) a – b tektir. E) b + c tektir.

9. a, b ve c tam sayıları için

$2a + b^2 = c^3 + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) a + b B) b – c C) b.c D) a + c E) a.c

10. a ve b tam sayılar olmak üzere,

a – 3b farkı tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima tek sayıdır?

A) 2a + b B) 3a – 2b C) $a^2 + 2b$ D) a – 2b E) a.b +1

11. x, y, z pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x + 2y + 2 = 4z$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çifttir?

A) x.y B) y.z C) y + z D) x + y E) x + z

12. a b, c tamsayılar olmak üzere,

$3b + c = 2a + 4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman çifttir?

A) a + b + c B) ab – c C) b – c D) a.c – b E) a + c

13. a, b ve c pozitif tamsayılar ve

$5b - 3c = 2a$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) a.b B) b.c C) c – a D) a.c E) b + c

14. a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$abc = 6(a + b) + 7$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a + b tektir B) c çifttir C) b.c çifttir D) a + b + c tektir E) a + b – c çifttir

15. a, b ve c tam sayıları için

$(3a + 1)(b + 2) = 4c + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima tektir?

A) a.c B) b – c C) a + b D) a.b E) a + b.c

1. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\frac{2a+1}{b} = c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çifttir?

A) a + b B) b – c C) a.c D) a.b E) a – c

2. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\frac{4a+b}{c} = 2b + 4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) a çifttir. B) b tektir C) b çifttir D) c tektir E) c çifttir

3. a, b, c ve d tam sayılar olmak üzere,

$\frac{2a+1}{bc} = d + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman çifttir?

A) b + d B) a – d C) b + c D) c + d E) a + c

4. x, y, z pozitif tam sayılar ve

$\frac{4}{x-3y} = \frac{3}{z+2}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) x, y, z tektir. B) y + z tektir. C) x + y çifttir D) x + z tektir. E) x + y + z çifttir .

5. a, b, c ve d tam sayılar olmak üzere,

$\frac{7a+4b-c}{2} = 3d + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a + b çifttir B) c – a tektir C) b + d tektir D) d – c çifttir E) a + c çifttir

6. a, b, c tam sayılar olmak üzere,

$\frac{2a+3}{b+1} = c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a tektir B) b tektir C) b + c çifttir D) b – c tektir E) a – b çifttir

7. Aşağıdaki ifadelerde a, b, c tam sayı olduğuna göre, hangilerinde hem a, hem de b kesinlikle tektir?

I. $3ab = 2c^2 - 1$

II. $a + b = 2c$

III. $\frac{6a-3}{c} = 3b$

IV. $\frac{1-4c^2}{5a} = 3b^3$

V. $\frac{a+b}{3} = 2c$

VI. $\frac{a^2b}{3} = 2c - 1$

8. a, b, c pozitif tamsayılar ve

$$\frac{3a+5b}{c+1} = 4$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) a.b tektir B) a.b çifttir C) b – c tektir

D) b – a çifttir E) a + c tektir

9. a, b, c tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangilerinin sonucu daima tektir?

I. $a + b - c$

II. $ab + c$

III. $\frac{abc}{3}$

IV. $2a + 3b + 4c$

V. $a^2 - b^2 - c^4$

VI. $a - 2b^2 + 4$

10. a, b, c çift sayılar olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangileri her zaman çifttir?

I. $a + 2b - c$

II. $\frac{a+b+c}{3}$

III. $\frac{a+b+c}{2}$

IV. $\frac{a.b.c}{2}$

V. $\frac{abc}{4}$

VI. $2a^3 - 3b^2 + 5$

11. a, b, c pozitif tam sayılardır.

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) $\frac{a+b+c}{3}$ B) $\frac{a+b}{2}$ C) $\frac{c}{2}$

D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a+c}{2}$

12. x, y, z çift sayılar olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

A) $\frac{x+y+z}{3}$ B) $\frac{x+y+z}{2}$ C) $\frac{2x+y}{2}+z$

D) $\frac{x.y.z}{4}$ E) $\frac{x-y}{2}+2z$

Ardışık Sayılar

Bu sayılar belli bir kurala göre art arda gelen sayılardır.

a) Ardışık Tam Sayılar

Adından belli zaten.

Bunlar art arda gelen tam sayılar.

..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...

Ardışık her iki tam sayı arasındaki fark 1 (artma ya da azalma miktarı. Her neyse işte☺) olduğundan bunları

..., x – 2, x – 1, x, x + 1, x + 2, ...

biçiminde gösterebiliriz. (Burada x herhangi bir tam sayıdır.)

b) Ardışık Çift Sayılar

Bunlar da art arda gelen çift sayılardır.

... –4, –2, 0, 2, 4, ...

Ardışık her iki çift sayının arasındaki fark 2 (artma ya da azalma miktarı) olduğundan, bunları genel olarak

..., x – 4, x – 2, x, x + 2, x + 4, ...

gibi ifade edebiliriz.(Burada x in çift sayı olduğunu söylemeye gerek var mı?)

c) Ardışık Tek Sayılar

Eeee ...

Artık bunların art arda gelen tek sayılar olduğunu söylemeye gerek yok herhalde.

..., –5, –3, –1, 1, 3, 5, ...

Ardışık tek sayıların da artış miktarı (yani, ardışık her iki tek sayının farkı) 2 olduğundan bunları da;

..., x - 2, x, x + 2, x + 4, x + 6, ...

Biçiminde ifade edebiliriz. (Burada x tek sayıdır tabii ki.)

Ardışık sayı soruları kesinlikle çok kolay. (genellikle tabii. Yoksa kastıktan sonra en basit konudan bile en baba soru sorulabilir☺

Neyse...

Çok fazla soru türü yok zaten. En sık karşılaşacağınız bir kaçını göstereyim

Birincisi şu

Ardışık beş tam sayının toplamı 135 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü kaçtır?

Bu tipteki sorularda sayıların en küçüğüne x, diğerlerine de sırasıyla x + 1, x + 2, x + 3, x + 4 diyebilirsiniz.

İşte bunların toplamı verilmiş.

Artık şunu yazarsınız. Ve soruyu çözersiniz. ☺

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 135$$

$$5x + 10 = 135$$

$$x = 25$$

Oldu mu?

Tabii ki daha başka türlü de çözülebilir. Ama önce bunu bi halledin bakalım.☺

İkincisi şu

a, b, c ardışık üç çift sayı ve

$a < b < c$

$5a + 3b = 7c - 6$

olduğuna göre, a kaçtır?

Bu tip soruların çözümünde bilinmeyenlerin (harflerin) hepsini tek bir bilinmeyen (harf) türünden yazmak lazım. Yoksa rastgele değer verip deneyerek bulmak biraz zor.☺

Zaten a yı b yi c yi bilseydiniz niye değer veresiniz ki?

Mantıklı mı sizce? ☺

Burada b ve c yi a türünden yazın önce.

b = a + 2 dir. (öyle ya b a dan 2 fazla olmalı) ve c = a + 4 tür.

Dolayısıyla da

$5a + 3b = 7c - 6$

$5a + 3(a+2) = 7(a+4) - 6$

$8a + 6 = 7a + 22$

$a = 16$

bulur ve mutlu olursunuz☺

Hımm...

Demek ki bu tipteki (yani harflerin sorulduğu) ardışık sayı sorularında sayıları aynı değişken(harf) türünden yazınca soru acayip kolaylaşıyor.☺

Artık bundan sonra yazarsınız☺

Üçüncüsü de şu

x, y, z ardışık üç tek sayı ve $x < y < z$ olduğuna göre, $\frac{(x-z)^3}{(z-y)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Bu tür sorularda (Yani, sayılardan herhangi birini bulmaya gerek olmayan sorularda) sayıları uygun şekilde seçerek sonuca gidebiliriz.

$x = 1$, $y = 3$ ve $z = 5$ alabiliriz.

Tabii ki gidip de saçma sapan değerler alırsanız yamulma olasılığınız doğal olarak yüksek olabilir☺

Deneyin isterseniz☺

Neyse...

Bu değerler için istenen ifadenin değeri

$\frac{(1-5)^3}{(5-3)^2} = \frac{-64}{4} = -16$ olur.

Var mı anlamadığınız bir yer?

- Cık☺

Bak ne diycem.

Aslında bu soruda da y ve z yi x türünden yazsaydık aynı sonucu yine de bulabilirdik. Ama bir de böyle çözelim canım.

Ne olacak ki?

Bunu da görmüş olun. Daha pratik bir çözüm görseniz ne kaybedersiniz sanki☺

Ve son olarak da şu

Önce mantığını anlatayım.

Ardışık üç tam sayının toplamı 24 ise ortanca sayı kaçtır?

Buldunuz mu 8 i?

Veya

Ardışık 5 tam sayının toplamı 55 ise ortanca sayı kaç oluyor?

11 mi çıktı?

Ya da ardışık 7 çift sayının toplamı 70 ise ortanca sayı kaç olur?

10 buldunuz mu?

Peki, bir de şuna bakın bakalım.

Ardışık 51 tek sayının toplamı 561 ise en büyüğü kaçtır?

Bu soruda sayılara x, x + 2, x + 4, ,... deyince çözüm tam bir amele işi oluyor.☺

Öyle değil mi?

Onun için bu tür sorularda sayıların en küçüğüne değil de ortanca sayıya x derseniz,

sayılar;

..., x – 4, x – 2, x, x + 2, x + 4, ... (sağlı sollu – 2, + 2 ler, – 4, + 4 ler birbirini yer.☺

şeklinde olur. Ve toplamları da 51x olur.

Buradan da 51x = 561 eşitliğinden x = 11 (yani ortanca sayı, 26. sayı) ve en büyüğü de

x + 50 = 61olur.

O halde şöyle diyebiliriz.

Sayı adedi tek olduğunda (yani 11 sayı, 19 sayı filan olduğunda) sayıların toplamını sayı adedine bölünce ortanca sayı bulunmuş oluyor.

Anladınız mı?

Ama bunu her zaman kullanmaya gerek yok tabii ki.

Sayı adedi çok fazla olursa kullanmak daha mantıklı.

Şimdilik bu kadarıyla idare edin☺

Ardışık sayılarla denklem kurma...

Ardışık sayılarla denklem kurarken önemli olan sayıların hepsini aynı harf türünden yazmaktır.

Gerisi zaten kolay.

Göreceksiniz☺

1. **Ardışık üç tam sayının toplamı 27 olduğuna göre, en küçüğü kaçtır?**

2. Yaşları ardışık çift sayı olan üç kardeşin yaşlarının toplamı 48 dir.

   Buna göre, en küçük kardeşin yaşı kaçtır?

3. **Ardışık üç tek sayının toplamı 123 olduğuna göre, en büyüğünün rakamları toplamı kaçtır?**

4. **Ardışık 3 çift sayının toplamı 150 olduğuna göre, bu sayıların arasındaki tek sayıların toplamı kaçtır?**

5. Ardışık 3 tam sayının toplamı en küçüğünün iki katından 16 fazladır.

   Buna göre, en büyüğü kaçtır?

6. **Ardışık 7 çift sayıdan ilk dördünün toplamı 92 olduğuna göre, son üçünün toplamı kaçtır?**

7. **Ardışık iki pozitif tek sayının çarpımı 63 olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?**

8. Ardışık üç pozitif tam sayının çarpımı bu sayıların en büyüğünün 20 katına eşittir.

   Buna göre, en büyük sayı kaçtır?

Ardışık sayıların farkını biliyorsunuz. Dolayısıyla farkı söz konusuysa sayıların kaç olduğunun herhangi bir önemi yoktur.
Yani, ardışık sayıların farkı ile ilgili sorularda değer verebilirsiniz.
Zaten bu tür sorularda sayıların kaç olduğu ile ilgili bir şey de sorulmaz.
Eğer sayıların kaç olduğu ile ilgili bir şeyler sorulmuşsa zaten değer veremezsiniz.

9. a, b ardışık tek sayılardır.

$a < b$

olduğuna göre, $(a-b)^2+(b-a)^3$ **toplamı kaçtır?**

10. a, b, c ardışık çift sayılardır.

$a < b < c$

olduğuna göre, $(a-c)^2+(c-b)^3$ **kaçtır?**

11. a, b, c ardışık tam sayılardır.

$a < b < c$

olduğuna göre, $\frac{(a-c)^5}{4(b-c)}$ **kaçtır?**

12. a, b ve c ardışık çift sayılar olmak üzere,

$a < b < c$

olduğuna göre, $\frac{(2a-2c+1)^2+1}{(b-c+7)^2}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

13. a, b, c, d ardışık çift sayılar ve $a < b < c < d$

olduğuna göre, $\frac{(a-d).(c-b)}{a-c}$ **oranı kaçtır?**

14. a, b ve c ardışık tek sayılar ve

$a > b > c$

$(a-b)^c = 32$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

15. a, b, c ardışık tam sayılar olmak üzere,

$a < b < c$

$2(a-c)^4 - x(b-c)^3 = 48$

olduğuna göre x kaçtır?

Eğer ardışık sayı sorularında sayılardan (harflerden) birini veya bunların toplamı, çarpımı gibi sayıları bilmeden bulamayacağınız şeyler soruluyorsa sayıların hepsini aynı türden yazın.

Yani, a, b, c ardışık üç tam sayı ise bu sayılara a, a + 1, a + 2 deyin. Ardışık üç çift sayı (veya tek sayı) demiş ise a, a + 2, a + 4 deyin ve bir bilinmeyenli bir denklem kurarak öyle çözün.
Gerçekten çok kolay.☺
Dediklerimi anladınız mı?

1. a ve b ardışık tam sayılar olmak üzere,

$a < b$

$5a + 3b = 67$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

2. a, b, c, d ardışık doğal sayılar ve

$a < b < c < d$

$a + d = 25$

olduğuna göre, b.c çarpımı kaçtır?

3. a, b, c ardışık tek sayılar ve

$a < b < c$

$3a + b = 6c$

olduğuna göre, a kaçtır?

4. a, b, c ardışık tam sayılar ve $a < b < c$ olmak üzere,

$7a = 4b + 2c + 1$

olduğuna göre, a kaçtır?

5. a, b, c ardışık tam sayılardır.

$a < b < c$

$3a + 2b - 4c = 13$

olduğuna göre, a kaçtır?

6. a, b, c ardışık pozitif tam sayılardır.

$a < b < c$

$a.c = 99$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

7. a, b, c ardışık tam sayılar olmak üzere,

$a < b < c$

$\left(1+\frac{1}{a}\right).\left(1+\frac{1}{b}\right).\left(1+\frac{1}{c}\right) = \frac{9}{8}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

8. Ardışık üç pozitif tek sayının en küçüğü k, en büyüğü p dir.

kp – 6(k + p) = 9 olduğuna göre, k kaçtır?

Ardışık sayıların toplamı verildiğinde ortanca sayıyı çok hızlı bir şekilde bulabilir ve soruyu daha hızlı çözebilirsiniz.

Sayı adedi tek ise, sayıların toplamını sayı adedine bölerek ortanca sayıyı bulabilirsiniz.
Ardışık sayıların giriş kısmında bahsetmiştim. Bakın bi zahmet.☺

9. Ardışık üç tam sayının toplamı 411 olduğuna göre, ortanca sayı kaçtır?

10. Ardışık 5 tam sayının toplamı 1005 olduğuna göre, ortanca sayı kaçtır?

11. Ardışık 17 çift sayının toplamı 544 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü kaçtır?

12. Ardışık 21 tam sayının toplamı 840 olduğuna göre, en büyüğü kaçtır?

13. Ardışık 13 çift sayının toplamı 390 olduğuna göre, <u>en küçüğü</u> kaçtır?

14. a, b, c, d, e ardışık tam sayılar olmak üzere,

$a < b < c < d < e$

olduğuna göre, a + b + c + d + e toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 5a B) 5b C) 5c D) 5d E) c + 5

Asal Sayılar

1 ve kendisinden başka hiçbir pozitif tam sayıya tam bölünemeyen,1 den büyük tam sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...
Asal sayı sorularında dikkat edeceğiniz bir iki husus var.
Birincisi,
Çift olan asal sayı sadece 2 dir. (Çift olan başka asal sayı yoktur.)

İkincisi,
1 asal sayı değildir.(Neden diye sormayın. Çünkü bu sayıları ilk bulan amcalar öyle demiş☺)

Ve son olarak da şunu söyleyeyim.
İki asal sayının farkı veya toplamı tek sayı ise bu sayılardan biri kesinlikle 2 dir. (Neden sizce?)

Örneğin,
a ve b asal sayılar ve

a + b = 21

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

Şimdi bu soruda a veya b den biri 2 olmak zorunda değil mi?
Öyle ya iki tam sayının toplamı tek ise biri tek biri de çifttir. Çift olan asal sayı da sadece 2 olduğuna göre demek ki a veya b den biri kesinlikle 2 dir.
Dolayısıyla çarpımları da 2.19 = 38 dir.
Anladınız mı?

Ve pozitif iki tam sayının çarpımı asal ise sayılardan biri kesinlikle 1 dir.

Örneğin,
a ve b pozitif tam sayıları için,

(a – b)(a + b) = 11

olduğuna göre, a kaçtır?

Burada iki sayının (a-b ve a+b nin) çarpımı 11 verilmiş. 11 asal olduğuna göre bu sayıların biri 1 diğeri de 11 olması lâzım. Çünkü başka türlü iki pozitif tam sayının çarpımı 11 olamaz.
Dolayısıyla

$a - b = 1$
$a + b = 11$

eşitliklerinden a yı 6 bulursunuz artık. (Bu denklemleri çözerek a yı bulamıyorsanız temel matematiğiniz de problem var demektir. Öyleyse lütfen Antrenmanlarla Matematik birinci kitaptan 23. günü tekrar çözer misiniz?☺)

1. a, b ve c farklı asal sayılar olmak üzere,

$x = 2a + 3b + 5c$

olduğuna göre, x in <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

2. x ve y asal sayılar olmak üzere,

$x + y = 16$

olduğuna göre, x – y farkı en çok kaçtır?

3. x pozitif tam sayı a ve b asal sayılar olmak üzere,

$a = 11x$
$b = 13x$

olduğuna göre, a + b + x toplamı kaçtır?

4. a ve b asal sayılar ve

$a + b = 25$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

5. a ve b asal sayılar olmak üzere,

$a - b = 17$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

6. x, y ve z asal sayılardır.

$13(x - y) = z$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

7. x, y, z asal sayılardır.

$x(y - z) = 11$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{z}$ oranı kaçtır?

8. a, b, c, d pozitif tam sayılar ve,

$a(b + c + d) = 29$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

9. x, y pozitif tam sayılardır.

$(x + 3)(3y - 8) = 11$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

10. x, y pozitif tam sayılardır.

$(x+y)(x-y)=13$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. x, y pozitif tam sayılar ve p asal sayı olmak üzere,

$(x-y)(x+y)=p$

olduğuna göre, x in p türünden değeri nedir?

Aralarında Asal Sayılar

Ortak olarak sadece 1 ile tam bölünebilen sayılar aralarında asaldır.

Örneğin,
12 ile 35 aralarında asaldır.
12 nin tam bölenleri: [1], 2, 3, 4, 6 ve 12
35 in tam bölenleri: [1], 5, 7 ve 35 tir.

Gördüğünüz gibi 12 ile 35 sayıları ortak olarak sadece 1 e tam bölünüyorlar. Onun için 12 ile 35 aralarında asaldır.

Aralarında asal olma ile ilgili şunları da bilin☺
1 tüm pozitif tam sayılarla aralarında asaldır.

Örneğin,
a ve b aralarında asal ve
a.b = 12
olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

Çarpımı 12, aralarında asal olan iki sayı,
1.12 = 12,
3.4 = 12,
4.3 = 12
12.1 = 12
olduğundan a sayısı 4 farklı değer alabilir.

Tabii burada 1 ile 12 nin aralarında asal olduğunu unutursanız yamulursunuz. ☺

Bir de şunu bilin yeter.☺
Aralarında asal olan iki sayıdan biri pay diğeri payda olacak şekilde kesir olarak yazılınca sadeleşmezler.
Veya şöyle de diyebilirsiniz.
Bir kesrin en sade hali pay ve paydasının aralarında asal olduğu durumdur.

Örneğin,
a ve b aralarında asal ve $\frac{a}{b} = \frac{16}{12}$ verilmiş olsun diyelim.
Burada $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ tür.
Ve bu eşitlikten de a = 4, b = 3 olmak zorundadır.

Yani, kesri en sade biçime getirip payları birbirine paydaları da birbirine eşitliyoruz.
Ama ne zaman?
Pay ve payda aralarında asal olduğu zaman.
Bunu ne zaman yapacağınızı unutmayın. Yoksa yamulursunuz.☺

Örnek Soru
a + b ile b + 2 aralarında asaldır.

$\frac{a+b}{b+2} = \frac{24}{10}$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

Çözelim
Şimdi a + b ile b + 2 aralarında asal olduğuna göre, $\frac{24}{10}$ kesri de aralarında asal (en sade biçimde) olmalıdır.
$\frac{24}{10}$ kesri nin en sade biçimi $\frac{12}{5}$ olduğundan
$\frac{a+b}{b+2} = \frac{12}{5}$ tir.
Bu noktaya geldikten sonra payları birbirine paydaları da birbirine eşitleyin.
Hepsi bu işte.

b + 2 = 5 ten b = 3 ve a + b = 12 den a = 9 ve
a.b = 27 olur.
Anladınız mı?

1. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangileri aralarında asaldır?

a) **12 ile 21**

b) **15 ile 32**

c) **25 ile 27**

d) **1 ile 24**

e) **13 ile 96**

f) **28 ile 1**

2. $2 < x < 15$ olmak üzere,

x ve 6 sayıları aralarında asal olduğuna göre, x kaç farklı değer alabilir?

3. a ve b aralarında asaldır.

$$\frac{a}{b}=\frac{40}{50}$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

4. $x - y$ ile $x + y$ aralarında asaldır.

$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{52}{20}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. $ab + 1$ ile $a - 2$ aralarında asaldır.

$$\frac{ab+1}{a-2}=\frac{65}{26}$$

olduğuna göre, b kaçtır?

6. $a - 1$ ile $b + 2$ aralarında asal olmak üzere,

$$\frac{a-1}{b+2}=\frac{15}{24}$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

7. $a + b$ ile $a - b$ aralarında asaldır.

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{13}{7}$$

olduğuna göre, $1-\frac{a^2}{b^2}$ **kaçtır?**

8. $x^3 - 5$ ile $xy + 10$ aralarında asal sayılardır.

$$\frac{x^3-5}{xy+10}=\frac{3}{26}$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

9. $a - 2$ ile $a.b + 3$ aralarında asaldır.

$$115(a-2)=15(ab+3)$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

Faktöriyel (!)

n pozitif tam sayı olmak üzere,
1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir. Ve n! biçiminde gösterilir.

Yani, 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10 = 10!
1.2.3.4.5.6.7 = 7!
1.2.3.4.5 = 5!
1.2.3 = 3!

Faktöriyelde önemli olan kabullerden biri 0! = 1 olmasıdır. Amcam böyle kabul etmiş bunu... Ve itiraz da istemiyor. ☺
Zaten 61! in veya bilmem kaç faktöriyelin kaç olduğunun sorulduğu amele tipi sorularla pek karşılaşmayacaksınız. Ama ille de hesaplıycaz derseniz keyfiniz bilir. Ne de olsa herkesin tarzı farklı☺

Bir de sadeleştirme türündeki soruların çoğunda faktöriyelleri geri geri açın.☺

Demek istediğim şu:
10! =10.9.8.7.6.5.4.3.2.1
10! = 10.9.8.7!
10! = 10.9.8!
10! = 10.9!

Yani, hangisi işinize yarayacaksa faktöriyeli öyle açın. Neyin işe yaradığını da siz bilin artık☺
Ve önemli bir husus da; faktöriyelleri paranteze alma olayı. Paranteze alırken az önce söylediğim geri geri açma olayı önem kazanıyor.

Örneğin
10! + 9! = 10.9! + 9! = 9!.(10 + 1) = 11.9!
23! + 24! = 23! + 24.23!
= 23!.(1 + 24) = 25.23!

6! + 7! + 8! = 6! + 7.6! + 8.7.6!
= 6!.(1 + 7 + 7.8)
= 64.6!

Var mı bir problem?

Eğer terimler harfli olarak verilirse de sıkıntı olmaması lazım. Yine aynı mantık.

Ömeğin
n! + (n + 1)! = n! + (n + 1).n!
= n!.(1 + n + 1)
= (n + 2).n!

1. 0! + 1! + 2! + 3! + 4!

toplamının sonucu kaçtır?

2. $\frac{8!}{6!}$

ifadesinin değeri kaçtır?

3. $\frac{10!}{9!}+\frac{10!}{8!}$

toplamının değeri kaçtır?

4. $\frac{10!+9!}{8!}$

ifadesinin değeri kaçtır?

5. m = 7! olmak üzere,

7! + 8! **toplamının m türünden değeri nedir?**

6. a = 7!+ 8! b = 8!+ 9!

olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ **oranı kaçtır?**

7. $\frac{n!+(n+1)!}{n!}$

ifadesinin değeri nedir?

8. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 90$

olduğuna göre, n kaçtır?

9. $n! + (n+1)! = \frac{(n+2)!}{10}$

olduğuna göre, n kaçtır?

Bir x asal sayısı n! içinde kaç tane var?

Bunu bulmak için n yi x bölün, bölüm sonucunu bir daha bölün, bölüm sonucunu bir daha... ve bütün bölüm sonuçlarını toplayın. O kadar işte.

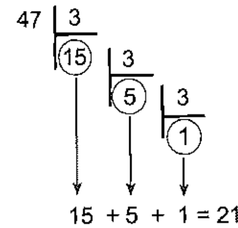
Örneğin 47! içindeki 3 lerin sayısını bulalım.

Bu soru şöyle sorulabilir.
n ve m pozitif tam sayı olmak üzere

$m = \frac{47!}{3^n}$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

Yukarıda anlattığım şey şuydu.



15 + 5 + 1 = 21

Demek ki 47! içinde 21 tane 3 varmış. 47! açıp görebilirsiniz©

10. a ve n pozitif tam sayılar ve

$a = \frac{25!}{2^n}$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

1. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$38! = 2^y \cdot x$

olduğuna göre, x in en küçük değeri için y kaçtır?

2. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{100!}{5^x}$

kesri doğal sayı olduğuna göre, x en çok kaçtır?

3. n pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{81!}{5^n}$

ifadesi bir tam sayıya eşit olduğuna göre n en çok kaçtır?

4. x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x = \frac{13!}{2^y}$

olduğuna göre, y kaç farklı değer alabilir?

5. n, a, b pozitif tam sayılardır.

$10! = 2^a \cdot 3^b \cdot n$

olduğuna göre, a + b toplamı <u>en çok</u> kaçtır?

6. x, y ve z pozitif tam sayı olmak üzere,

$25! = 7^x \cdot 5^y \cdot z$

olduğuna göre, x + y toplamı en çok kaçtır?

7. k, m, n, p pozitif tam sayılar olmak üzere,

$k \cdot 3^m \cdot 5^n \cdot 7^p = 50!$

olduğuna göre, m + n + p toplamı en çok kaçtır?

- **n! sonundaki sıfırların sayısı içindeki 5 lerin sayısı kadardır.**

8. 75!

sayısının sağdan sola doğru (en sondan) kaç basamağı sıfırdır?

9. 150!

sayısının sonundaki kaç basamak sıfırdır?

10. 98! + 99!

toplamının sondan kaç basamağı sıfırdır?

(n! – 1) sayısının sonundaki 9 ların sayısı da yine n! in içindeki 5 lerin sayısı kadardır.

11. 65! – 1

sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

12. 250! – 1

sayısının sondan kaç basamağı 9 dur?

Bölen sayı daima asal olması lâzım.

Meselâ şu örnekte 40 ı 15 e değil 15 in asal çarpanlarından büyük olan 5 e bölmeniz lâzım.

13. A ve x pozitif tam sayı olmak üzere,

$$A = \frac{40!}{15^x}$$

olduğuna göre, x en çok kaçtır?

14. x ve y pozitif tam sayı olmak üzere,

$$y = \frac{50!}{6^x}$$

olduğuna göre, x en çok kaçtır?

15. m ve n pozitif tam sayı olmak üzere,

$$m \cdot 10^n = 100!$$

olduğuna göre, n en çok kaçtır?

16. x ve y pozitif tam sayı olmak üzere,

$$y = \frac{30!}{4^x}$$

olduğuna göre, x en çok kaçtır?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

2. Hafta

- *Sayı Basamakları*
- *Taban Aritmetiği*

Üstelemek başarının temel unsurudur. Kapıyı yeterince uzun süre ve yüksek sesle çalarsanız, birilerini uyandıracağınızdan emin olabilirsiniz.

Henry Wadsworth Longfellow

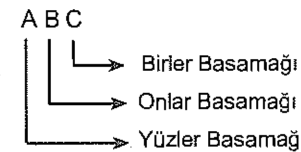
Bir şeyi gerçekten istiyorsan, bütün engelleri yenip ona ulaşabilirsin.

Shelton Skelton

SAYI BASAMAKLARI

Hatırlayacaksınız. İlköğretimde anlatılan şu "birler basamağı, onlar basamağı, yüzler basamağı..." filan. Konu bu. Yani, sayıları çözümleyerek yazma olayı.

Örneğin,
582 sayısını ele alalım.
Bu sayıyı 582 = 500 + 80 + 2 gibi yazmamızda bi sakınca yok bence. Hatta bunu şu şekilde yazsam 582 = 5.100 + 8.10 + 2 yine itiraz edemezsiniz.
Daha büyük bir sayıyı, meselâ 3694 ü çözümleyerek yazayım.
3694 = 3000 + 600 + 90 + 4
= 3.1000 + 6.100 + 9. 10 + 4
Ne fark etti ki?
Çok fark ediyor. Ama anlayabilirseniz☺
Bunlardan bahsederek harfli marfli (ABC, AB, ABCD gibi) verilen sayılara geçiş yapmaya çalışıyorum.☺
Şimdi 582 yerine ABC desem aynı şeyi yapabilir misiniz?
Yardımcı olayım. ☺



ABC = A.100 + B.10 + 1.C
= 100A + 10B + C

İşte buradaki bütün olay bu.

Diyelim ki ABCD dört basamaklı bir sayı olsun.

Bu sayının çözümlenmiş biçimi,

$ABCD = 1000 \cdot A + 100 \cdot B + 10 \cdot C + D$

Anladınız mı şimdi?

Devam edeyim.(Tabii ben çözümlemeye devam ederken siz de olayın mantığını anlamaya çalışın.)

AB = 10A + B

ABC = 100A + 10B + C

AAA = 100A + 10A + A = 111A

AAB = 100A + 10A + B

Şimdi "Bunlar ne işe yarayacak?" diye düşünmeyin. İşe yaramayacak olsa niye vereyim ki. ☺

Ha, bu arada bu şekilde AB, ABC, ABA, ABCD gibi harflerle ifade edilen sorularda sayılar çözümlendikten sonra genellikle ortak paranteze alabileceğiniz ifadelerle karşılaşırsınız. Ama her zaman değil tabii ki☺

Örnek vereyim. (Ben çözümleyip paranteze alınmış şekilde yazıyorum. Ama siz bi zahmet biraz kafa yorun bunlara ve işlemleri yapın.☺)

Örneğin

AB + BA = 10A + B + 10B + A = 11(A + B)

AB – BA = (10A + B) – (10B + A) = 9(A – B)

ABC + BCA + CAB = 111(A + B + C)

ABC – CBA = 99(A – C)

ABCD – DBCA = 999(A – D)

ABC – BAC = 90(A – B)

"İyi de halen daha bunların ne işe yaradığını bilmiyorum ki?" der gibisiniz. Onun için size küçük bir örnekçik vereyim de görün bari☺

Örnek soru

ABC ve CBA üç basamaklı sayılar ve

ABC – CBA = 396

olduğuna göre, A – C farkı kaçtır?

İşte AB, ABC, BA, CBA, gibi harflerle ifade edilen iki, üç , ... basamaklı sayıların içinde olduğu bu tür sorularda sayıları çözümleyince büyük bir olasılıkla ya direkt sonucu bulursunuz. Ya da sizi sonuca götürecek bilgiye ulaşırsınız.
Ok☺
Çözelim,
ABC – CBA = (100A + 10B + C) – (100C + 10B + C)
Parantezleri doğru açar ve ortak paranteze alırsanız ABC – CBA = 99A – 99C = 99(A – C) bulursunuz.

İşte bu 99 (A – C) = 396 imiş.
Buradan da A – C = 4 bulursunuz artık☺
Rahatladınız mı şimdi?

1. AB ve BA iki basamaklı sayılar ve

AB + BA = 132

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

2. AB ve BA iki basamaklı sayılar ve

AB – BA = 54

olduğuna göre, A – B farkı kaçtır?

3. AA ve BB iki basamaklı sayılar ve

AA – BB = 77

olduğuna göre, A – B farkı kaçtır?

4. ABC, BCA, CAB üç basamaklı sayılar ve

ABC + BCA + CAB = 888

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

5. A0B ve B0A üç basamaklı sayılar ve

A0B + B0A = 1111

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

6. AAB, BBA üç basamaklı sayılardır.

AAB + BBA = 1221

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

7. K2M ve M2K üç basamaklı sayılar ve

K2M + M2K = 1252

olduğuna göre, K + M toplamı kaçtır?

8. A7BC ve A4BC dört basamaklı sayılardır.

Buna göre, A7BC – A4BC farkı kaçtır?

9. ABC ve BAC üç basamaklı sayılar ve

ABC – BAC = 630

olduğuna göre, A – B farkı kaçtır?

10. X ve Y beş basamaklı sayılardır.

X = AB5C2

Y = AB2C5

olduğuna göre, X – Y farkı kaçtır?

Önce dinleyin bakalım.
Yalnız çok da aceleci olmayın. Sindirerek gidin. Bu çok önemli.
Ve kesinlikle şunu aklınızdan çıkarmayın. Matematiğe gerekli zamanı ayırır ve antrenmanları da sabırlı bir şekilde yaparsanız bu işin üstesinden çok rahatlıkla gelebilir ve bu sıkıntıdan ömür boyu kurtulabilirsiniz. (Sonra bize de bi teşekkür edersiniz.☺)

Örnek soru
AB iki basamaklı bir sayı C bir rakam olmak üzere,

AB – (A + B + C) = 41

olduğuna göre, C kaçtır?

Çözeyim,
AB = 10A + B yazın ve parantezi açın önce. Gerisi kolay☺

10A + B – A – B – C =41

9A – C = 41

İyi de C kaç ki?
Unutmayın ki A, B, C birer rakam olduğundan çok fazla seçeneğiniz olmaz. Bundan emin olun.
Düşünün bakalım. 9 un katlarından 40 lı ne var ki? 45 değil mi?
Evet, A = 5 için C = 4 oluyor. (Başka değer olmuyor zaten. Deneyin isterseniz☺)

İşte Canlar, sayı basamaklarında soruların büyük bir çoğunluğu verdiğim örnekçiklerdeki gibi çözümleme yaparsanız rahatlıkla çözebileceğiniz sorular. Ama bazen çözümlemeden sonra yorum da yapmanız gerekebilir.
Geçiyorum.
ABC ve CBA üç basamaklı sayılar ve A – C = 4 olsaydı ABC sayısı en az kaç olabilir? diye sorsaydım. Cevabınız kaç olurdu?

A – C = 4 olduğuna göre, A ve C ye alabilecekleri en küçük değerleri verip de A = 4 ve C = 0 alsak olur mu?
Iıhhh ..!

Çünkü en sola sıfır gelemez.
C = 0 olursa CBA üç basamaklı olur mu? N'ber?

Onun için C ye en az 1 ve buna bağlı olarak da A ya 5 vermek lâzım. Ama B ye verebileceğiniz değerde hiçbir sıkıntı yok
B = 0 olabilir meselâ.
Dolayısıyla da sorudaki ABC sayısı en az 501 olabilir. Biraz uzun oldu ama anlatmam lâzımdı. İyi de oldu aslında.

1. AB iki basamaklı sayıdır.

AB + (A + B) = 81

olduğuna göre, B kaçtır?

2. C bir rakam, AB iki basamaklı sayı ve

AB – (A + B + C) = 52

olduğuna göre, C kaçtır?

3. ABC üç basamaklı sayı ve

ABC – (A + B + C) = 432

olduğuna göre, A.B çarpımı kaçtır?

4. ABC üç basamaklı AB iki basamaklı sayılar ve

ABC + AB = 356

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

5. KLM üç, KL iki basamaklı sayılardır.

KLM – KL = 240

olduğuna göre, K + L + M toplamı kaçtır?

6. AB iki basamaklı sayı ve C bir rakamdır.

$AB = \frac{347 + C}{10}$

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

7. AB ve BA iki basamaklı sayılar ve

AB – BA = 45

olduğuna göre, AB sayısı en çok kaçtır?

8. ABC, CBA üç basamaklı sayılar ve

ABC – CBA = 297

olduğuna göre, ABC sayısı en az kaçtır?

9. AB, BC, CA iki basamaklı sayılar ve

AB + BC + CA = 143

olduğuna göre, AB sayısı en çok kaç olabilir?

10. AB iki basamaklı sayı ve

A + 1 = 3.B

olduğuna göre, bu koşula uygun kaç farklı AB sayısı yazılabilir?

11. AB ve BA iki basamaklı sayılar ve

AB + BA = 154

olduğuna göre, bu koşula uygun kaç farklı AB sayısı yazılabilir?

12. ABC, BCA, CAB üç basamaklı sayılar ve
A > B > C olmak üzere,

ABC + BCA + CAB = 999

olduğuna göre, A en çok kaçtır?

Kaç farklı sayı yazılabilir muhabbeti☺

Çözümleme gerekiyorsa çözümleyin. Sonra da mantıklı ve sistematik değerler vererek çözün. Bi örnek vereyim.

Örnek Soru

ABC üç basamaklı sayı ve

A = 2B ve B > C

olduğuna göre, bu koşullara uygun kaç farklı ABC sayısı yazılabilir?

Öğrenci milletinin pek hoşuna gitmez "kaç farklı sayı yazılabilir?" türü sorular. Ama kesinlikle çok zor değildir bu tür sorular. Yeter ki mantıklı ve sistematik düşünün.
Gelin birlikte düşünelim şimdi.
A, B nin 2 katı olacak ve B de C den büyük olacak. O halde biz B ye değer verip A ve C nin alabileceği değerleri bulcaz.
Ok☺

- B = 1 ise A = 2 ve burada C = 0 olabiliyor. (bu durumda ABC = 210 oluyor.)
- B = 2 ise A = 4 ve C = 0 veya 1 olabilir. (2 sayı var burada. 420, 421)
- B = 3 ise A = 6 ve C = 0, 1 veya 2 olabilir. (3 sayı var burada. 630, 631, 632)
- B = 4 ise A = 8 ve C = 0, 1, 2 veya 3 olabilir. (4 sayı var burada. 840, 841, 842, 843)

Hepsi etti 10 sayı. Demek ki 10 tane ABC sayısı yazılabiliyormuş.
Anlayın diye uzun uzun yazdım hepsini.
Anladınız mı?

1. ABA, BAB üç basamaklı sayılar ve A > B dir.

ABA + BAB = 777

olduğuna göre, A kaç farklı değer alabilir?

2. ABC üç basamaklı sayı ve

A = 4B

B < C

olduğuna göre, bu koşullara uygun kaç farklı ABC sayısı yazılabilir?

3. ABC ve CBA üç basamaklı sayılar ve

ABC – CBA = 693

olduğuna göre, bu koşula uygun kaç farklı ABC sayısı yazılabilir?

4. ABC ve CBA rakamları birbirinden farklı üç basamaklı sayılardır.

ABC – CBA = 594

olduğuna göre, ABC sayısı kaç farklı değer alabilir?

5. 1, 3, 7 ve 9 rakamları kullanılarak yazılan rakamları farklı dört basamaklı ABCD sayısının rakamları arasında A + B = C + D bağıntısı vardır.

Buna göre, bu koşula uygun en büyük ABCD sayısının onlar basamağı kaçtır?

6. 2, 3, 8 ve 9 rakamları kullanılarak yazılan KLMN dört basamaklı sayısının rakamları arasında K + L = M + N bağıntısı vardır.

Buna göre, bu koşula uygun kaç farklı KLMN sayısı yazılabilir?

7. AB iki basamaklı sayı ve A < B olmak üzere,

52 < AB < 75

olduğuna göre, bu koşullara uygun kaç farklı AB sayısı yazılabilir?

8. A, B ve C farklı rakamlar olmak üzere,

3A = B + 2 = C

olduğuna göre, bu koşula uygun kaç farklı ABC sayısı yazılabilir?

Birler basamağını 2 artırılır, onlar basamağı 3 azaltılırsa... sayı kaç azalır?(veya artar?)

Size şöyle bir soru sorayım.

3456 sayısının birler basamağını 2 artırsam, onlar basamağını 1 azaltsam, yüzler basamağını 3 artırsam ve binler basamağını 1 azaltsam bu sayı nasıl değişir?

Yani kaç artar veya azalır?

Ne dersiniz?

...

Ne var ki bunda? Dediklerimi yaptıysanız 2748 i bulmuş ve 3456 ile arasındaki farkı hesaplamışsınızdır.

Şu sonucu çıkarırsınız artık☺

Bir sayının birler basamağı 1 artırılırsa sayı 1 artıyor, onlar basamağı 1 artırılınca sayı 10 artıyor, yüzler basamağı 1 artırılınca sayı 100 artıyor, binler basamağı 1 artırılınca sayı 1000 artıyor, ... (azaltılınca da azalıyor doğal olarak)

Onu da söyleyeyim. Yukarıdaki sayı 708 azalıyor☺

9. **Üç basamaklı bir doğal sayının birler basamağı 2 artırılır, onlar basamağı 5 azaltılır ve yüzler basamağı 3 artırılırsa bu sayı kaç artar?**

10. **En az dört basamaklı bir doğal sayının binler basamağı 2 artırılır, yüzler basamağı 5 azaltılır, onlar ve birler basamağı 5 artırılırsa bu sayı kaç artar?**

11. **Her biri en az üç basamaklı 6 doğal sayının yüzler basamağı 3 artırılır, onlar basamağı 2 azaltılır ve birler basamağı 2 artırılırsa bu sayıların toplamı nasıl değişir?**

1. Her biri en az 2 basamaklı 12 doğal sayının onlar basamağı 3 artırılır, birler basamağı x azaltılırsa bu sayıların toplamı 300 artıyor.

Buna göre, x kaçtır?

2. ABC üç basamaklı AC iki basamaklı sayılar ve x = ABC + AC dir.

Buna göre, A rakamı 2 artırılır B ve C 1 azaltılırsa x sayısı nasıl değişir?

3. AB iki basamaklı doğal sayı ve x = 25. AB dir.

Buna göre AB sayısının rakamları 1 artırılırsa x kaç artar?

4. Bir öğrenci x sayısı ile 24 ü çarpmak isterken yanlışlıkla x in 3 olan onlar basamağını 8 olarak almıştır.

Buna göre, bulduğu sonuç doğru sonuçtan kaç fazladır?

5. Bir öğrenci x sayısı ile 45 i çarpmak isterken yanlışlıkla x in 0 olan onlar basamağını 6 olarak görmüş ve işlem yaparak sonucu 7290 bulmuştur.

Buna göre, doğru sonuç kaçtır?

Metin olarak verilen sayıyı yazma olayı

Sınavlarda soru soran amcalar (teyzeler de olabilir tabii ki. Bilmiyorum☺) bazen sayıları direkt vermektense işi uzatır ve soruları paragraf sorusu gibi sorarlar.

Meselâ 987 demektense, **rakamları birbirinden farklı üç basamaklı en büyük pozitif tam sayı** derler.

Yani, okuduğunuzu doğru anlayıp istenen sayıyı da doğru yazabilmenizi arzu ederler. Bilginiz olsun.(Ne çok şey istiyor bu amcalar☺)

Bu tür sorularda şunlara dikkat edin.

Sayı(lar) kaç basamaklı?

Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı mı?

Sayılar birbirinden farklı mı?

Sayılar pozitif mi? Negatif mi?

Tek mi? Çift mi?

....

Ben birkaç tane yazayım,

- İki basamaklı, rakamları birbirinden farklı en büyük tek sayı: 97
- Üç basamaklı en küçük pozitif çift sayı: 100
- Üç basamaklı rakamları farklı en küçük pozitif çift sayı: 102
- Rakamları sıfırdan farklı üç basamaklı en küçük pozitif çift sayı: 112
- Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı üç basamaklı en küçük pozitif çift sayı: 124
- Dört basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayı: – 1023

- İki basamaklı en küçük negatif tam sayı: – 99
- Rakamları birbirinden farklı ve asal olan iki basamaklı en büyük doğal sayı: 75
- Rakamları birbirinden farklı ve çift olan dört basamaklı en küçük doğal sayı: 2046

Çoğaltılabilir bunlar.
Peki, bunlarla ilgili nasıl sorular gelebilir?
Göstereyim.

Örnek soru
Üç basamaklı en büyük pozitif tam sayı ile üç basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

Cevabı kaç buldunuz?
- 885 mi?
- 876 mı?
- 897 mi?
- Yoksa 764 mü?

... ya da ☺
Cevap 897 olacak.
Üç basamaklı en büyük pozitif tam sayı 999 (rakamları farklı demedim.) ve üç basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayı – 102 dir. (rakamları sıfırdan farklı demedim) Bu sayıların toplamı da 999 + (-102) = 897 dir.
Anlaşıldı mı şimdi?

6. **İki basamaklı rakamları farklı en büyük doğal sayı ile iki basamaklı en küçük doğal sayının toplamı kaçtır?**

7. **İki basamaklı en küçük pozitif tam sayı ile üç basamaklı en küçük pozitif tam sayının toplamı kaçtır?**

8. **Üç basamaklı en büyük pozitif tam sayı ile iki basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?**

9. **Üç basamaklı rakamları farklı en büyük pozitif tam sayı ile üç basamaklı rakamları farklı en küçük doğal sayının farkı kaçtır?**

10. **Dört basamaklı rakamları farklı en küçük pozitif tamsayı ile üç basamaklı rakamları farklı en büyük tam sayının farkı kaçtır?**

11. **Üç basamaklı rakamları farklı en küçük pozitif tam sayı ile iki basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tek sayının toplamı kaçtır?**

12. **Üç basamaklı, rakamları farklı en büyük negatif tam sayı ile rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı iki basamaklı en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?**

1. **Üç basamaklı, rakamları farklı en küçük pozitif tam sayı ile üç basamaklı rakamları farklı en büyük pozitif çift sayının toplamı kaçtır?**

2. **Dört basamaklı en büyük negatif tam sayı ile üç basamaklı rakamları farklı en büyük pozitif tam sayının toplamı kaçtır?**

3. **Rakamları farklı ve çift olan üç basamaklı en küçük pozitif tam sayı rakamları farklı iki basamaklı en küçük pozitif tek sayıdan kaç fazladır?**

4. **2, 3, 4, 7, 8 ve 9 rakamlarının her biri sadece birer defa kullanılarak yazılan üç basamaklı farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?**

5. **0, 1, 2, 3, 4, 7 rakamlarının her biri sadece birer defa kullanılarak yazılan iki basamaklı farklı üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?**

6. Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı ABCD sayısının rakamları toplamı 15 tir.

   Buna göre, en küçük ABCD sayısı için C kaçtır?

7. **Dört basamaklı rakamları birbirinden farklı en büyük pozitif tam sayı ile üç basamaklı rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı en küçük pozitif tam sayının farkı kaçtır?**

8. **Dört basamaklı bir sayı ile üç basamaklı bir sayının çarpımı en az kaç basamaklı bir sayıdır?**

"En büyüğü en çok kaçtır? En küçüğü en az kaçtır?" biçimindeki soruların mantığı...

Aslında burada vereceğim temel mantığı iyi anlarsanız ilerdeki konularda pek çok yerde işinize yarayacak. Göreceksiniz.
Örnek üzerinde göstereyim mi?
...

Örnek soru
Birbirinden farklı üç basamaklı dört pozitif tek sayının toplamı 560 olduğuna göre en büyüğü en çok kaç olabilir?

Bu tür soruların temel mantığı şu
Toplamı verilmiş olan sayıların (üç sayının, dört sayının, ...), en büyüğünün en çok olmasını istiyorsanız diğer sayıları verilen şartlara uygun en küçük sayılar seçin.

Şimdi soruyu bu mantıkla düşünerek çözelim.
İlk önce şunlara dikkat edin. Birincisi sayılar üç basamaklı, ikincisi sayılar birbirinden farklı (dikkat edin rakamları farklı demiyor.) üçüncüsü de bu sayılar tek sayı olacak.
Ve en büyüğünün alabileceği en büyük değer sorulmuş. Onun için bu dört sayının üçünü verilen şartları sağlayan en küçük sayılar seçmek lâzım.
Seçelim bakalım.
Bu sayıların en küçüğü 101 olabilir. (Rakamları farklı dememişti☺) Bir sonraki 103 (sayılar birbirinden farklı demeseydi bunu da 101 alabilirdik.) Bir sonraki de 105 olacak.
Bu üç sayının toplamı 101 + 103 + 105 = 309 olduğuna göre, dördüncü sayıyı (yani, en büyük sayı en çok) 560 – 309 = 251olarak bulursunuz artık.

Anladınız mı bunu?

Yine aynı mantıkla toplamı verilmiş olan sayıların (üç sayının, dört sayının, ...), en küçüğünün en az olmasını istiyorsanız diğer sayıları verilen şartlara uygun en büyük sayılar seçin.

Buna da bi örnek vereyim.

Örnek soru
İki basamaklı rakamları farklı dört farklı tam sayının toplamı 350 olduğuna göre, en küçüğü en az kaç olabilir?

Soruda toplamı 350 olan dört sayıdan en küçüğünün alabileceği en küçük değer sorulduğuna göre, diğer üç sayıyı mümkün olan en büyük sayılar seçmek lâzım.
Bu sayılar da, 98, 97 ve 96 (hem sayılar farklı hem de rakamları farklı demiş çünkü)
Bu üç sayının toplamını 350 den çıkarınca en küçük sayının alabileceği en küçük değeri bulmuş olursunuz.
Bulun artık☺ 59 değil mi?
...

Şu "**rakamları farklı sayılar**" ve "**farklı sayılar**" meselesine takılanlar için izah edeyim.

Rakamları farklı ne demek?
Bu herhangi bir sayının içindeki bütün rakamların birbirinden farklı olması demek. (Yoksa sayıların birinde kullandığınız rakamı diğer sayılarda kullanmanızda bir sakınca yok. Yeter ki herhangi bir sayıyı yazarken aynı rakamı iki defa kullanmayın.)

Farklı sayılar ne demek?
Aynı sayıyı iki defa yazmayın demek.

Şimdi şu üç soruyu ve cevabını inceleyerek ne demek istediğimi anlamaya çalışın lütfen.

Rakamları farklı üç basamaklı üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?
Sorusunun cevabı 102 + 102 + 102 = 306 dır.

Üç basamaklı birbirinden farklı üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?
Sorusunun cevabı 100 + 101 + 102 = 303 tür.

Rakamları farklı üç basamaklı birbirinden farklı üç doğal sayının toplamı en az kaçtır?

Sorusunun cevabı ise 102 + 103 + 104 = 309 dur.

1. **Rakamları farklı iki basamaklı dört doğal sayının toplamı 116 olduğuna göre bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?**

2. Rakamları farklı iki basamaklı birbirinden farklı dört doğal sayının toplamı 130 dur.

   Buna göre, bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

3. Rakamları farklı iki basamaklı farklı beş doğal sayının toplamı 131 dir.

   Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

4. En küçüğü 23 olan farklı dört doğal sayının toplamı 145 tir.

   Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaç olabilir?

5. Rakamları farklı üç basamaklı farklı üç doğal sayının toplamı 435 tir.

   Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

6. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı beş doğal sayının toplamı 1111 dir.

   Buna göre, bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

7. Rakamları farklı üç basamaklı farklı altı doğal sayının toplamı 754 tür.

   Buna göre, bu sayıların en büyüğü en çok kaçtır?

8. 150 den büyük rakamları farklı beş farklı doğal sayının toplamı 1024 tür.

   Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaçtır?

9. Rakamları farklı iki basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 340 tır.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

10. En büyüğü 89 olan iki basamaklı farklı dört doğal sayının toplamı 300 dür.

Bu sayıların en küçüğü en az kaçtır?

11. Rakamları farklı üç basamaklı farklı beş doğal sayının toplamı 4051 dir.

Bu sayıların en küçüğü en az kaçtır?

12. Rakamları farklı üç basamaklı beş doğal sayının toplamı 4201 dir..

Bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

13. Dört basamaklı dört farklı doğal sayının toplamı 34005 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü en az kaçtır?

14. Rakamları tek ve birbirinden farklı üç basamaklı farklı üç doğal sayının toplamı 2105 tir.

Sayıların en küçüğü en az kaçtır?

15. İki basamaklı farklı iki doğal sayının toplamı kaç farklı değer alabilir?

16. Rakamları farklı üç basamaklı farklı iki doğal sayının toplamı en çok x en az y dir.

Buna göre, x – y farkı kaçtır?

TABAN ARİTMETİĞİ

Çok basit bir konu.
Ama sınavda gelmezse başka bir yerde işinize yarayacağını zannetmiyorum☺ Gerçi akılda kalmayacak türden bi şey de değil. Korkmayın.
En başta şunu söyleyeyim. Taban parantezin sağ alt köşesine ve küçücük yazılıyor☺

Mesela 5 tabanındaki 432 sayısı $(432)_5$ biçiminde yazılır.
8 tabanında ki 57 sayısı da $(57)_8$ biçiminde.

Anladınız mı?
Yani, kısacası n sayı tabanı olmak üzere, n tabanındaki abc sayısı $(abc)_n$ şeklinde yazılır.

Burada a, b ve c n tabanında rakamlardır. Ve n den küçüktürler.
5 tabanındaki rakamlar 0,1, 2, 3 ve 4
7 tabanındaki rakamlar 0, 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 dır.
Örneğin,
$(12a1)_5$ sayısında a yerine 0, 1, 2, 3, 4 gelebilir. 5 ve daha büyük rakamlar ise gelemez.

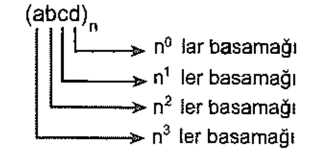
Ve unutmadan şunu da söyleyeyim. n yerinde hiçbir şey yazmıyorsa taban 10 demektir.
Meselâ 10 tabanındaki 352 sayısı $(352)_{10} = 352$ olarak yazılır.

Günlük yaşamda bütün işlemler 10 tabanında yapılır. Düşünsenize bir traktör alıyorsunuz ve fiyatı $(2413000)_5$ TL. kaç kişi hesaplayabilir bunu? ☺

Herhangi bir tabanda verilen sayı 10 tabanına nasıl çevrilir?

Verilen sayıyı o tabanda çözümler ve toplarsınız.
Sonuç 10 tabanındadır.
Anlaşıldı mı?

Sayıların çözümlemesindeki aynı mantık aslında. Ama burada birler, onlar yüzler, ... basamağı yok tabii ki.☺



Örneğin 5 tabanındaki 2314 sayısının çözümlenmiş hali $(2314)_5 = 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0$ şeklindedir.
Aynı şekilde 3 tabanındaki 12011 sayısının 10 tabanındaki eşitin bu sayı 3 tabanında çözümleyerek bulabilirsiniz.

Bulalım.

$(12011)_3 = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$

$= 81 + 54 + 0 + 3 + 1 = 139$

Bazen sayının içinde bilinmeyenler olabilir. Önemli değil siz yine aynı şekilde çözümleyin. Korkmayın. Bilinmeyen varsa da çıkar zaten.☺

1. Aşağıda farklı tabanlarda verilen sayıların 10 tabanında kaça eşit olduğunu bulunuz.

a) $(312)_4 =$

b) $(1356)_7 =$

c) $(1043)_6 =$

d) $(1320)_5 =$

e) $(21221)_3 =$

2. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarının 10 tabanında kaça eşit olduklarını bulunuz.

a) $(222)_3 + (22)_4$

b) $(421)_5 - (32)_4$

c) $(1111)_2 \cdot (21)_3$

d) $(14)_6 \cdot (32)_4 - (123)_{10}$

e) $\dfrac{(222)_3 + (22)_4}{(11)_5}$

Bazen sayıyı 10 tabanına çevirdiğinizde elde edilen ifade bir denkleme dönüşebilir. Ama olsun denklem çözebiliyorsunuz zaten☺
Ve bilinmeyen bazen sayının tabanında veya eşitliğin sağ tarafında olabilir. Fark etmez çözümleyip eşitleyin yine.

Örnek Soru

$(203)_m = 53$

olduğuna göre m kaçtır?

Yine çözümliycez ve bulduğumuz sonucu 53 e eşitliycez. Var mı bi zorluğu?
Çözümleyip eşitleyelim bakalım.

$(203)_m = 2 \cdot m^2 + 0 \cdot m^1 + 3 \cdot m^0 = 53$

Artık bu eşitlikten m = 5 i bulursunuz☺
Buldunuz mu?
Ok☺

3. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyeni (x, m, a her neyse işte...)kaçtır?

a) $(1a2)_3 = 14$

b) $(aa1)_3 + (a12)_4 = 63$

c) $(aaa)_4 + (aa)_5 = 54$

d) $(101)_m = 26$

e) $(a00)_6 = 180$

10 tabanındaki bir sayı başka tabana nasıl çevrilir?

10 tabanındaki bir sayıyı başka tabana çevirirken sayıyı istenilen tabana bölün. Bölüm sonucunu bi daha bölün. Bi daha bölün, bi daha bölün.☺ Bölüm sonucu tabandan küçük olunca durun ve en son bölüm sonucu ile kalanları tersten yazın.
Bu işte bir terslik olduğu belli zaten.☺
Örnek üzerinde anlatayım.

Örnek Soru 8
71 in 5 tabanında kaça eşit olduğunu bulalım.

Hiçbir şey söylemeden işlemi yapayım. Bakalım anlayacak mısın?

71 | 5
−70 | 14 | 5
(1) −10 | (2)
(4)

Anladınız mı?
Anlamadıysanız dinleyin bakalım. Ne yaptığımı anlatayım☺
İlk önce 71 i 5 e böldüm. Bölümü 14, kalan1 (kalan 1 i yuvarlak içine aldım.) buldum. Sonra 14 ü tekrar 5 e böldüm. Bölümü 2 kalanı 4 buldum. Bu kalan 4 ü de yuvarlak içine aldım. Ve en son bölüm olan 2 yi de. (Çünkü artık 2 yi 5 e bölemiyorum.)
Sonra da yuvarlak içine aldığım sayıları en sağdaki sayıdan başlayarak sola doğru yan yana yazdım☺ ve $71 = (241)_5$ buldum.

1. 10 tabanındaki 43 sayısı 5 tabanında kaça eşittir?

2. 10 tabanındaki 235 sayısı 6 tabanında kaça eşittir?

3. 10 tabanındaki 111 sayısı 3 tabanında kaça eşittir?

4. 10 ve 3 sayı tabanı olmak üzere,

$(58)_{10} = (abcd)_3$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

5. 131 sayısı 4 tabanında kaça eşittir?

6. 5 sayı tabanını göstermek üzere,

$(abc)_5 = 32$

denklemini sağlayan a + b + c toplamı kaçtır?

Bir Tabandan Başka Bir Tabana Geçiş

Herhangi bir tabanda verilen sayıyı başka bir taban da yazmak için verilen sayıyı önce 10 tabanında sonra da istenilen tabanda yazın.
Anlayacağınız iki adımlı bir işlem bu.

Örnek

$(25)_9$ **sayısı 4 tabanında kaça eşittir?**

İlk hareket $(25)_9$ sayısını 10 tabanında yazmak.

Yazalım.

$(25)_9 = 2 \cdot 9^1 + 5 \cdot 9^0 = 23$

İkinci hareket de 23 ü 4 tabanında yazmak.
Kaç buldunuz?
$(113)_4$ değil mi?

7. 8 tabanındaki 57 sayısı 5 tabanında kaça eşittir?

8. $(124)_5 = (n)_3$

olduğuna göre, n kaçtır?

9. 6 tabanındaki $(54)_6$ sayısı 9 tabanında kaça eşittir?

10. 2 tabanındaki $(111011)_2$ sayısı 5 tabanında kaça eşittir?

11. 4 tabanındaki $(1032)_4$ sayısı 5 tabanında kaça eşittir?

12. 7 tabanındaki $(216)_7$ sayısı 8 tabanında kaça eşittir?

13. $(m)_7 = (513)_6$

olduğuna göre, m kaçtır?

14. 8 ve 9 sayı tabanını göstermek üzere,

$(1a4)_8 = (130)_9$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

Hiç düşündünüz mü?
Acaba 5 tabanında toplama, çıkarma, çarpma işlemleri nasıl yapılır diye?
Öyle ya! Düşünecek başka işiniz yok nasılsa.☺

Herhangi Bir Tabanda İşlemler

Toplama

Bu işin nasıl olduğunu yazmak hem uzun hem de yazılanı sizin gibi acemi çaylakların anlaması biraz fazla zaman alır.
Onun için mırın kırın etmeye gerek yok. Örneklere geçelim.☺

Örnek Soru

$(143)_5 + (344)_5$

işleminin sonucu aynı tabanda kaçtır?

Anlatırken çok kısa aslında. Ama yazarak da anlatınca biraz uzunmuş gibi geliyor.
Önce sayıları alt alta yazın bi.☺
Toplamaya burada da yine en sağdan başlanıyor.

$(1\,4\,3)_5 + (3\,4\,4)_5 = \ldots 2$; $3 + 4 = 7$, $7 \div 5$: bölüm 1, kalan 2

kalanı yazıyoruz — elde var 1 :)

3 ve 4 ü toplayıp bulduğum **7** yi 5 e böldüm ve kalan 2 yi yazdım. Elde var 1(bölüm sonucu)

$(1\,4\,3)_5 + (3\,4\,4)_5 = \ldots 4\,2$; $4 + 4 + 1 = 9$ (eldeki 1), $9 \div 5$: bölüm 1, kalan 4

kalanı 3 ü yazıyoruz — elde yine 1 var

4 ile 4 ü toplayıp eldeki 1 i de buna ekleyip 9 buldum. 9 u 5 e bölünce bölüm 1 kalan 4 olduğundan kalan **4** ü yazdım. (yine elde 1 var)

$(1\,4\,3)_5 + (3\,4\,4)_5 = (1\,0\,4\,2)_5$; $1 + 3 + 1 = 5$ (eldeki 1), $5 \div 5$: bölüm 1, kalan 0

1 ile 3 ü toplayıp buna eldeki 1 i de ekledim. Ve bulduğum 5 i 5 e böldüm. Kalan 0 ı yazdım. En son bölüm olan eldeki 1 i de en sağa yazdım. Ve bu basit işlemi matematik kitabında bu şekilde ilk kez anlatan olarak tarih sayfalarına geçtim☺

1. Aşağıda değişik tabanlarda verilen toplama işlemlerinin sonucu aynı tabanda kaçtır?

a) $(41)_5 + (34)_5$

b) $(231)_4 + (302)_4$

c) $(251)_6 + (345)_6$

d) $(152)_7 + (215)_7$

e) $(612)_9+(343)_9$

f) $(2021)_3+(1202)_3$

g) $(441)_5+(1101)_5$

Çıkarma

Yine örneklerle izah edeyim.

Ama sadece şunu söyleyeyim. 10 tabanında işlem yaparken komşudan alınan 10 luk yerine burada komşudan alınanın daima taban olacağını bilmek lazım. Yani 5 tabanında işlem yapıyorsanız komşudan 5 alırsınız. 6 tabanında yapıyorsanız da 6. Anladınız mı?

- Iııh..! ☺

Neyse bir kez daha dinleyin bakalım.
Örnek üzerinde anlatıyorum.

Örnek soru

$(323)_5-(134)_5$

işleminin sonucu 5 tabanında kaçtır?

Anlatayım.
İşlemi hem yapayım. Hem de yazarak anlatayım. (Bunu yazmanın ne kadar sıkıntı olduğunu bir bilseniz☺)

komşudan alınan 5

$(3\,2\,3)_5$ $\quad 3+5=8$
$-\ (1\,3\,4)_5$ $\quad -4$
4 $\quad 4$

Önce sayıları alt alta yazdım☺
Baktım. 3 ten 4 çıkıyor mu diye. Çıkmadı. O zaman gittim komşuya. Komşudan aldım bir 5 lik (Unutmayın komşudan alınan daima tabandır.)
3 + 5 etti 8. Bu 8 den 4 ü çıkardım. Kaldı 4. İşte bunu sonuca yazdım.
Bu arada yan komşuda 1 kaldı. (2 nin 1 ini verdi çünkü)

komşudan alınan 5

$(3\,\not{2}^{1}\,3)_5$ $\quad 1+5=6$
$-\ (1\,3\,4)_5$ $\quad -3$
$3\,4$ $\quad 3$

Üstteki sayının ortasındaki 2 rakamının yerinde 1 kalmıştı. Bu 1 den 3 çıkmıyor. Gittim yandaki 3 ten bir 5 lik aldım. Oldu 6. Bu 6 dan 3 çıkardım ve kalan 3 ü yazdım.
Var mı problem.
Tabii bizim en soldaki 3 te 2 ye düştü bu arada☺

$(\not{3}^{2}\,2\,3)_5$
$-\ (1\,3\,4)_5$
$(1\,3\,4)_5$

En sondaki 2 den 1 i çıkardım ve kalan 1 i alta yazdım. Ve sonucu $(124)_5$ olarak buldum.

Canlar, bu şekilde anlatırken çok uzunmuş gibi gelebilir. Ama üzgünüm. Yapabileceğim bir şey yok. Gerçekten.☹

1. Aşağıda verilen çıkarma işlemlerinin sonuçları aynı tabanda kaçtır?

a) $(32)_5-(21)_5$

b) $(232)_5-(214)_5$

c) $(1120)_3-(211)_3$

d) $(632)_7-(414)_7$

e) $(111)_5-(42)_5$

f) $(453)_6-(145)_6$

2. 5 tabanındaki $(231)_5$ sayısının 4 eksiği aynı tabanda kaçtır?

Çarpma

Çarpmaya başlamadan önce şunu söyleyeyim☺
Sayıları 10 tabanına çevirip de çarpmayın. Bu normalden daha uzun sürer genellikle. Ama bizim vaktimiz çok derseniz bir şey diyemem.
Bu arada aklınıza "Ulen biz daha normal çarpmayı yeni söktük. Adam kalkmış bize yok 5 tabanında yok 3 tabanında çarpmadan filân bahsediyor." Gibi şeyler geliyorsa tövbe deyin. Şeytandandır. ☺

Örnek Soru

$(23)_5\cdot(34)_5$

çarpımının sonucunun 5 tabanında kaçtır?

Çarpayım.
İlk önce sayıları alt alta yazdım.☺

$(2\ 3)_5$
$\times (3\ 4)_5$
2

$4.3 = 12 \mid 5$, -10, (2) Elde var 2

Sonra normal çarpma da olduğu gibi 4 ile 3 ü çarpıp 12 buldum. Yaptığım işlem 5 tabanında olduğu için 12 yi 5 e bölüp kalanı yazdım. Elde var 2.

$(2\ 3)_5$
$\times (3\ 4)_5$
202

$4.2 + 2 = 10 \mid 5$, -10, (2), (0)

Sonra 4 ile 2 yi çarpıp buna eldeki 2 yi de ekleyip 10 buldum. Ve 10 u 5 e bölüp kalanı yazdım. Eldeki 2 yi de en sola yazdım.

$(2\ 3)_5$
$\times (3\ 4)_5$
20 2
4

$3.3 = 9 \mid 5$, -5, (1), (4) elde var 1

4 ile işim bittikten sonra aynı işlemleri 3 için de yapmaya başladım.3 ile 3 ün çarpımını(9 u) 5 e bölüp kalanı yazdım. Elde yine var 1.

$(2\ 3)_5$
$\times (3\ 4)_5$
20 2
124

$3.2 + 1 = 7 \mid 5$, -5, (1), (2)

3 ile 2 yi çarpıp eldeki 1 i de ekledikten sonra(7 oluyor) 5 e bölüp kalan 2 yi yazdım. En sola da eldeki 1 i.

$(2\ 3)_5$
$\times (3\ 4)_5$
20 2
+ 124
$(14\ 2\ 2)_5$

Son adım da 4 ve 3 ün çarpımlarından elde ettiğim sayıları topladım.

Yalnız bu son işlem de toplama işlemini yaparken tabanın 5 olduğunu unutmayın. Yoksa bütün emekleriniz boşa gider. Ve yamulursunuz. Yazık olur☺

3. Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçları aynı tabanda kaça eşittir?

a) $(21)_3 \cdot (12)_3$

b) $(54)_6 \cdot (51)_6$

c) $(23)_5 \cdot (42)_5$

d) $(352)_6 \cdot (12)_6$

e) $(65)_7 \cdot (34)_7$

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

3. Hafta

- Bölen - Kalan İlişkisi
- Bölünebilme Kuralları

Büyük düşler kuranlar düşlerini gerçekleştirmez, aşarlar.

Alfred Lord Whitehead

Hiçbir zafere çiçekli yollardan gidilmez.

La Fontaine

BÖLEN – KALAN İLİŞKİSİ

Tabir-i diğerle "Bakkal Bölmesi".

Ama ne yalan söyleyeyim cep telefonları ve bilgisayarlar hayatın içine girdikten sonra bakkal bölmesi yapan hiç kimseye rastlamadım☹.

Onun için çevrenize şöyle bir bakın bakalım bakkal bölmesini doğru dürüst yapabilen kaç kişi var. Yüzde 10 u geçmez.☺

İnanmıyorsanız kâğıt kalem alın ve 46241' i 23'e bölün bakalım.☺

Bölüm kaç? Kalan kaç?

Neyse...

Aslında acayip kolay bir konu.

Eskiden bakkal amcalar bile çok kolay bir şekilde yapardı bu bölme işlemini. Şimdi bırakın bakkal amcaları, lise mezunu olmak üzere olan bir sürü! öğrenci bile maalesef ki yamuluyor bölme yaparken☺

Bari anlatayım da siz yamulmayın☺

Örneğin, 3345 i 16 ya bölelim. Ben bölmeyi yaparken bölüme ne zaman sıfır attığıma dikkat edin.

Birinci adım

3 te 16 yok, 33 de 16? 2 defa var. bölüme 2 yazın.

```
 3345 | 16
      |----
      | 2
 -____|
```

İkinci adım

16 ile 2 yi çarpın ve 32 yi bulun sonra da 33 den 32 yi çıkarın. Kalan 1 i bulun.

```
 3345 | 16
  32  |----
 -____| 2
   1
```

Üçüncü adım

1 de 16 yok. Yukarıdaki 4 ü kalan 1 in yanına alın ve 14 de 16 var mı? diye sorun.

Yok. O halde bölüme bir sıfır ekleyin. (işte burası önemli)

```
 3345 | 16
  32  |----
 -____| 20
  .14
```

14 te 16 olmadığına göre, yukarıdaki 5 i de aşağı alın ve 145 de 16 var mı diye sorun.

```
 3345 | 16
  32  |----
 -____| 209
  .145
   144
  ----
    .1
```

Evet var. 9 defa. 9 ile 16 yı çarpın ve bulduğunuz 144 ü 145 in altına yazıp çıkarın.

Yukarıdan aşağı alacağınız sayı bitmiş ise kalana bir sıfır " 0 " ekleyip bölüme virgül atın ve sorun bakalım 10 da 16 var mı? Yoksa bölüme bir sıfır daha atın ve devam edin işte... ☺

```
 3345 | 16
  32  |--------
 -____| 209,0...
  .145
   144
  ----
   .10
```

Sonucu 209,0625 çıkıyor. ☺

İyi tamam. Bakkal bölmesi bu da. Adamlar böyle sormuyorlar işte. Gidip harfli marfli şeyler soruyorlar.(Nerede lâzım olacaksa☺)

Gerçi siz ANTRENMANLARLA MATEMATİK setinin birinci kitabını yuttuğunuza göre, korkmayın devam edin. Sıkıntı yaşamazsınız. Kim tutar ki sizi☺

Şimdi gidip 3333 ü 33 e bölüp bölümü 11 bulursanız öperim valla☺

Kaç gerçekten?

11 değilse 101 mi ki?

Eee ... Ben anlattım. Sen yapacaksın artık.

Neyse sen 101 in nasıl çıktığına kafa yor.

Bu konunun aslı şu kısaca.

A, B, C ve K birer tam sayı $B \neq 0$ ve $K \geq 0$ olmak üzere, bir A sayısının B ile bölümünden elde edilen bölüm C, kalan K olsun diyelim.

Bunu,

```
  A | B
    |---
    | C
 -__|
  K
```

A: Bölünen sayı
B: Bölen sayı
C: Bölüm sonucu
K: Kalan

Biçiminde ifade edebiliriz.

Bu bölme işleminde bilinmesi gereken iki şeyi bilin yeter.

Birincisi A = B.C + K olarak yazılabilir.
İkincisi de K < B dir. (Yani, kalan bölenden daima küçük olmak zorundadır.)

Göreceksiniz zaten. Bu konuyla ilgili sorularda sadece bu iki şeyi bilmek yetiyor. Buna biraz da cebirsel yetenek katınca olay bitiyor.☺

Örnek Soru

$$\begin{array}{r|l} 102 & a+5 \\ \hline - & 6 \\ a+2 & \end{array}$$

verilen bölme işlemindeki a değerini bulalım.
Aslında çok kolay bir soru.
Birinci kuralı yazacaksınız. O kadar.
Birinci kural neydi?
Bölünen sayı eşittir bölen çarpı bölüm artı kalan☺
Yani, $102 = 6(a+5) + a + 2$
Bu eşitlikten $a = 10$ olduğunu bulursunuz artık.
Ok☺

Örnek Soru

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & C-1 \\ 3 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, B nin A ve C türünden değerini bulalım.

Biliyorum. Harfli marfli şeylere biraz soğuk oluyor öğrenci milleti. Ama sınav sorularını hazırlayan amcalar seviyor bu tür soruları. Ona göre☺
Neyse...
Yine aynı şeyi yapın. Yani birinci kuralı yazın.
$A = B(C-1) + 3$ ü yazdınız mı?
Bu eşitlikten $A - 3 = B(C-1)$ ve $B = \dfrac{A-3}{C-1}$ olduğunu bulmuşsunuzdur☺
(Adam bizi prof filan zannediyor galiba☺)

Örnek Soru
Toplamları 123 olan iki pozitif tam sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 11, kalan 3 olduğuna göre, küçük sayıyı bulalım.

Bölme mölme yok ortalıkta.☺ Ama adam neyi neye bölmüş? Ne kalmış? Bölen kaç? Hepsini anlatmış.☺
Neyse...
Çiziminiz nasıl?
Çünkü bu tür sorularda (metin olarak verilen bölme sorularında) güzel bir bölme şekli çizmek lâzım. Sonra da verilenleri yerleştirmek lazım buna.
İşte ben de aynen öyle yapıyorum☺
Küçük sayıya x dersem büyüğü $123 - x$ olur.
Bunları bölme işleminde gösterirsem. Bölüm 11, kalan 3 müş.

$$\begin{array}{r|l} 123-x & x \\ \hline - & 11 \\ 3 & \end{array}$$

Ve maalesef ki yine aynı şeyi yapıyor ve birinci kuralı (bölme özdeşliğini) yazıyorum.
$123 - x = 11x + 3$ eşitliğinden de küçük sayıyı yani x i 10 buluyorum.

Örnek soru

$$\begin{array}{r|l} A & 10 \\ \hline - & x+2 \\ x-1 & \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, A en çok kaçtır?

Şunu bilin yeter.
En çok en az soruları **Kalan < Bölen** kuralıyla ilgilidir. Yani, $x - 1 < 10$ ve $x < 11$ olduğundan x e en çok 10 verebilirsiniz. Ve $x = 10$ için de A en çok 129 olur.

1.
$$\begin{array}{r|l} 123 & 12 \\ \hline - & x \\ y & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x + y toplamı kaçtır?

2.
$$\begin{array}{r|l} 1564 & 15 \\ \hline - & x \\ y & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x + y toplamı kaçtır?

3.
$$\begin{array}{r|l} 546 & 5 \\ \hline - & x \\ y & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x + y toplamı kaçtır?

4. ABC üç basamaklı AB iki basamaklı sayılar ve

$$\begin{array}{r|l} ABC & AB \\ \hline - & x \\ 7 & \end{array}$$

olduğuna göre, x + C toplamı kaçtır?

5. ABAB dört basamaklı, AB iki basamaklı sayılar ve

$$\begin{array}{r|l} ABAB & AB \\ \hline - & x \\ y & \end{array}$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

6. ABCAB beş basamaklı, ABC üç basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} ABCAB & ABC \\ \hline - & x \\ 17 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, x + A + B toplamı kaçtır?

7.
$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & 4 \\ 5 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, A nın B türünden eşiti nedir?

8.
$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & 4 \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} B & C \\ \hline - & 3 \\ 2 & \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre, A nın C türünden eşiti nedir?

9. $\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 4 \\ \hline 5 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} B & C \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$

Yukarıdaki bölme işlemlerine göre, A nın C türünden eşiti nedir?

10. $\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \hline b-2 & \end{array}$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, b nin a türünden eşiti nedir?

11. P sayısının x ile bölümünde bölüm 4 kalan x – 3 tür.

Buna göre, x in P türünden değeri nedir?

12. $\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & C+2 \\ \hline 3 & \end{array}$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, B nin A ve C türünden değeri nedir?

13. Toplamları 480 olan iki doğal sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 6 kalan 4 tür.

Buna göre küçük sayı kaçtır?

14. Toplamları 430 olan iki sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 5 kalan 4 tür.

Buna göre, büyük sayı kaçtır?

15. A – B = 120 olmak üzere,
A sayısı B ile bölündüğünde bölüm 8 kalan 1 dir.

Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

16. Farkları 300 olan iki sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 8 kalan 6 dır.

Buna göre küçük sayı kaçtır?

1. $\begin{array}{r|l} A & 15 \\ \cline{2-2} - & x \\ \hline y & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, y nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

2. $\begin{array}{r|l} B & 11 \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \hline x & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, B nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

3. $\begin{array}{r|l} A & x+2 \\ \cline{2-2} - & x \\ \hline 10 & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, A nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

4. $\begin{array}{r|l} m & 15 \\ \cline{2-2} - & 6 \\ \hline n & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, m + n toplamı en çok kaçtır?

5. $\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} - & 11 \\ \hline 12 & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, A nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

6. $\begin{array}{r|l} K & L \\ \cline{2-2} - & 10 \\ \hline 8 & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, K + L toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

7. $\begin{array}{r|l} 2a+5 & 30 \\ \cline{2-2} - & x+2 \\ \hline x^2 & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

8. $\begin{array}{r|l} x & y \\ \cline{2-2} - & 8 \\ \hline 7 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} y & z \\ \cline{2-2} - & 5 \\ \hline 2 & \end{array}$

Yukarıda verilen bölme işlemlerine göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

9.

$$x \div y:\ \text{bölüm } 10,\ \text{kalan } 8 \qquad y \div 6:\ \text{bölüm } 8,\ \text{kalan } z$$

Yukarıda verilen bölme işlemlerine göre, x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

10. A sayısının 3 ile bölümünden bölüm B kalan 2 dir. B sayısının 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

Buna göre, A sayısının 6 ile bölümünden kalan kaçtır?

11. A sayısının 5 ile bölümünde bölüm B kalan 3, B sayısının 6 ile bölümünden kalan 4 tür.

Buna göre, A sayısının 30 ile bölümünden kalan kaçtır?

12. A sayısının 5 ile bölümünden bölüm B kalan 3 tür. B sayısının 4 ile bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, A sayısının 20 ile bölümünden kalan kaçtır?

13. AB ve BA iki basamaklı sayılar olmak üzere,

$$AB \div BA:\ \text{bölüm } 1,\ \text{kalan } 18$$

olduğuna göre, A – B farkı kaçtır?

14. x ve y doğal sayıları için

$$x \div 12:\ \text{bölüm } m,\ \text{kalan } 5 \qquad y \div 18:\ \text{bölüm } n,\ \text{kalan } 4$$

olduğuna göre, x.y çarpımının 6yae bölümünden kalan kaçtır?

15. AB iki basamaklı doğal sayıdır.

$$AB \div (A+B):\ \text{bölüm } 6,\ \text{kalan } 4$$

olduğuna göre, göre, A.B çarpımı kaçtır?

16.

$$1A8 \div B5:\ \text{bölüm } 7,\ \text{kalan } 3$$

Yukarıdaki bölme işleminde A ve B sıfırdan farklı birer rakamı göstermektedir.

Bölüm 7, kalan 3 olduğuna göre, A kaçtır?

BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Bu konuda çok fazla geyik yapmaya gerek yok. Ama başlamadan şunu söyleyeyim. Bu konudan soru gelmeyen sınav yok neredeyse.
Gerçi bölünebilme kuralları çok da faydalı kurallar aslında. Çünkü her zaman bakkal bölmesi yapmaya vaktiniz olmayabilir☺
Örneğin, 56304 sayısının 9 a tam bölündüğünü görmek için ille de bölmeye gerek yok.
Veya 6324 ün 4 e tam bölündüğünü ya da 10063 ün 5 e bölümünden kalanın 3 olduğunu görmek için.

Ha! Bu arada bakkal bölmesi yaparak kalanı bulmak tam bir amele işi☺ Ama "Ben amelelikten keyif alıyorum hocam." diyorsanız. Size diyeceğim tek şey; "yolunuz açık olsun... ☺"
Bana amele işi çözümler tok olanlar lâzım.
Amele çözümlere tok olanlar buyursun bakalım.☺

Bölünebilme kuralları tabii ki trafik kuralları gibi herkesin bilmesi gereken kurallar değil☺
Ama yine de "*Bay X amca*☺, bu kurallar günlük hayatta nerede kullanılıyor ki?" gibi muhteşem sorular geliyorsa aklınıza. Size diyeceğim o ki kamyon şoförleri, sanayinin ayak elemanları ve apartman dedikodu meclis üyelerinin bir işine yarayacağını zannetmiyorum.☺ Ama sınavlarda geliyor☺

Neyse...
Ben kuralları vereyim.

- **2, 5 ve 10 ile bölünebilme kuralları**

2, 5 ve 10 ile bölünebilme kuralları sayının son rakamı (birler basamağı) ile ilgilidir.

2 ile bölünebilme kuralı
Son rakamı(birler basamağı) çift olan sayılar (0, 2, 4, 6, 8 olanlar) 2 ile tam bölünür.

5 ile bölünebilme kuralı
Son rakamı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünür.
Bir sayının 5 ile bölümünden kalan sayının son rakamı (birler basamağı) 5 ten küçükse son rakamdır. 5 ten büyükse son rakamdan 5 çıkarılarak bulunur.

2368' in 5 e bölümünden kalan 3,
20182'nin 5 e bölümünden kalan 2,
234'ün 5 e bölümünden kalan 4 tür.
Eğer soruda bir sayının 5 ile bölümünden kalan 2 diyorsa bu sayının son rakamı 2 veya 7 (2+5) dir.

10 ile bölünebilme kuralı
Son rakamı 0 (sıfır) olan sayılar 10 ile tam bölünür.
Bir sayının 10 bölümünden kalan daima son rakamıdır. (Sayının birler basamağıdır.)

458 sayısının 10 ile bölümünden kalan 8,
1093 sayısının 10 ile bölümünden kalan 3 tür.

Eğer soruda bir sayının 10 ile bölümünden kalan 6 denmiş ise son rakamı 6 dır.

1. **Dört basamaklı 359a sayısı 2 ile tam bölündüğüne göre a nın alabileceği kaç farklı değer vardır?**

2. **Rakamları farklı beş basamaklı 4568a sayısının 2 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

3. a < b olmak üzere, dört basamaklı 52ab sayısı 2 ile tam bölünüyor.

Buna göre, a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

4. **Dört basamaklı 569a sayısı 5 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

5. Beş basamaklı rakamları farklı 102ba sayısı 5 ile kalansız bölünüyor.

Buna göre, a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

6. a = b + 4 olmak üzere,
Dört basamaklı 3a2b sayısı 2 ile tam bölünmektedir.

Buna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

7. **Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı 465a sayısı 2 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

8. Dört basamaklı 456a sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

9. **Rakamları farklı dört basamaklı 1a4b sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre, a + b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

10. Rakamları farklı dört basamaklı AB2C sayısının 10 ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, A + B + C toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

11. **Rakamları sıfırdan farklı dört basamaklı 8a3b sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?**

12. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı KLM sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 tür.

Buna göre, K + L + M toplamı en az kaçtır?

- **4 ve 8 ile bölünebilme kuralları**

4 ile bölünebilme kuralı

4 ile bölünebilme kuralı sayının son iki basamağıyla ilgilidir. **Sayının son iki basamağının oluşturduğu iki basamaklı sayı 4 ile tam bölünüyorsa bu sayı 4 ile tam bölünür.**
Bir sayının 4 ile bölümünden kalan sayının son iki basamağının 4 e bölümünden elde edilen kalana eşittir. Yani öyle uzun uzun bakkal bölmesi yapılmıyor anlayacağınız.

Örneğin
503<u>42</u> sayısının 4 e bölümünden kalan 42 nin 4 e bölümünden kalan 2 ye eşittir.

61<u>25</u> sayısının 4 e bölümünden kalan 25 in 4 e bölümünden kalan 1 e eşittir.

Örnek Soru
Üç basamaklı 63x sayısı 4 ile tam bölündüğüne göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Bu sayı 4 e tam bölünüyorsa son iki basamağındaki 3x sayısı da 4 e tam bölünüyordur. Yani, 30 lu sayılardan 4 e tam bölünenler 32 ve 36 olduğuna göre, x yerine ya 2 ya da 6 gelmesi lâzım.
Bu değerlerin toplamı da 2 + 6 = 8 miş.
Var mı bir zorluğu?

8 ile bölünebilme kuralı

8 ile bölünebilme kuralı biraz 4 ile bölünebilme kuralına benziyor.
Bir sayının son üç basamağı 8 ile tam bölünüyorsa bu sayı da 8 ile tam bölünür. Ve bir sayının 8 ile bölümünden kalan bu sayının son üç basamağının oluşturduğu sayının 8 ile bölümünden kalana eşittir.
Örneğin,
42685 sayısının 8 e bölümünden kalan 685 in 8 e bölümünden kalan olan 5 e eşittir.
8 ile bölünebilme sorusu pek sorulmaz.☺

1. **Aşağıdaki sayıların 4 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.**

a) 87

b) 9874

c) 685

d) 68546

2. **Aşağıdaki sayıların 8 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.**

a) 984464

b) 575894

c) 9841320

d) 86741

3. **Dört basamaklı 412a sayısı 4 ile tam bölündüğüne göre a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?**

4. **Dört basamaklı 897x sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

5. Beş basamaklı 325K2 sayısı 4 ile tam bölündüğüne göre K nın alabileceği eğerler toplamı kaçtır?

6. Dört basamaklı ab4c sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

7. 64a2 dört basamaklı sayısının 4 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, a nın en küçük değeri kaçtır?

8. 6631a beş basamaklı sayısı 4 ile bölümünden kalan 3 olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

9. 84a üç basamaklı sayısı 4 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, a nın en büyük değeri kaçtır?

10. Beş basamaklı 24a5b sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

11. Dört basamaklı 25AB sayısı 4 ve 5 ile tam bölünüyor.

Buna göre, A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

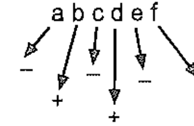
12. Beş basamaklı 1514a sayısı 8 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

13. Beş basamaklı 5242A sayısı 8 ile tam bölündüğüne göre, A kaçtır?

14. Dört basamaklı 124A sayısının 8 ile bölümünden kalan 7 olduğuna göre, A kaçtır?

- **11 ile bölünebilme kuralı**

Hikâyesi biraz değişik. Ama zor değil kesinlikle.



Ne bu artı eksiler yaw! ☺

(f + d + b) – (e + c + a) ye bakıyorsunuz...

Verilen sayının en sağındaki rakam (birler basamağı) " + " ile sonra bir " - " bir " + " ile çarpılıp toplanıyor. Eğer bulunan değer sıfır veya 11 in katı ise sayı 11 ile tam bölünür. Değilse bu değerin 11 ile bölümünden kalan sayının 11 ile bölümünden kalana eşittir.

Örneğin,

5620349 sayısını ele alalım

(9 + 3 + 2 + 5) – (4 + 0 + 6) = 9

Sonuç 9 çıktı. Demek ki bu sayının 11 ile tam bölünmüyor ve 9 kalıyormuş.

Bu işlemin sonunda bulduğumuz sayı negatif olsaydı kalanı bulmak için buna 11 eklememiz gerekir. 11 den küçük ve pozitif olursa zaten kalanı direkt bulmuş oluyoruz.

Ya 11 den büyük olursa?

Örnek Soru

Dört basamaklı 2x86 sayısı 11 ile tam bölündüğüne göre, x kaçtır?

En sağdan + ile başlayıp rakamları bir +, bir – alıp toplayalım. Bu toplam 0 veya 11 in katı bir sayı olması gerekiyor ki tam bölünsün.

6 – 8 + x – 2 = (6 + x) – (8 + 2) = 0 eşitliğinden

x = 4 olması gerekiyormuş.

1. **Aşağıdaki sayıların 11 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.**

a) 584

b) 7526

c) 685012

d) 5461

2. 2a4b dört basamaklı sayısı 11 ile tam bölünebildiğine göre, a + b toplamı en az kaçtır?

3. 4ab3 dört basamaklı sayısı 11 ile tam bölünebildiğine göre, a – b farkı en az kaçtır?

4. a < b olmak üzere,

3a12b4 dört basamaklı sayısı 11 ile tam bölünebildiğine göre, a – b farkı kaçtır?

5. a < b olmak üzere,

12a54b altı basamaklı sayısının 11 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, b – a farkı kaçtır?

- **3 ve 9 ile bölünebilme kuralları**

3 ve 9 ile bölünebilme kuralları sayının rakamlarının toplamıyla ilgili kurallardır.

3 ile bölünebilme kuralı

Rakamlarının toplamı 3 ile tam bölünen sayılar 3 ile tam bölünür. Ve bir sayının 3 ile bölümünden kalan o sayının rakamlarının toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir.

Örneğin,
365214 sayısında 3 + 6 + 5 + 2+1+ 4 = 21 = 3k demek ki tam bölünüyor.

Bir de şu var,
Bir sayının 3 e bölümünden kalanı bulurken 3 ün katı olan rakamları ve toplamı 3 ün katı olan rakamları daha en başta atmak işi acayip derecede kolaylaştırır.

Örneğin,
27815462 sayısının 3 ile bölümünden kalanı bulurken 7+ 2 = 9, 8+1= 9, 5 + 4 = 9 ve 6 atılır (bunlar 3 ün katı zaten) kalan 2 dir.
Anladınız mı?
Gerçi toplasaydınız da farklı bir şey çıkmazdı☺

Örnek Soru
Beş basamaklı 3a754 sayısı 3 ile tam bölündüğüne göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözelim
Bu sayı 3 ile tam bölündüğüne göre, rakamlarının toplamı 3 ün katı olası gerekir.
Rakamları toplayın bakalım.
3 + a + 7 + 5 + 4 = 19 + a
İşte bu 3 ün katı olacak. 19 dan sonra 3 ün katı ilk sayı 21 dir. Bu toplamın 21 olması için a = 2 olmalı. Sonra buna 3 eklerseniz a = 5, buna da 3 eklerseniz a = 8 olur, buna da 3 eklerseniz a = 11 olur ki böyle bir rakam hatırlamıyorum. ☺
Yani a nın değerleri toplamı 2 + 5 + 8 = 15 tir.

Zaten 3 ile bölünebilme de a nın değerleri ya 1, 4, 7 ya 2, 5, 8 ya da 0, 3, 6, 9 çıkar.

9 ile bölünebilme kuralı

9 ile bölünebilme kuralı 3 ile aynı hemen hemen. Sadece rakamlar toplamı 9 un katı olacak burada. **Rakamlarının toplamı 9 ile tam bölünen sayılar 9 ile tam bölünür. Ve bir sayının 9 ile bölümünden kalan o sayının rakamlarının toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.**
Örneğin
45651 sayısının 9 a bölümünden kalan,
4 + 5 + 6 + 5 + 1 = 21= 2 + 1= 3 (kalan 3 imiş.)

36987542169 sayısının 9 a bölümünden kalan ise (3+6), 9, (8+1), (7+2), (5+4) ve 9 u atalım.(bunlar 9 un katı çünkü) Gerçi bir şey kalmadı geriye.☺) Kalan 6 imiş. Anladınız mı?

Örnek Soru
Üç basamaklı 8ab sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, a + b toplamının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Bu sayının 9 ile bölümünden kalan 5 ise rakamlarının toplamı 9 un katından 5 fazla olacak.
Yani, 8 + a + b ya 14 olacak ki 5 kalsın ya da 14 ün 9 fazlası olacak ki 5 kalsın. Dolayısıyla da a + b toplamı 6 veya 15 olması lâzım. Bu değerlerin toplamı da 6 +15 = 21 dir.

6. **Aşağıdaki sayıların 3 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.**

a) 984

b) 68465

c) 6874

d) 88

7. **Aşağıdaki sayıların 9 ile bölümünden kalanlarını bulunuz.**

a) 1967

b) 128

c) 65120

d) 97804

1. **3456a beş basamaklı sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

2. **2a378 beş basamaklı sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre a kaç farklı değer alabilir?**

3. Altı basamaklı rakamları farklı 34a567 sayısı 3 ile tam bölünüyor.

Buna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

4. **Beş basamaklı A45B2 sayısı 3 ile kalansız bölünebildiğine göre, A + B toplamının en büyük değeri kaçtır?**

5. **Beş basamaklı a672b sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre, a + b toplamı kaç farklı değer alabilir?**

6. Altı basamaklı 41aa7a sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

7. Beş basamaklı A182B sayısının 3 ile tam bölünebilmektedir.

Bu sayının 10 a bölümünden kalan 4 olduğuna göre, A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

8. **Üç basamaklı A5B sayısı 2 ve 3 ile tam bölünebildiğine göre, A + B toplamı en çok kaçtır?**

9. Dört basamaklı a72b sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir.

Bu sayının 5 e bölümünden kalan 2 olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

10. **Beş basamaklı 55a56 sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

11. Dört basamaklı 4A6B sayısının 3 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre A + B toplamı kaç farklı değer alabilir?

12. Beş basamaklı 2A76B sayısının 5 e bölümünden kalan 1, 3 e bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

13. Yedi basamaklı 546371a sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

14. Beş basamaklı 43a3b sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre, a + b toplamının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

15. 5695 sayısına en az kaç eklenirse elde edilen yeni sayı 9 ile tam bölünür?

16. 18557sayısından en az kaç çıkarılırsa elde edilen yeni sayısı 9 ile tam bölünür?

17. Beş basamaklı 45a4b sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

18. Dört basamaklı 3a5b basamaklı sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre a + b toplamı kaç farklı değer alabilir?

19. Beş basamaklı 42A7B sayısının 5 e bölümünden kalan 3 tür.

Bu sayı 9 ile tam bölündüğüne göre A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

20. Dört basamaklı A76B sayısının 10 a bölümünden kalan 7, 9 a bölümünden kalan 5 tir.

Buna göre, B – A farkı kaçtır?

- **6, 12, 15, 20, 24, 30, 36, 45, 55, 72... ile bölünebilme kuralları**

Baştan söyleyeyim de içiniz rahat olsun.☺
Bunların hepsi için ayrı ayrı kurallar yok. Temel bir kuralı bilmek yetiyor. Ama aralarında asal olma olayını da bilmek lâzım☺
Kural şu: Aralarında asal olan iki sayıdan her birine tam bölünebilen bir sayı, bu iki sayının çarpımına da tam bölünür.

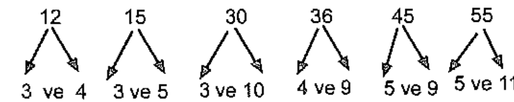
Bu kuraldan hareketle 6, 12, 15, 20, 30, 36, 45, 55, 90, ... gibi aralarında asal olan iki sayının çarpımı olarak yazılabilen sayılarla bölünebilme kuralları çıkarılabilir.

Birini göstereyim.

6 ile bölünebilme kuralı

Bir sayının 6 ile tam bölünmesi için 2.3 = 6 (2 ve 3 aralarında asal) bu sayının 2 ve 3 ile tam bölünmesi lazım.
Aynı şekilde,
Bir sayı 36 ile tam bölünüyorsa 4 ve 9 a tam bölünmesi lazım. (3 ile 12 de olmaz mı?)

Ben 12, 15, 30, 36, 45, 55 için kural vereyim size geri kalanı siz çıkarırsınız artık.



Konu buraya kadar aslında.
Ama bitirmeden şunu da bir düşünün bakalım. Birden fazla bölünebilme kuralı içeren bir soruyu çözerken önce hangi bölünebilme kuralından başlamak lazım? Var mı bir fikriniz?
Yoksa dinleyin bakalım.

Aynı sayı için iki veya daha fazla bölünebilme kuralı uygulanacaksa,

İlk önce 2, 5, 10 ile (son basamakla ilgili)
Sonra 4, 8 ile (son iki ve üç basamakla ilgili)
Daha sonra 11 ile (sayının tamamı ile ilgili)
Ve en son 3 ve 9 ile (sayının tamamı ile ilgili)

Bölünebilme kurallarına bakılması kolaylık sağlar. Tabii ki farz filan değil. Ama tecrübeye de güvenmek lazım.☺

Örneğin
15 ile bölünebilme kuralı için önce 5 e, sonra 3 e bakmakta fayda var.

Peki ya 36 da? Veya 12 de?

1. Üç basamaklı 64a sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, a kaç farklı değer alabilir?

2. Dört basamaklı 124x sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

3. Beş basamaklı 34a5b sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

4. Beş basamaklı 1a12b sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, a en çok kaçtır?

5. Dört basamaklı 6a3b sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

6. Beş basamaklı 12x5y sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, y – x farkı en çok kaçtır?

7. a < b olmak üzere,
Dört basamaklı a23b sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

8. Altı basamaklı 14xy4y sayısı 5 ve 6 ile tam bölündüğüne göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

9. Beş basamaklı 7856A sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, A kaçtır?

10. Üç basamaklı 5A2 sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, A kaç farklı değer alabilir?

11. Beş basamaklı 81x2y sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre, x + y toplamı en az kaçtır?

12. Altı basamaklı 54ab1c sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, a + b + c toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

13. Beş basamaklı 32a3b sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

14. Beş basamaklı rakamları farklı 18a2b sayısı 6 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

1. Üç basamaklı a4b sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, a kaç farklı değer alabilir?

2. Dört basamaklı 5a3b sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

3. Beş basamaklı 1A12B sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, A + B toplamı en çok kaçtır?

4. Dört basamaklı 81xy sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, x – y farkı en çok kaçtır?

5. Dört basamaklı rakamları farklı 5a3b sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, a kaç farklı değer alabilir?

6. Beş basamaklı rakamları farklı 42a3b sayısı 15 ile tam bölünebilen tek sayı olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

7. Beş basamaklı 7AA3B sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

8. Altı basamaklı 14xy4y sayısı 15 ile tam bölündüğüne göre, x + y toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

9. Dört basamaklı 4M3N sayısı 18 ile tam bölündüğüne göre, M + N toplamı en çok kaçtır?

10. Üç basamaklı 7AB sayısı 30 ile tam bölündüğüne göre, A en çok kaç olabilir?

11. Dört basamaklı 92MN sayısı 30 ile tam bölündüğüne göre, M + N toplamı en çok kaçtır?

12. Dört basamaklı 3a5b sayısı 30 ile tam bölündüğüne göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

13. Beş basamaklı rakamları farklı 78x5y sayısı 30 ile tam bölünebildiğine göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

14. Üç basamaklı A5B sayısı 30 ile tam bölünmektedir.

Buna göre, bu koşulu sağlayan kaç farklı A5B sayısı yazılabilir?

15. 30 ile tam bölünebilen iki basamaklı en büyük doğal sayı ile iki basamaklı 30 ile tam bölünen en küçük pozitif tam sayının toplamı kaçtır?

16. Altı basamaklı 16ab5c sayısı 30 ile tam bölündüğüne göre, a + b + c toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

1. Üç basamaklı 64A 36 ile tam bölündüğüne göre, A kaçtır?

2. Dört basamaklı A51B sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, A kaç farklı değer alabilir?

3. Beş basamaklı 1a12b sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

4. Beş basamaklı 34a5b sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamı en az kaçtır?

5. Beş basamaklı rakamları farklı 12x5y sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, x kaç farklı değer alabilir?

6. Dört basamaklı 8a5b sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, a.b çarpımı en çok kaçtır?

7. Dört basamaklı rakamları farklı 6a3b sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, a – b farkı kaçtır?

8. x > y olmak üzere,

Dört basamaklı 1x4y sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre, x in alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

9. **Dört basamaklı 3A4B sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, A nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

10. **Beş basamaklı 6a32b sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamı kaçtır?**

11. **Beş basamaklı 32a3b sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, a + b toplamı en az kaçtır?**

12. **Beş basamaklı rakamları farklı 35a2b sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, a – b farkı kaçtır?**

13. **Altı basamaklı 24xy4y sayısı 45 ile tam bölünebildiğine göre, x + y toplamının alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?**

14. **Altı basamaklı 16ab5c sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, a + b + c toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?**

15. **Dört basamaklı A480 sayısı 72 ile tam bölünebildiğine göre, A kaçtır?**

16. **Beş basamaklı 1M37N sayısı 90 ile tam bölündüğüne göre, M + N toplamı kaçtır?**

Bazı sorularda işinizi kolaylaştıracak bir yöntem: Örnekle göstereyim.

Örneğin

A nın 7 ile bölümünden kalan 2 ve B nin 7 ile bölümünden kalan 4 olsun diyelim.

Bu durumda, A.B çarpımının 7 ile bölümünden kalan 2.4 = 8 in 7 ile bölümünden kalana eşittir. (Yani 1 dir)

Aynı şekilde,

$3A^2 + 5B$ in 7 ile bölümünden kalan ise

A yerine 2 ve B yerine 4 yazılarak bulunan

$3.2^2 + 5.4 = 32$ nin 7 ile bölümünden kalana eşittir.(Yani 4 tür.)

Anladınız mı burayı?

Örnek Soru

243581.402653

çarpımının 9 a bölümünden kalan kaçtır?

Herhalde sayıları çarpıp bakkal bölmesi yapan çıkmaz aranızdan☺
Var mı yoksa? Gerçi öyle de çözülebilir☺
Şunu yapacaksınız. İlk önce 243581 ve 402653 sayılarının 9 a bölümlerinden kalanları bulun.(5 ve 2) sonra da bu sayıları çarpın ve 9 a bölün. (yani, 5.2 = 10 u 9 a bölün) kalan 1 miş demek ki.

1. **A ve B sayılarının 5 ile bölümünden kalanlar sırasıyla 2 ve 4 olduğuna göre, 4A + B toplamının 5 e bölümünden kalan kaçtır?**

2. **18 basamaklı 777777777777777777 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?**

3. A = 55555

B = 66666

olduğuna göre, A + B toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

4. A = 777777

B = 8888

olduğuna göre, A.B çarpımının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

5. **A sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre, A^2 nin 9 ile bölümünden kalan kaçtır?**

6. x sayısının rakamları toplamı 41 dir.

Buna göre, $x^2 + x$ toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

7. A = 1661

B = 1967

olduğuna göre, A.B + A^2 + B^2 toplamının 10 ile bölümünden kalan kaçtır?

8. **Dört basamaklı A4BC sayısının 15 ile bölümünden kalan 8 olduğuna göre, A2BC sayısının 15 e bölümünden kalan kaçtır?**

9. Üç basamaklı ABC sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 tir.

Buna göre, ABC sayısının her rakamının 1 artırılmasıyla elde edilen sayının 9 a bölümünden kalan kaç olur?

10. **x in 7 ile bölümünden kalan 3, y nin 7 ile bölümünden kalan 4 tür.**

Buna göre, x^2 + y toplamının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

11. x ve y sayılarının 7 ile bölümünden kalanlar sırasıyla 3 ve 6 dır.

Buna göre, y^2 + xy + y toplamının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

12. **A sayısının 6 ile bölümünden kalan 3, B sayısının 6 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre A.B + A^2 + B^2 ifadesinin 6 ile bölümünden kalan kaçtır?**

13. $(347)^2 \cdot (1208)^3$

sayısının 9 a bölümünden kalan kaçtır?

14. $(19677)^3 + (61)^5$

toplamının 5 e bölümünden kalan kaçtır?

Matematikte zekâdan önce sabır gelir.

Cahit ARF

4. Hafta

- *Asal Çarpanlar ve Pozitif Tam Bölen Sayısı*
- *OBEB ve OKEK*
- *Rasyonel Sayılar*

Düş kurmak değil, bir düşe sahip olmamak budalalıktır.

Cliff Clavin, Cheers

İnsanoğlunun değeri bir kesirle ifade edilecek olursa; payı gerçek kişiliğini gösterir, paydası da kendisini ne zannettiğini.

Payda büyüdükçe kesrin değeri küçülür.

TOLSTOY

ASAL ÇARPANLAR ve POZİTİF TAM BÖLEN SAYISI

Yeni yeni kavramlarla karşılaşmaya alıştırın kendinizi. Ama sizin için yeni olan kavramlara karşı ön yargısız olun. Yeni olan her kavram zor demek değil.

Neyse...

Asal sayıları hatırlıyor musunuz?

Hani 1 ve kendisinden başka hiçbir pozitif tam sayı ile tam bölünmeyen sayılar.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... diye devam ediyordu.

Şimdiki olayımız doğal sayıları asal sayıların çarpımı biçiminde yazma işi. Gayet kolay. Göreceksiniz☺

Örneğin

360 ı asal sayıların çarpımı biçiminde yazalım.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Ne yaptığımı anlatayım☺

360 ı ilk önce bu sayıyı bölen en küçük asal sayıya böldüm(bu sayı burada 2). Bölüm sonucunu tekrar 2 ye böldüm. 2 ile işim bitince 2 den sonra bölebileceğim asal sayıya (burada 3 müş bu sayı) böldüm. Ve bu mantıkla devam ettim. En dipte 1 i bulunca da durdum.

Anladınız mı?

Eee...

Bu ne işe yarayacak?

Sabrederseniz anlayacaksınız.☺

360 ı asal sayıların çarpımı biçiminde yazarsanız

$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

böyle bir şey yazmış olacaksınız. İşte bu şekildeki yazılışa 360 ın asal çarpanlarına ayrılmış biçimi diycez.

Bir sayıyı asal çarpanlarına ayırmanız gerekirse böyle yaparsınız artık.

Burada 360 ın asal çarpanları (bölenleri) 2, 3 ve 5 tir.

Örnek soru

m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere,

$108 = 2^n \cdot 3^m$

olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

Çözelim,

108 i asal çarpanların üssü biçiminde yazalım. Cevap ampul gibi ortaya çıkacak zaten☺

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Demek ki $108 = 2^2 \cdot 3^3$ imiş.

Artık $2^2 \cdot 3^3 = 2^n \cdot 3^m$ eşitliğinden n + m toplamını 5 bulursun.

Problem yok di mi?

Canlar, bu asal çarpanlarına ayırma muhabbetini şimdi anlatacağım konu için verdim daha çok. Ama bu şekliyle de gelebilir sorularda. Ona göre.

Pozitif Tam Bölen Sayısı

Şöyle bir soruyla başlasam;

12 yi bölen kaç tane pozitif tam sayı vardır?

Biraz düşünüp hemencecik 6 tane demişsinizdir.(1, 2, 3, 4, 6 ve 12)

Peki, 12 yi değil de 120 yi diye sorsam.

Biliyorum buna da cesaret edip tek tek bulan tipler olacaktır. Ama ya 7200 ü diye sorarsam. O zaman sıkar işte☺

Bunun yolunu çizeyim☺

Önce verilen sayıyı asal çarpanların üssü biçiminde yazın.

Örneğin az önce sorduğum 7200 sayısını ele alalım.

$7200 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ dir.

İyi de bu ne işe yarayacak? der gibisin☺

Sıkı dur söylüyorum.

7200 ün pozitif tam bölenlerinin sayısı (yani bu sayıyı tam bölen pozitif tam sayılar) (5 + 1)(2 + 1)(2 + 1) = 54 tanedir. (İnanmıyorsan yazıp görebilirsin☺)

Way bee!

Demek ki, bir sayının pozitif tam bölen sayısını bulmak için verilen sayıyı asal çarpanların üssü biçiminde yazıp üslerinin 1 fazlasını çarpıyormuşuz.

Hoş. Ne diyeyim.☺

Artık bundan sonra pozitif tam bölen sayısını bulmak için amele gibi uğraşmazsınız.☺(Zaten uğraşmıyordum ki☺

Devam edeyim. **Bir doğal sayının kaç tane pozitif tam böleni varsa o kadar da negatif tam böleni vardır.** (Gayet mantıklı. Bir sayının pozitifine bölünen o sayının negatifine de bölünür.)

Dolayısıyla bir sayının tüm bölenlerinin sayısı pozitif tam bölenlerinin sayısının iki katı olur.

Peki, bütün tam bölenlerinin toplamı kaçtır?

Var mı bi fikriniz?

Bir doğal sayının tüm bölenlerinin toplamı her zaman sıfır olur. Niye ki?

Kafayı çalıştır bakalım biraz☺

Anlattıklarımı bir örnek üzerinde toparlayayım.

120 sayısını ele alalım.

Bu sayının

a) Asal çarpanlarını (Asal tam bölen sayısını)

b) Pozitif tam bölen sayısını,

c) Tam bölen sayısını,

d) Asal olmayan tam bölen sayısını,

e) Tam bölenlerinin toplamını bulalım.

İlk hareket sayıyı asal çarpanların üssü biçiminde yazmak olmalı.

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

a) 120 nin asal bölenleri 2, 3 ve 5 tir. (3 tane)

b) Pozitif tam bölen sayısı 4.2.2 = 16 (üslerin 1 fazlasını çarpıyorduk.)

c) Bütün tam bölenlerinin sayısı 2.16 = 32 (pozitiflerin 2 katıydı.)

d) Asal olmayan tam bölenleri 32 – 3 = 29 (toplam 32 tane böleni vardı. Ama bunların 3 tanesi asaldı maalesef☹)

e) Bütün tam bölenlerinin toplamı sıfırdır. (Her zaman sıfır olur çünkü)

Örnek soru

a ve b tam sayıları için

$$a \cdot (b+1) = 180$$

olduğuna göre, a nın kaç farklı değer alabileceğini bulalım.

Çözelim.

Böyle bir soruda a ve b nin alabileceği değerleri bulurken ihtimalleri tek tek yazacaksanız anlattıklarımdan bir şey anlamamışsınız demektir. Şunu unutmayın ki soruları hazırlayan amcalar amelelik gerektiren soruları pek sormuyorlar.☺

180 i bölen kaç tam sayı varsa o kadar da a vardır. Bu kadar basit işte☺

Bu da $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ biçiminde yazıldıktan sonra bulabilirsiniz sanırım.

180 in pozitif tam bölenleri 3.3.2 = 18 ve tam bölenleri de 2.18 = 36 olduğundan 36 tane a tam sayısı mevcuttur bu eşitlikte.

Örnek Soru

$$15 \cdot 6^n$$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 40 olduğuna göre, n kaçtır?

Sinir bi soruya benziyo.☺

Yoo...

Bak şimdi $15 \cdot 6^n = 3 \cdot 5 \cdot (2 \cdot 3)^n = 3 \cdot 5 \cdot 2^n \cdot 3^n$

Eee... Sonra?

Hatırlarsın ☺ Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üsleri toplanıyordu.

$$3 \cdot 5 \cdot 2^n \cdot 3^n = 2^n \cdot 3^{n+1} \cdot 5^1$$

Üslerin 1 fazlasının çarpımı 40 olacak işte☺

Yani, (n + 1)(n + 2).(1 + 1) = 40 ve bu eşitlikten de n = 3 olduğunu tahmin edersin artık☺

1. **450 sayısı kaç farklı asal sayı ile tam bölünür?**

2. a pozitif tam sayı, b asal sayı olmak üzere,

   ab = 60

   olduğuna göre, b kaç farklı değer alabilir?

3. **250 nin asal bölenlerinin toplamı kaçtır?**

4. m ve n pozitif tam sayıları için,

   $108 = 2^m \cdot 3^n$

   olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

5. **m, n ve p pozitif tam sayılar olmak üzere**

   $240 = 2^n \cdot 3^m \cdot 5^p$

   olduğuna göre, n + m + p toplamı kaçtır?

6. **m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere**

   $720 = K \cdot 2^n \cdot 3^m$

   olduğuna göre, K en az kaçtır?

7. **a, b, c ve d pozitif tam sayıları için**

   $210 = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d$

   olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

8. $6^2 + 8^2$

   toplamı kaç farklı asal sayı ile tam bölünür?

9. **8! in asal tam bölen sayısı kaçtır?**

10. **12! in asal bölenlerinin toplamı kaçtır?**

11. $2^5 \cdot 5^3$

çarpımının pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

12. $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

çarpımının pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

13. $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

çarpımının tam bölen sayısı kaçtır?

14. $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

sayısının asal olmayan pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

15. 150 nin pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

16. 24 ün tam bölenlerinin toplamı kaçtır?

17. 1967 nin tam bölenlerini toplamı kaçtır?

18. 1080 nin tam bölen sayısı kaçtır?

19. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$2^x \cdot 3^4$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 20 olduğuna göre, x kaçtır?

20. m pozitif tam sayı olmak üzere,

$2^m \cdot 3^2 \cdot 5$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 30 olduğuna göre, m kaçtır?

1. k pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{150}{k}$

ifadesi bir tam sayı belirttiğine göre k kaç farklı değer alabilir?

2. x negatif tam sayı olmak üzere,

$\frac{105}{x}$

kesri bir tam sayı belirttiğine göre, x kaç farklı değer alabilir?

3. y tam sayısı için

$\frac{72}{y}$

kesri bir tam sayı belirttiğine göre y kaç farklı değer alabilir?

4. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a.b = 198$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

5. a ve b pozitif tam sayıları için

$a \cdot (b - 2) = 180$

olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

6. a, b pozitif tam sayı olmak üzere ,

$b = 2 + \frac{60}{a}$

olduğuna göre,a kaç farklı değer alabilir??

7. $\frac{180 + x}{x}$

ifadesini tam sayı yapan kaç farklı x doğal sayısı vardır?

8. m pozitif tam sayı olmak üzere,

$2^m \cdot 3^{m+1} \cdot 5$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 40 olduğuna göre, m kaçtır?

9. n pozitif tam sayı olmak üzere,

$4^n \cdot 27$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 36 olduğuna göre, n kaçtır?

10. $10 \cdot 2^n$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 14 olduğuna göre, n kaçtır?

11. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$60 \cdot 2^x$

sayısının tam bölen sayısı 64 olduğuna göre, x kaçtır?

12. $15^n \cdot 18$

sayısının pozitif tam bölen sayısı 30 olduğuna göre, n kaçtır?

13. $12 \cdot 2^{n+1}$

sayısının asal olmayan pozitif tam bölen sayısı 10 olduğuna göre, n kaçtır?

14. $60 \cdot 2^n$

sayısının asal olmayan tam bölen sayısı 53 olduğuna göre, n kaçtır?

15. 2.6^a **sayısının asal olmayan pozitif tam bölen sayısı 18 olduğuna göre, a doğal sayısı kaçtır?**

16. 3.15^{a+1} **sayısının tam bölenlerinin sayısı 84 olduğuna göre, a kaçtır?**

1. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x^2 = 2^2.3.y$

olduğuna göre, y nin en küçük değeri kaçtır?

2. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x^2 = 2^2.3^3.5.y$

olduğuna göre, y nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

3. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x^2 = 2^3.5^2.7.y$

olduğuna göre, en küçük x değeri kaçtır?

4. k, m pozitif tam sayıları için

$k^2 = 24m$

olduğuna göre, m en az kaçtır?

5. x, y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$x^2 = 8y$

olduğuna göre, x in en küçük değeri kaçtır?

6. m, n pozitif tam sayıları için

$n^2 = 48m$

olduğuna göre, n in en küçük değeri kaçtır?

7. a ve b pozitif tam sayılar ve

$a^2 = 40b$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

8. a, b pozitif tam sayıları için

$a^2 = 180b$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

9. a, b pozitif tam sayıları için

$a^2 = 540b$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

10. n pozitif tam sayı olmak üzere,

120.n

ifadesi pozitif bir tam sayının karesine eşit olduğuna göre, n en az kaçtır?

11. x ve y pozitif tam sayılar ve

$y^3 = 24x$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer kaçtır?

12. x ve y pozitif tam sayılar ve

$y^3 = 100x$

olduğuna göre, y nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

13. m ve n pozitif tam sayıları için

$m^2 = 96n$

olduğuna göre m + n toplamının en küçük değeri kaçtır?

14. m, n pozitif tam sayılar olmak üzere

$m^2 = 600n$

eşitliğini sağlayan en küçük n değeri için m.n çarpımı kaçtır?

15. a ve b pozitif tam sayılardır.

$a^3 = 480b$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaç olabilir?

16. a ve b pozitif tam sayılardır.

$a^3 = 54b^2$

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaç olabilir?

OBEB ve OKEK

Öğrenci milletinin rivayetlerine göre zor konu.☺
Ama maalesef ki rivayetler bu konuya adam gibi çalışmayanlardan☺

Eğer OBEB ve OKEK olayı ilköğretimden beri başınızın belası ise artık bu beladan kurtulma vaktiniz gelmiş bence.☺
Ya bu konuyu adam gibi öğrenip gelen her soruyu çözeceksiniz. Ya da bu fırsatı da harcamış olacaksınız.

Kesinlikle zor bir konu değil. Zaten olayı kavramaya başladığınızda gerçekten kolay olduğunu göreceksiniz. Fakat bu konuyu öğrenirken daha da sabırlı olun ve kesinlikle pes etmeyin. Pes ederseniz sıkıntı olabilir. Ne yalan söyleyeyim.☺

Ve bir şey daha söyleyeyim.
Artık şunu anlamış olmanız lazım ki soruları veya konuları ezberleyerek matematik öğrenilmiyor. (Tecrübeyle sabit der gibisiniz☺) Onun için konuların ve soruların mantığını anlamaya çalışın.
Tamam mı? Ok.☺ Gelin bakalım.

En Küçük Ortak Kat (EKOK)

İki veya daha fazla sayının katı olan (yani, bu sayıların her birine tam bölünebilen) en küçük sayıya bu sayıların **ortak katlarının en küçüğü (OKEK)** i denir.

A ve B sayılarının OKEK ini OKEK(A, B) şeklinde gösterebilirsiniz. Müsaade ediyorum☺

Şimdi 10 ve 15 in en küçük ortak katını bulun bakalım.
Haydaaa...! (Adam bir şey anlatmadan soru soruyor yaw!)
Tamam. İlk soruyu ben çözeyim.☺
Biraz ilkel ama rahatlıkla anlayacağınız bir çözüm☺
10 un katları: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, ...
15 in katları: 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, ...
Ortak olan katları görüyor musunuz?☺
Evet, ortak katlar: 30, 60, 90, ... dır.

Peki, bu ortak katlar içinde en küçük olanı hangisi?
30 değil mi?
Ok.
Artık bunu OKEK(10,15) =30 şeklinde ifade edebilirsiniz.
Bundan sonra böyle yaparsınız artık.☺

Fakat iki veya daha fazla sayının OKEK ini her zaman bu şekilde amele gibi uğraşıp bulmuycaz tabii ki.
Ya sayılar 252 ve 120 olsaydı? N'ber?

Daha pırt.olarak

10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

OKEK (10,15) = 2.3.5 = 30 dur.
Anladınız mı ne yaptığımı?
Anlatayım. Şunu yaptım. Önce verilen sayıları yan yana (aynı hizaya☺) yazdım. Ve sağ taraflarına uzunca bir çizgi çizdim☺ Sonra bu sayıları bölen (birini ya da her ikisini de) en küçük asal sayı ile böldüm. Bu asal sayı ile bölünen sayı kalmayınca diğer asal sayıya (burada 3 e) geçtim. O da bitince 5 e geçtim. En dipte 1 leri görünce de çizginin sağındaki sayıları çarptım ve OKEK i buldum.☺
Way be!
Üç sayı olsa da olur mu ki?
Hı hı ...
Amcalar sorarsa siz de yaparsınız artık☺

Örnek Soru

45, 40 ve 60 ın en küçük ortak katı kaçtır?

Sayıları yan yana yazıp bulalım bakalım.

45	40	60	2
45	20	30	2
45	10	15	2
45	5	15	3
15	5	5	3
5	5	5	5
1	1	1	

Bu durumda OKEK(45, 40, 60) = 2.2.2.3.3.5 = 360 imiş.

En Büyük Ortak Bölen (EBOB)

İki veya daha fazla sayının her birini tam olarak bölebilen en büyük sayıya bu sayıların **ortak bölenlerinin en büyüğü (OBEB)** i denir.

A ve B sayılarının OBEB i OBEB(A, B) şeklinde gösterilir.

Örneğin,
24 ve 36 sayılarının OBEB ini bulalım.
Bunun için yine bi amele işi yapalım ve bu sayıları tam bölen sayıları yazalım.
24 ün bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6**, 8, **12**, 24
36 nın bölenleri: **1, 2, 3, 4, 6**, 9, **12**, 18, 36
Burada 24 ve 36 nın ortak bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12 dir ve en büyük ortak bölen (OBEB) ise 12 dir.
Bu kadarını yazmışsınızdır artık.☺

Ama iki (ya da daha fazla) sayının OBEB ini her zaman bu yöntemle bulmak hiç de pratik olmayabilir.

Daha pırt. olarak şöyle bulabilirsiniz,

24	36	2
12	18	2
6	9	3
2	3	

OBEB (24, 36) = 2.2.3 = 12

Nasıl yaptığımı anlatayım.
Sayıların ikisini de tam bölen en küçük asal sayı 2 olduğu için 2 ye böldüm. Bölüm sonuçlarının (ikinci sıradaki sayıların) ikisi de yine 2 ile bölünebildiği için 2 ye böldüm. Daha sonra ise elde ettiğim sayıların ikisi de (6 ve 9) 3 ile bölünebildiği için ben de 3 ile böldüm. Ve başka da ortak bölen olmadığı için bitirdim.
Ama OBEB i henüz bulmuş olmadım. Çizginin sağındaki sayıları çarptım ve öyle buldum.
Anladınız mı?

Canlar, eğer OBEB i bu yöntemle bulacaksanız her iki sayıyı da ortak olarak bölen asal sayıları alın. Ve sonra da bu sayıları çarpın.

Önemli bir husus da OBEB i bulma işleminde bölüm sonuçlarının (yani, en alttaki sayıların, üstteki örnekte en alttaki 2 ve 3 ün) **aralarında asal olduğudur.** Bununla ilgili çok gıcık sorular gelebilir önünüze. ☺

OBEB ve OKEK ile ilgili çok fazla özellik yok.Bir iki basit özellik var o kadar.

- **Aralarında asal iki sayının OBEB i 1, OKEK i ise bu sayıların çarpımına eşittir.**

Örneğin,
Aralarında asal olan 9 ve 10 sayıları için
OBEB(9,10) = 1
OKEK (9,10) = 9 . 10 = 90 dır.
Örneğin,
Aralarında asal iki doğal sayının ortak katlarının en küçüğü 30 ise bu sayılar 1 ile 30, 2 ile 15 veya 3 ile 30 olabilir.
Anlaşıldı mı bu olay?

Ve sadece iki sayı için, (Evet... Sadece iki sayı için) geçerli bir özellik. Üç sayı için denemeyin sakın. Yamulursunuz ☺

A ve B doğal sayı olmak üzere,
- **OBEB (A, B) . OKEK(A, B) = A.B**

Örnek Soru
İki doğal sayının en büyük ortak böleni 30 ve en küçük ortak katı 120 ise bu sayıların çarpımı kaçtır?

Çok basit.
İki sayının OBEB i ve OKEK i verilmişse bu sayıların çarpımını bulmak için sayıları bilmenize gerek yok. Çünkü OBEB ve OKEK in çarpımı sayıların çarpımına eşittir.
Yani, bu sayıların çarpımı 30 .120 = 3600 dür.

Bu soruda sayıların kaç olduğunun bir önemi yok. Sayıların biri 30 diğeri 120. Ama sayıları bulmasanız da olur.

1. **12 ve 20 sayılarına tam bölünebilen (EKOK) en küçük pozitif tam sayı kaçtır?**

2. x, y ve z pozitif tam sayılar olmak üzere,
A = 15x = 18y = 20z
olduğuna göre, A en az kaçtır?

3. **5, 6 ve 8 ile bölündüğünde her seferinde 3 kalanını veren en küçük pozitif tam sayı kaçtır?**

4. a, b ve c pozitif tam sayıları için
K = 4a + 1 = 5b + 1 = 6c + 1
olduğuna göre, K en az kaçtır?

(Bu eşitliğin anlamı şu: K sayısı 4, 5 ve 6 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor.)

5. **5, 6 ve 8 ile bölündüğünde sırasıyla 3, 4 ve 6 kalanını veren en küçük pozitif tam sayı kaçtır?**

6. a, b ve c pozitif tam sayıları için
K = 5a + 2 = 6b + 3 = 8c + 5
olduğuna göre, K en az kaçtır?

7. A üç basamaklı doğal sayıdır.
$\frac{A}{120}, \frac{A}{90}, \frac{A}{72}$
kesirleri birer tam sayı olduğuna göre, A en az kaçtır?

8. **12, 16 ve 20 ile tam bölünen üç basamaklı en büyük doğal sayı kaçtır?**

9. 8, 12 ve 20 ile tam bölünen 1300 den küçük sayılardan en büyüğünün onlar basamağı kaçtır?

10. 5, 6 ve 8 ile bölündüğünde her seferinde 4 kalanını veren 500 den büyük sayılardan en küçüğü kaçtır?

11. 5, 6 ve 8 ile bölündüğünde sırasıyla 2, 3 ve 5 kalanını veren 300 den büyük en küçük pozitif tam sayı kaçtır?

12. 1923 e en az kaç eklenirse elde edilen yeni sayı 12, 15, 18 ile tam bölünür?

13. 1967 den en az kaç çıkarılırsa elde edilen yeni sayı 25 ve 30 a tam bölünür?

14. 60, 90 ve 150 sayılarını tam bölen en büyük pozitif tam sayı (EBOB) kaçtır?

15. 140, 168 ve 112 sayılarını tam bölen en büyük doğal sayı kaçtır?

16. x pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\frac{420}{x}, \frac{360}{x}, \frac{270}{x}$$

kesirlerinin sonucu tam sayı olduğuna göre x in alabileceği en büyük değer kaçtır?

17. 147 ve 192 sayılarını böldüğünde 12 kalanını veren en büyük doğal sayı kaçtır?

18. 170, 366 ve 458 sayılarını böldüğünde sırasıyla 30, 16 ve 38 kalanını veren en büyük doğal sayı kaçtır?

Örnek Soru

En büyük ortak böleni 45 olan farklı iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

Çözelim.
Öyle iki sayı bulacaksınız ki 45 bu sayıları bölen en büyük sayı olacak.
Peki, 45 hangi sayıları bölüyor. 45, 90,135, 180, ... (45 in katı olan sayıları) öyle değil mi?
Bu sayılar içinden seçilen iki farklı sayının toplamı en az 45 + 90 = 135 tir.

1. En büyük ortak böleni 12 olan farklı iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

2. Ortak bölenlerinin en büyüğü 18 olan iki basamaklı farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

Örnek Soru

Ortak katlarının en küçüğü 60 olan farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

Çözelim,
- 60 hangi sayıların katı? İlk önce bu soruma cevap verin bakalım.
- Meselâ neyin 1 katı?
- 60 ın.
- Neyin 2 katı?
- 30 un.
- Neyin 3 katı?
- 20 nin.
- ...

Tamam. Bu iki sayının toplamının en çok olması istendiğine göre, bu sayılardan ilkini 60, ikincisini de 30 almak icap eder. Öyle ya toplamları en çok olmalı.

3. Ortak katlarının en küçüğü 150 olan farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

4. Ortak katlarının en küçüğü 72 olan farklı üç doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

Bu konuda sıkıntı yaşanan en önemli noktalardan biri şu: Örnek üzerinde göstereyim.
Örneğin,
OBEB (A, B) = 6 verildiğinde hem A hem de B sayılarının ikisi de 6 nın katı olduğunu düşünün.
Yalnız, x ve y aralarında asal sayılar olmak üzere, A = 6x ve B = 6y alın ve öyle işlem yapın.
İşte sıkıntı burada çıkıyor. x ve y aralarında asal olmazsa yamulursunuz.☺ Ona göre.

Örnek Soru

A ve B doğal sayıları için,

OBEB (A, B) = 5
OKEK (A, B) = 60

olduğuna göre, bu koşulları sağlayan A sayılarını bulalım.

Çözelim.
Bu soruda ilk önce A ve B nin 5 in katı olduğunu görün. Daha sonra A = 5x ve B = 5y olarak yazın. Ama x ve y nin aralarında asal olduğunu unutmayın.

İki sayının OBEB ve OKEK inin çarpımı bu sayıların çarpımına eşitti.
Yani, A.B = 5.60 ve 5x.5y = 300 eşitliğinden x.y = 12 bulursunuz.
Şimdi çarpımı 12 olan aralarında asal iki sayıyı (x ve y yi) düşünün. (1 ile 12, 3 ile 4, 4 ile 3, 12 ile 1 olabiliyor.)
Bu durum da A = 5x in değeri 5.1 = 5, 5.3 = 15, 5.4 = 20 ya da 5.12 = 60 olabilir.

5. a ve b pozitif tam sayılardır.

3a = 5b

EBOB(a,b) = 6

olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

6. x ve y pozitif tam sayıları için

x + y = 60

EBOB (x, y) = 10

olduğuna göre, x en çok kaç olabilir?

7. x ve y pozitif tam sayıları için

x + y = 42

EBOB (x, y) = 6

olduğuna göre, x kaç farklı değer alabilir?

8. x ve y doğal sayılar olmak üzere,

EBOB (x, y) = 5

x.y = 750

olduğuna göre x + y toplamı en az kaçtır?

9. A ve B pozitif tam sayıları için

EKOK (A, B) = 108

EBOB (A, B) = 9

olduğuna göre, A + B toplamı en az kaçtır?

10. x ve y pozitif tam sayıları için

EKOK (x,y) = 144

EBOB (x,y) = 12

olduğuna göre x + y toplamı en az kaçtır?

11. m ve n pozitif tam sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü OBEB (m, n) = 8 ve ortak katlarının en küçüğü OKEK (m, n) = 80 dir.

m + n = 56 olduğuna göre, m – n farkının pozitif değeri kaçtır?

OBEB – OKEK problemleri

Problem biçimindeki OKEK - OBEB sorularının hangilerinde OKEK, hangilerinde OBEB kullanılır? Bu konudaki fikriniz?
Şimdiki olayımız bu. İzah edeyim.
Problemlerdeki temel mantık şu;

- **Parçaları birleştirerek daha büyük bir şey (uzunluk, alan, hacim, zaman... vs) elde ediliyorsa bu OKEK sorusudur.**

Örneğin,
Dikdörtgenlerden bir kare elde ediliyorsa,
Dikdörtgenler prizmalarından bir küp elde ediliyorsa OKEK kullanılır.

- **Bir bütün (kocaman bir şey) küçük parçalara ayrılıyorsa bu OBEB sorusudur.**

Örneğin,
Bir bahçe etrafına eşit aralıklarla ağaç dikiliyorsa.
dikdörtgen biçimli bir odanın zemini kare biçimindeki parkelerle döşeniyorsa,
Dikdörtgenler prizması biçimindeki bir depo küp biçiminde bölmelere ayrılıyorsa (veya kolilerle dolduruluyorsa)OBEB kullanılır.
Ha! Bu arada OBEB sorularında en sonda eş büyüklükte parçalar elde edilir hep. Bilginiz olsun.
Bunları çoğaltabiliriz elbette ki. Ama temel mantığı bu. Anladınız mı şimdi☺?
Yoksa en çok diyorsa soru OBEB sorusu, en az diyorsa OKEK sorusudur gibi bir mantık yok kesinlikle.

Örnek Soru

Zelâl bir sepetteki gülleri 4 er 4 er saydığında 3 gül, 5 er 5 er saydığında 4 gül, 6 şar 6 şar saydığında 5 gül artıyor.

Sepetteki güllerin sayısının 150 den fazla olduğu bilindiğine göre, güllerin sayısı en az kaçtır?

Çözelim.

Çok basit ki☺
Dikkat ederseniz sepete 1 gül daha koymuş olsaydınız, 4 er, 5 er veya 6 şar saydığınız da hiç gül artmayacaktı.

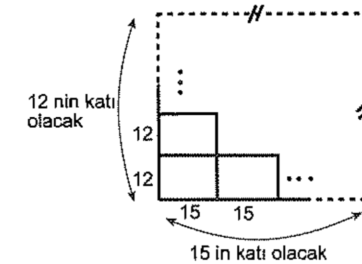
O halde sepete 1 gül ekleyince gül sayısı 4, 5 ve 6 nın katı olur. (Önce en küçük katlarını = OKEK lerini bulun. 60 değil mi?)
Demek ki gül sayısı 60 ın katından 1 eksik. (eklediğimiz gülü sonradan çıkarmamız lâzım.) ve 150 den fazla.
Bu durum da en az 60.3 – 1 = 179 gül olmuş olur sepette.
Anladınız mı?

Örnek Soru

Kenar uzunlukları 12 cm ve 15 cm olan dikdörtgen biçimli tahtalar yan yana eklenerek bir kare elde ediliyor.

Bu iş için en az kaç tahta gereklidir?

Çözelim.
Önce olayı resmeden güzel bi şekil yapalım☺



Sonra düşünelim. Bu soru OBEB le mi yoksa OKEK le mi ilgilimi?
Bakalım soruda ne yapılıyor?
Küçük parçalar birleştirilerek daha büyük bir şey (kare) elde ediliyor. O halde OKEK var burada. Öyle değil mi?
Peki, elde edilen karenin bir kenarı en az kaç cm olabilir?
12 ve 15 in katı olan en küçük sayı. Doğru mu bu?

O halde bulalım bakalım kaçmış?

12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

OKEK(12, 15) = 2.2.3.5 = 60 olduğundan elde edilen karenin bir kenarı en az 60 cm olabilir.
İyi de kaç tane tahta lâzım? Bunu nasıl bulcaz? Var mı bi fikriniz?

Elde edilen karenin alanını bir tahtanın (dikdörtgenin) alanına bölün. (ikisinin de alanı iki kenar uzunluğu çarpılarak bulunuyor.)

Karenin alanı = 60.60 = 3600

Bir tahtanın alanı 12.15 = 180

Demek ki $\frac{3600}{180} = 20$ tane tahtaya gerek varmış.

Anlaşıldı mı bu soru. Ve bu sorunun ışığında OKEK in mantığı.

Örnek Soru

12, 15 ve 20 ile bölündüğünde her seferinde 7 kalanını veren üç basamaklı en küçük sayının onlar basamağı kaçtır?

Çözelim,

$$\begin{array}{r|l} x & 12 \\ \hline - & \ldots \\ 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x & 20 \\ \hline - & \ldots \\ 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x & 15 \\ \hline - & \ldots \\ 7 & \end{array}$$

Önce şu kalan 7 yi bir kenara ayıralım.
Bu durumda aradığımız sayının 7 eksiği 12, 15 ve 20 ye tam bölünüyor demek oluyor bu. O halde bu sayının 7 eksiği 12, 15 ve 20 nin katı. Peki, bu sayıların katı olan en küçük sayı (OKEK) kaç? Önce bunu bulun. (Yukarıdaki gibi)
60 ı buldunuz mu?
O halde soruyu çözdünüz demektir. Bundan sonrası yorum.
Aranan sayı 60 ın katından 7 fazla olacak. (Çıkardığımız 7 yi eklememiz lâzım.) Üstelik üç basamaklı en küçüğü olacak.
Olsun. Kolay ki☺
60 ın 2 katının 7 fazlası olabilir meselâ.(1 katının 7 fazlası olmuyor. Görün isterseniz)
Demek ki bu sayı 2.60 + 7 = 127 imiş.
Anlaşıldı mı?
...
Bu anlatımla da anlamazsanız☺

1. Bir pul koleksiyoncusu elindeki pulları 12 şer 15 er ve 18 erli gruplara ayırdığında her defasında 3 pulun arttığını görüyor.

Buna göre, bu koleksiyonda en az kaç pul vardır?

2. Bir çiçekçi bir sepetteki gülleri 5 er, 6 şar ve 7 şer demetlediğinde her seferinde 4 gül artıyor.

Buna göre, sepette en az kaç gül vardır?

3. Ebatları 35 cm ve 40 cm olan dikdörtgen şeklindeki kartonların en az kaç tanesi kullanılarak bir kare elde edilebilir?

1. Cemil kitaplığındaki kitapları 4 er, 5 er ve 6 şar grupladığında her seferinde 2 kitap eksik kalıyor.

Buna göre, Cemil'in kitaplığında en az kaç kitap vardır?

2. Bir kamyondaki karpuzlar 5 er 6 şar veya 8 erli gruplara ayrıldığında her seferinde 2 karpuz eksik kalıyor.

Buna göre, kamyonda en az kaç karpuz vardır?

3. Ali misketlerini 4 er, 5 er ve 8 erli gruplara ayırdığında sırasıyla 1, 2 ve 5 misket artıyor.

Ali'nin misketlerinin sayısı 80 den çok olduğuna göre, en az kaç misketi vardır?

4. Bir fabrika atölyesinde atölye şefi işçileri 5'erli 6'şarlı ve 8'erli gruplara ayırdığında her defasında 3 işçi eksik kalıyor.

Buna göre, bu atölyede en az kaç işçi vardır?

5. 145 kişilik bir gruba a kişi daha katılırsa gruptaki kişi sayısı 4, 5, 6 nın katı oluyor.

Buna göre, a en az kaçtır?

6. 12 cm ve 14 cm ebatlarındaki iki farklı uzunluktaki borulardan eş olanlar uç uca eklenerek eşit uzunlukta iki ayrı hat döşeniyor.

Buna göre, en az kaç boruya ihtiyaç vardır?

7. Bir işyerindeki üç zil 15, 30 ve 75 dakika aralıklarla çalmaktadır.

Bu ziller birlikte çaldıktan en az kaç dakika sonra tekrar birlikte çalar?

8. Bir limandan kalkan üç farklı gemi bir seferlerini 30 gün, 40 gün ve 45 günde tamamlamaktadır.

Bu gemiler aynı gün sefere başladıklarına göre, ilk kez kaç gün sonra tekrar birlikte sefere çıkarlar?

9. Bir traktörün tekerlek çevreleri sırası ile 600 cm ve 240 cm dir. Traktör dururken arka ve ön tekerleklerin yere değdiği noktalar işaretleniyor.

Tekerleklerin işaretli kısımları tekrar aynı anda yere değdiklerinde küçük tekerlek kaç tur dönmüş olur?

10. Bir okuldaki öğrenciler sınıflara hiç öğrenci artmayacak şekilde 25 er ya da 30 ar kişi olacak şekilde yerleştirilebiliyor.

Buna göre, okuldaki öğrenci sayısı en az kaçtır?

11. 15 cm, 8 cm ve 10 cm ebatlarında dikdörtgen prizması şeklindeki kutular yan yana ve üst üste konularak bir küp oluşturuluyor.

Bu küp için en az kaç tane dikdörtgenler prizmasına ihtiyaç vardır?

12. Ebatları 12 cm, 15 cm ve 8 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kutuların ambalajlanması için küp şeklinde bir koli imal edilecektir.

Kutuların kolide hiç boşluk kalmayacak şekilde ambalajlanabilmesi için kolinin bir kenarı en az kaç cm olmalıdır?

Örnek Soru

Uzunlukları 72 cm ve 96 cm olan iki metal çubuk eşit uzunluktaki parçalara ayrılacaktır.

Buna göre, bir parçanın uzunluğu en çok kaç cm olabilir?

Ve en az kaç parça elde edilebilir?

Önce soruda OBEB mi OKEK mi kullanılacak buna karar verin.

Ne yapılıyor?

Büyük çubuklar küçük ve eşit uzunluktaki parçalara ayrılıyor.

Dolayısıyla bu bir EBOB sorusudur.

Gelin isterseniz beraber mantık yürütelim. Uzunlukları 72 cm ve 96 cm olan çubukları eş uzunlukta parçalara ayırmak istiyoruz. Ama bu parçaların uzunluklarının da en fazla olmasını istiyoruz.

En çok kaç cm olabilir?

72 ve 96 yı bölen en büyük sayı kaç ise o kadar. Yani 72 ve 96 nın OBEB i kadar. OBEB i bulun bakalım.

72	96	2
36	48	2
18	24	2
9	12	3
3	4	

OBEB (72, 96) = 2.2.2.3 = 24

Demek ki çubukların uzunluğu en çok 24 cm olabiliyormuş. Bu durumda toplam kaç parça oluşur? 72 cm olandan 3 parça, 96 cm olandan da 4. Öyle değil mi? Yani toplam 7 parça.

Anladınız mı?

Örnek Soru

Kenar uzunlukları 56 m ve 80 m olan dikdörtgen şeklindeki tarlanın kenarlarına, köşelere de ağaç dikilmek koşuluyla, eşit aralıklarla ağaçlar dikilecektir.

Buna göre,

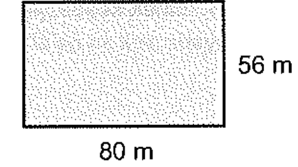
a) Ağaç aralıkları en çok kaç metre olabilir?

b) Bahçenin çevresine en az kaç ağaç dikilebilir?

Çözelim.

İlk önce bu soru da OBEB mi OKEK mi kullanacağınıza karar verin.

Ne yapılıyor soruda. Büyük bir uzunluk eşit ve daha küçük uzunluklara bölünüyor yine. Yani OBEB. Birlikte düşünelim mi?



Ağaç aralıkları en çok 56 ve 80 i bölen en büyük sayı kadar olabilir. Yani 56 ve 80 in OBEB i kadar.

56	80	2
28	40	2
14	20	2
7	10	

OBEB (56, 80) = 2. 2. 2 = 8 olduğundan ağaç aralıkları en çok 8 m olabilir. Bu durum da ağaç sayısı en az olur zaten.

Peki, kaç olur?

56 metre olan kenara 7 ağaç 80 metre olan kenara ise 10 ağaç bir de karşı tarafları var. Toplam 34 ağaç.

Aslında tarlanın çevre uzunluğunu 8 e (OBEB e) bölerek de 34 ü bulabilirsiniz.

Aklınızda olsun.

1. Uzunlukları 48 cm ve 56 cm olan farklı iki çubuk kesilerek eş uzunlukta parçalar elde edilecektir.

En az kaç parça elde edilebilir?

2. Kenarları 48 m ve 84 m olan dikdörtgen biçimindeki bir havuzun etrafına eşit aralıklarla ışıklandırma direkleri dikilecektir.

Köşelere de direk dikilmek koşuluyla en az kaç direk dikilebilir?

3. 216 m ve 360 m ebatlarında bir arazi kare şeklinde eşit alanlı parsellere bölünecektir.

Bu araziden en az kaç parsel oluşabilir?

4. 180 cm ve 150 cm ebatlarındaki bir banyo kare biçimli fayanslarla döşenecektir.

Buna göre, en az kaç fayans gereklidir?

5. 150 m ve 400 m ebatlarında dikdörtgen şeklindeki bir alan kare şeklinde eşit alanlı bölgelere ayrılarak oluşturulan her alanın köşelerine fidan dikilecektir.

Buna göre, en az kaç fidan gerekir?

6. 30, 40 ve 55 litrelik üç farklı yağ eşit hacimli şişelere doldurulacaktır.

Buna göre, en az kaç şişeye ihtiyaç vardır?

7. Bir bakkal 108, 120, 150 kg lık çuvallardaki üç farklı kalitedeki mercimekleri birbirine karıştırmadan ve eşit ağırlıkta paketlemek istiyor.

Buna göre, bakkalın en az kaç pakete ihtiyacı vardır?

1. Eni 240 m ve boyu 216 m olan dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın etrafına köşelere de dikilmek şartıyla eşit aralıklarla ağaç dikilecektir.

Buna göre, en az kaç ağaç gerekir?

2. Bir galeri sahibi otomobillerini dörderli, beşerli ve altışarlı gruplara ayırdığında otomobil artmıyor.

Buna göre, bu galeride en az kaç otomobil vardır?

3. 720 x 690 cm ebatlarındaki dikdörtgen biçimli bir odanın zeminine kare şeklinde fayanslar döşenecektir.

En az kaç fayans gerekir?

4. 18, 24 ve 42 kişiden oluşan üç farklı ülkeye ait sporcular bir otelde her odada eşit sayıda sporcu kalmak koşuluyla yerleştiriliyor.

Her odada aynı ülkenin sporcuları bulunmak koşuluyla en az kaç odaya ihtiyaç vardır?

5. 80,112 ve x kg ağırlığındaki üç çeşit un eşit ağırlıkta poşetlenecektir.

Unlar birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde en az 15 poşete konabildiğine göre x kaçtır?

6. 24, 40 ve 72 litrelik bidonlardaki üç farklı kimyasal madde hiç artmayacak şekilde eşit hacimli şişelere doldurulacaktır.

Buna göre, kullanılacak şişelerin hacmi en çok kaç litre olabilir?

7. Ebatları 10 cm, 15 cm ve 24 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki taşlarla küp şeklinde bir anıt yapılacaktır.

Bu iş için en az kaç taşa ihtiyaç vardır?

8. Kenar uzunlukları 60 cm, 50 cm ve 40 cm olan bir sandık küp şeklindeki kutularla hiç boşluk kalmayacak biçimde doldurulacaktır.

Sandığı doldurmak için en az kaç kutuya ihtiyaç vardır?

9. 64 cm, 40 cm ve 56 cm ebatlarındaki dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutuya hiç boşluk kalmayacak şekilde küp şeklindeki oyuncaklar yerleştirilecektir.

En az kaç oyuncak yerleştirilebilir?

10. Bir kavşaktaki üç farklı trafik lambası 45, 60 ve 75 saniye aralıklarla yeşil yanmaktadır.

Bu lambalar 12:10 da birlikte yeşil yandıklarına göre, ilk kez saat kaçta tekrar birlikte yeşil yanarlar?

11. Çevresi 800 m olan dairesel bir pist etrafında hızları dakikada 80 metre ve 100 metre olan iki bisikletli sürekli dönmektedir.

Aynı anda aynı noktadan harekete başlayan bu bisikletliler ilk kez kaç dakika sonra harekete başladıkları noktada yan yana gelirler?

12. Feray 'ın tokalarının sayısı en az 75 en çok 90 olduğu biliniyor. Feray tokalarının 2 şer, 3 er ve 7 şer grupladığında her seferinde 1 tokası artıyor.

Buna göre, Feray'ın kaç tokası vardır?

RASYONEL SAYILAR

Soru bankasını eline alınca ilk önce rasyonel sayıları çözen kaç kişi var aranızda? ☺

... ☹

Çok fazla ayrıntıya girmiycem. Birinci kitapta ayrıntılı olarak vardı zaten.

Önce kesir olayı.

Üç tane kesir çeşidi var. (Yeni cinsleri çıkmamışsa benim bildiğim üç tane)☺

Basit kesir payı paydasından küçük, **bileşik kesir** ise payı daha büyük olan kesirdir. Bir de **tam sayılı kesir** var.

Geçiyorum.

Bileşik kesri tam sayılı kesir olarak yazma

Örnekle göstereyim.

$\frac{14}{5}$ kesri bir bileşik kesir ve biz bu kesri tam sayılı kesir olarak yazmak istiyoruz diyelim.

Şöyle yapılıyor. İnceleyin.☺

$14 \,|\, 5 \quad \Longrightarrow \quad 2\frac{4}{5}$

$-\ \ \ \ 2$ (tam kısım)

4 (pay)

Yani, $\frac{14}{5} = 2 + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5}$ tir. (Paydanın değişmediğine dikkat edin.)

Tam sayılı kesri bileşik kesir olarak yazma

Bu daha kolay.

Bir tam sayı ile bir kesrin toplanması gibi.

Örneğin,

$4\frac{5}{6} = 4 + \frac{5}{6} = \frac{6.4+5}{6} = \frac{29}{6}$

Var mı bi problem?

Iıh☺

Rasyonel sayılarda toplama - çıkarma

Bilmeyen yoktur bunu. Var mı yoksa? ☺

Kesirlerin paydaları eşit değilse eşitlenir, paydalar eşitlendikten sonra paylar toplanıp(çıkarılıp) paya yazılır, payda ise ortak olarak değişmeden yazılır.

Bir örnek yapayım gerisini siz halledersiniz☺

$\underset{(5)}{\frac{1}{3}} + \underset{(3)}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{15} + \frac{9}{15} = \frac{5+9}{15} = \frac{14}{15}$

Ama bazen parantez içinde hiç işlem yapmadan parantezi açmak kolaylık sağlayabilir.

$\left(\frac{3}{11} - \frac{2}{5} - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{8}{11} + \frac{6}{7}\right)$

işleminin sonucunu bulurken parantez içlerindeki kesirlerin paydalarını eşitlerseniz amele gibi uğraşır durursunuz.☺

Ya ne yapın?

Parantezleri açın ve paydası aynı olanları kendi arasında işleme tabi tutun. (Ve kolaylığı görün☺)

1. $1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{5}{2}-\frac{4}{7}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{5}{2}-\frac{7}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $a=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{5}{7}$

$b=\frac{5}{3}+\frac{9}{5}+\frac{2}{7}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

9. $a-\frac{5}{8}=\frac{1}{2}-b$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

10. $3a-\frac{5}{14}=3b+\frac{1}{14}$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi

Biliyorsunuzdur. ☺
İki veya daha fazla kesir çarpılırken, paylar kendi arasında çarpılarak paya, paydalar da kendi arasında çarpılarak paydaya yazılır.

Örneğin,

$\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3.5}{2.7}=\frac{15}{14}$

Ama sadeleştirmeleri zamanında yapın. Yoksa. ☹

$\left(5+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(5+\frac{1}{4}\right)=28$

işleminde 28 i önce sadeleştirme yapmadan bulun. Sonra da sadeleştirerek. Ve sadeleştirmeleri zamanında yapmanın önemini bir kez daha görün☹

İşlem yaparken işlem önceliği muhabbetini hiçbir zaman unutmayın. Yoksa biliyorsunuz☹☺

Örneğin

$3+\frac{1}{2}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\right)$

İşleminde önce parantez içini, ikinci olarak çarpmayı, son olarak toplamayı yapmak lâzım.

1. $\left(\frac{2}{3}+1\right)\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $12\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\left(\frac{2}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{4}-4\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\left(4+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

Rasyonel sayılarla bölme işlemi

Bölme de çok önemli. (Ne önemsiz ki?☺)
İki rasyonel kesri bölerken birinciyi aynen yazıp ikinciyi ters çevirerek birinciyle çarpın.

Örneğin,

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$$

7. $\left(\frac{1}{3}+2\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} - 1$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{4}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\left(1-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right):\left(\frac{1}{2}+2\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{2-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{(2-5)\left(1-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{2}{3}-1\right)(6-1)}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\frac{2}{3} : \left[\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{12}{7}+1\right]$

işleminin sonucu kaçtır?

1. $\dfrac{2}{\frac{3}{4}} - \dfrac{\frac{2}{3}}{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\dfrac{1+\frac{1}{3}}{5} - \dfrac{4}{1-\frac{2}{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2+\frac{1}{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $1+\dfrac{1}{4-\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $5+\dfrac{8}{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\dfrac{\left(9-\frac{9}{2}\right):\left(\frac{1}{4}+2\right)}{1+\frac{1}{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\dfrac{\frac{1+\frac{1}{2}}{2}}{3} - \dfrac{11}{2+\frac{3}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $1+\dfrac{1-\dfrac{1-\frac{1}{2}}{3}}{2-\frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 un pozitif tam sayı kuvveti olan rasyonel sayılara **ondalık sayı** denir.

$\frac{5}{10} = 0,5$ (sıfır tam 10 da 5)

$\frac{61}{100} = 0,61$ (sıfır tam 100 de 61)

Rasyonel sayıyı ondalık yapma olayı☺

Bir örnekle göstereyim.

$\frac{9}{20}$ kesrinin ondalık değerini bulurken ya 9 u 20 ye bölerek 0,45 bulunabilir. (Bu hiç de pratik değil. Ve zaten bunu bölemeyenler de çıkar bir sürü☺)

Veya paydayı 10, 100, 1000 ,... yapmaya çalışın.

$\underset{(5)}{\frac{9}{20}} = \frac{45}{100} = 0,45$ bulun. Bu daha güzel değil mi?

Anlaşıldı mı?

Ondalık sayıyı rasyonel yapalım.

Önce şunları inceleyin. Anlayamazsanız anlatırım.☺

$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$1,525 = \frac{1525}{1000} = \frac{61}{40}$

Anladınız mı?

Ok☺

Şimdi sırada şapkalı sayılar var. Yani,

Devirli Ondalık sayılar

Başlamadan önce $\frac{5}{3}$ kesrini ondalık biçimde yazın bakalım. Kaç çıkıyor? ☺

$\frac{5}{3} = 1,6666...$

Çok değişik çıktı. Ve bölme halen daha da devam ediyor.(sen bunu okurken bile☺)

Ama nasıl devam ettiği belli en azından.
İşte olay burada kopuyor. Amcalar buna da kısa bir gösterim şekli bulmuşlar.
Ve bir sürü 6 yazmaktansa diye düşünmüş ve bunu kısaltarak $1,6666.... = 1,\overline{6}$ olarak yazmışlar.
İşte olay bundan ibaret.

Anladınız mı şimdi devirli ondalık sayının ne demek olduğunu?

Devirli ondalık sayının rasyonel biçimi

Neden ve niçinine girmeden vereyim bunu.
$a,\overline{bcd}$ devirli bir ondalık sayı olsun.
Bu sayıyı rasyonel hale getirirken,

$a,\overline{bcd} = \frac{abcd - ab}{990}$

Nasıl yapıldığını anlatayım.
Kesrin payını yazarken sayının tamamından devretmeyen sayıyı çıkarın.(Ama virgül yokmuş gibi düşünün.)
Paydaya ise virgülden sonraki kısımda bulunan devirli rakam sayısı kadar 9 ve devretmeyen rakam sayısı kadar da " 0 "sıfır"dan oluşan bir sayı yazın.☺

$0,5\overline{14} = \frac{514 - 5}{990} = \frac{509}{990}$

$0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

a) $0,5\overline{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$

Ondalık sayılarla toplama – çıkarma

Yeter ki virgülleri alt alta getirin gerisi kolay. ☺
Ondalık kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yapılırken virgüller alt alta gelecek şekilde işlem yapılır. İşlem yaparken eksik basamakları sıfır "0 " mış gibi düşünün.

Adamlar yan yana verirler. Ama siz yine de alt alta yazın. ☺☺

Örneğin,
15,4+2,622+0,25 işleminin sonucunu bulalım.

```
  15,400
   2,622
 + 0,250
 -------
  18,272
```

1. $1 - 0,72 + 2,3$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $(7,25 - 5,412) - (0,24 + 3,1)$

işleminin sonucu kaçtır?

3. A pozitif reel sayıdır.

$A + 0,784$

işleminin sonucu bir tam sayı olduğuna göre A nın virgülden sonraki kısmı kaçtır?

Ondalık sayılarla çarpma

Ondalık sayılar nasıl çarpılır? Anlatayım.
İlk önce çarpılacak sayıları virgül yokmuş gibi çarpın ve sonucu bulun, sonra bulduğunuz sonucu çarpılan sayıların virgülden sonraki toplam basamak sayısı kadar basamak olacak şekilde virgülle ayırın.
Anlamadınız. Değil mi?
Neyse buraya bakın... ☺

Örneğin
1,23 . 2,1 çarpımının sonucunu bulalım.
Alt alta yazıp virgül yokmuş gibi çarpalım önce.

```
   123
 x  21
 -----
   123
 +246
 -----
  2583
```

Bu işlemde çarpılan iki sayıda virgüllerden sonra toplam 3 basamak var. (1,23 te iki basamak, 2,1 de bir basamak)
Sonuç 2,583
Dolayısıyla virgül yokmuş gibi yaptığımız çarpma işleminin sonucunu bulup virgülden sonra 3 basamak olacak şekilde virgülle ayırdık.
Anlaşıldı mı?

4. $3,12 \cdot 1,24$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $2,24 \cdot 0,25 + 1,32$

işleminin sonucu kaçtır?

Bir sayıyı 10, 100, 1000, ... ile çarpma

a) 1,62.10 = 16,2

b) 0,045.100 = 4,5

c) 2,3684.1000 = 2368,4

d) 5,3.100 = 530

Demek ki bir sayıyı **10 ile çarparken** virgül bir basamak **sağa** kaydırılıyor. Eğer virgülü yoksa sağına bir sıfır ekleniyor. 100 ile çarparken iki basamak sağa...

Ondalık sayılarla bölme

Ondalık sayılarda en çok bunu soruyorlar.☺
İki ondalık kesri bölerken pay ve paydayı virgülden kurtaracak şekilde işlem yapılır. Bunun için pay ve payda 10, 100,1000 ,... ile genişletilir.

Örneğin

$$\frac{0,3}{0,06}=\frac{3.100}{0,06.100}=\frac{30}{6}=5$$

Pay ve paydanın ikisini de virgülsüz hale getirmek 100 ile genişlettik.

Ama şöyle de yapabilirsiniz. Hoşunuza daha çok gideceğinden eminim.☺

$$\frac{0,30}{0,06}=\frac{30}{06}=\frac{30}{6}=5$$

Yani, yine virgülleri alt alta getiriyor, eksik basamakları sıfır kabul ediyor sonra da virgülleri aynı anda kaldırıp işlem yapıyoruz.
Bi örnek daha vereyim.

$$\frac{1,8}{0,036}=\frac{1,800}{0,036}=\frac{1800}{0036}=\frac{1800}{36}=50$$

Bir sayıyı 10, 100, 1000, ... ile bölme

$$\frac{3}{10}=0,3$$

$$\frac{0,52}{10}=0,052$$

$$\frac{61}{1000}=0,061$$

Demek ki bir sayıyı 10 a bölerken virgülü 1 basamak 100 e bölerken ise iki basamak sola kaydırıyoruz.

6. $\frac{2,4}{0,006}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\frac{2}{0,1}+\frac{4}{0,05}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\frac{2}{0,01}+\frac{4}{0,02}-\frac{6}{0,03}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\frac{0,016}{0,04}+\frac{0,34}{0,017}-\frac{0,35}{0,05}$

işleminin sonucu kaçtır?

1. $\frac{1}{0,1}-\frac{1}{0,01}+\frac{1}{0,001}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\frac{5,6}{7}+\frac{0,16}{0,04}-\frac{0,63}{0,009}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\frac{0,039}{0,13}+\frac{0,72}{0,36}-\frac{0,28}{0,14}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\dfrac{\frac{1}{0,02}+\frac{1}{0,4}}{\frac{1}{0,04}+\frac{1}{0,8}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\frac{4,2}{9}\cdot\frac{0,036}{0,07}\cdot\frac{1,4}{0,021}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\frac{0,25}{5,4}\cdot\frac{3,3}{5}\cdot\frac{10,8}{0,055}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\frac{0,6+1,2}{2,4-1,8}-\frac{0,1}{0,01}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $0,1\overline{36}$

devirli ondalık sayısının rasyonel biçimi nedir?

9. $\dfrac{0,3+0,6}{0,\overline{3}+0,\overline{6}}+\dfrac{0,11}{0,\overline{11}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\dfrac{2,4\overline{9}+3,4\overline{9}}{0,\overline{7}+1,\overline{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{0,3\overline{4}+0,4\overline{5}}{0,6\overline{2}+0,3\overline{7}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{6,\overline{9}}{4,\overline{45}+2,\overline{54}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\dfrac{0,\overline{7}}{0,7}+\dfrac{0,\overline{8}}{0,8}+\dfrac{0,\overline{9}}{0,9}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $a=0,\overline{3}$, $b=0,\overline{45}$, $c=0,0\overline{39}$

olduğuna göre, $\dfrac{a+b}{c}$ **oranı kaçtır?**

15. $a=0,\overline{8}$

$b=0,\overline{2}$

olduğuna göre, $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ **toplamı kaçtır?**

16. $a=0,1\overline{3}$

$b=0,\overline{27}$

olduğuna göre, $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}$ **farkı kaçtır?**

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

5. Hafta

- *Basit Eşitsizlikler*
- *Mutlak Değer*

Her şeyin mühim noktası, başlangıçtır.

Eflatun

İnsanın gerçek soyluluğu erdemden gelir, doğuştan değil.

Epiktetos

BASİT EŞİTSİZLİKLER

Birinci kitapta bahsettiğim şeylerin küçük bir özetini vereyim.

Eşitsizlikler de

- $x < 4$ **ifadesi, x in 4 ten küçük değerleri alabileceğini**
- $x \leq 4$ **ifadesi, x in 4 veya 4 ten küçük değerleri alabileceğini**
- $x > 4$ **ifadesi, x in 4 ten büyük değerleri alabileceğini**
- $x \geq 4$ **ifadesi, x in 4 veya 4 ten büyük değerleri alabileceğini anlatır.**

Eşitsizlikler için söyleyeceğim özelliklerin çoğu eşitlik özellikleriyle aynı aslında. Birazdan göreceksiniz. Onun için bu konuyu kafanızda büyütmeyin.

Eşitsizlik özellikleri

- **Bir eşitsizliğin her tarafına aynı sayı eklenip çıkarılabilir.**

Örneğin,

$x-2>3$

eşitsizliğinde x i yalnız bırakmak için eşitsizliğin iki tarafına da 2 eklemek lâzım. 2 ekleyince

$x-2+2>3+2$ den $x>5$ bulursunuz.

Yine benzer biçimde,

$-1<x+3<5$

eşitsizliğinde x i yalnız bırakmak için eşitsizliğin üç tarafına da -3 eklemek lâzım.

Ekleyelim bakalım.

$-1-3<x+3-3<5-3$

$-4<x<2$

bulunur.

Anlaşıldı mı burası? Hı?

- **Bir eşitsizliğin her tarafını pozitif bir sayı ile çarpabilir ve bölebilirsiniz.** İzin veriyorum. Sıkıntı yok.☺

Örneğin

$5x>10$ eşitsizliğinde x i yalnız bırakmak için her iki tarafı 5 e bölmek lâzım.

$\frac{5x}{5}>\frac{10}{5}$ ve $x>2$ bulunur.

Yine benzer biçimde

$7<3x-2<16$

eşitsizliğinde x i yalnız bırakmak için önce her tarafa 2 ekleyin. Sonra da her tarafı 3 e bölün.

$3<x<6$ bulduysanız Ok.

Yine aynı mantıkla

$\frac{2x+1}{3}\geq 5$

eşitsizliğinde x i yalnız bırakmak için önce her iki tarafı 3 ile çarpmak, sonra iki taraftan 1 çıkarmak, sonra da iki tarafı 2 ye bölmek lâzım.

$x\geq 7$ buldunuz mu?

Bir diğer özellik,

- **Bir eşitsizliğin her tarafını negatif bir sayı ile çarpar ya da bölerseniz eşitsizliğin yönü değişir.** (Buna çok dikkat edin.)

Sayısal bir örnekle izah edeyim.

$-3<2$ dir. Ama her iki yanı -5 ile çarpın bakalım ne oluyor? Yön değiştirmeseniz yani, " < " yerine " > " yazmazsanız avucunuzu yalarsınız☺

Örnek soru

$\frac{-4x-1}{5}\leq 3$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulalım.

İlk önce her iki yanı 5 ile çarpın. $-4x-1\leq 15$ i elde edeceksiniz. Şimdi iki yana 1 ekleyin ve $-4x\leq 16$ yı elde edin. İşte bu adımdaki hareket çok önemli. x i yalnız bırakmak için her iki yanı -4 e böleceksiniz. Eğer yön değiştirmeyi unutmazsanız. $x\geq -4$ bulacaksınız.

Şimdi şu eşitsizlikler de x i yalnız bırakın bakalım.

a) $-3x < 12$

b) $-5x > 10$

c) $-2x \leq 6$

d) $-x > 2$

e) $-3x \geq 15$

f) $-3 < -x \leq 4$

g) $-6 < -3x \leq 0$

h) $-3 \leq \frac{-x}{2} \leq -1$

i) $-1 \leq \frac{1-2x}{5} \leq 1$

Şimdi de itiraz etmeden şunları yapın lütfen☺

j) $x < 3$ ise 2x in hangi aralığını bulun.

k) $1 < x \leq 3$ ise 4x in hangi aralığını bulun.

l) $-2 \leq x \leq 3$ ise $-2x$ in hangi aralığını bulun.

m) $1 < x < 3$ ise $3x + 2$ nin aralığını bulun.

n) $-3 \leq x < 2$ ise $-3x + 2$ nin aralığını bulun.

o) $-2 \leq x < 4$ ise $\frac{3x-1}{2}$ nin aralığını bulun.

Örnek Soru

$-5 < x \leq 3$

$3x - 2y = 7$

olduğuna göre, y nin değer aralığını bulalım.

Çözelim.

Soruda x in aralığı verilmiş. İstenen ise y nin değer aralığı.

Yapmanız gereken $3x - 2y = 7$ eşitliğinden x i çekmek (yani yalnız bırakmak) ve bu x değerini eşitsizlikte yerine yazmak.

$3x - 2y = 7$ ise $3x = 2y + 7$ ve bu eşitlikten de

$x = \frac{2y+7}{3}$ tür.

İşte bu x değerini $-5 < x \leq 3$ eşitsizliğinde yerine yazıp y yi yalnız bırakın.

$-5 < \frac{2y+7}{3} \leq 3$ yazdınız mı?

Şimdi sırasıyla dediklerimi yapın.

Önce her tarafı 3 ile çarpın ve $-15 < 2y + 7 \leq 9$ bulun.

Sonra her taraftan 7 çıkarın ve $-22 < 2y \leq 2$ bulun.

Son olarak da her tarafı 2 ye bölün ve y nin çözüm aralığını $-11 < y \leq 1$ bulun.

Aferiiiin.☺

1. $4 < x < 7$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

a) $2x$

b) $2x + 1$

c) $\frac{2x+1}{3}$

2. $-2 < x < 5$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin çözüm aralığını bulunuz.

a) $-3x$

b) $-3x + 1$

c) $\frac{-3x+1}{2}$

d) $4 - 2x$

3. $-4 < x < 2$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin çözüm aralığını bulunuz.

a) $\frac{x}{2} + 1$

b) $\frac{-3x}{2}$

c) $\frac{-5x+2}{4}$

4. $-4 \leq x < 4$

olduğuna göre, $\frac{2x-2}{5}$ **in aralığını bulunuz?**

5. $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$

olduğuna göre, $2x + 1$ **toplamının alabileceği tam sayıların toplamı kaçtır?**

6. $-1 < x \leq 5$

olduğuna göre, $\frac{x+7}{2}$ **ifadesinin alabileceği tam sayıların toplamı kaçtır?**

7. $\frac{2x-1}{5} \geq 3$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

8. $\frac{x-7}{2} < 2$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?

9. $\frac{3a-2}{4} < 4$

olduğuna göre, a kaç farklı pozitif tam sayı değer alabilir?

10. $\frac{5x+3}{7} \leq 4$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

11. $\frac{1-3x}{2} > 5$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

12. $\frac{2x-3}{5} > \frac{x}{3}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

13. $\frac{4x-1}{3} \leq \frac{3x-2}{2}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

14. $\frac{2x-1}{-3} > -5$

eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

15. $\frac{x-1}{-3} \leq \frac{2x-2}{5}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

1. $-1 < 2x - 5 < 5$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

2. $-4 < 3x + 4 < 22$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

3. $-1 < \frac{x+3}{2} \leq 2$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

4. $2 \leq \frac{5a-1}{2} < 11$

olduğuna göre, a hangi aralıktaki değerleri alabilir?

5. $-1 < \frac{-x+4}{3} < 5$

olduğuna göre, x in alabileceği en büyük ve en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

6. $\frac{1}{3} \leq \frac{2x-5}{6} \leq 5$

olduğuna göre x in çözüm aralığı nedir?

7. $-7 < \frac{5-2x}{5} < -3$

eşitsizliğini sağlayan en büyük ve en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

8. $-2 \leq 1 - \frac{m}{2} < 5$

eşitsizliğini sağlayan en büyük m tam sayısı için 3m – 2 farkı kaçtır?

9. $-3 < x < 3$

$y = 2x - 5$

olduğuna göre, y nin en geniş çözüm aralığı nedir?

10. $-1 \leq x < 3$

$y + 2x = 4$

olduğuna göre, y kaç farklı tam sayı değer alabilir?

11. $1 \leq x < 4$

$2x - 3y = 1$

olduğuna göre, y nin en geniş çözüm aralığı nedir?

12. $-2 \leq \frac{a-1}{2} \leq 4$

$2a + b = 3$

olduğuna göre, b nin en geniş çözüm aralığı nedir?

13. $-5 < a < 3$

$a - b = 3$

olduğuna göre, b nin alabileceği tam sayı değerler toplamı kaçtır?

14. $a + 4 \leq 3a - 12 < a + 15$

eşitsizliğini a nın kaç farklı tam sayı değeri için doğrudur?

15. $a + 1 \leq 2a - 8 < a + 4$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

16. $2a - 4 < 3a - 12 \leq a + 16$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

- **Aynı yönlü eşitsizlikleri taraf tarafa (Yani, alt alta) toplayabilirsiniz.**

Demek istediğim şu

Örneğin,

$x < 2$ ve $y < 3$ ise, $x + y$ nin aralığını bulalım.

$$\begin{array}{r} x < 2 \\ +\ y < 3 \\ \hline x + y < 5 \end{array}$$

Yine aynı mantıkla $-1 < x < 2$ ve $2 < y < 5$ ise $x + y$ nin aralığını bulalım.

$$\begin{array}{r} -1 < x < 2 \\ +\ 2 < y < 5 \\ \hline 1 < x + y < 7 \end{array}$$

Anlaşıldı mı bu olay?

Örnek soru

$-1 < x < 3$

$-2 < y < 5$

olduğuna göre, 2x + 3y toplamının alabileceği en büyük tam sayı değer kaçtır?

Şimdi beni iyi dinleyin. (Zaten dinliyorsunuz da☺)

Eşitsizlik sorularında x, y, ... her neyse işte. En başta tam sayı dememişse siz de x ve y ye tam sayı değer verip işlem yapamazsınız.

Yaparsanız da cevapları görünce yamulduğunuzu görürsünüz☺

Neyse bu soruyu çözelim.

Önce verilen eşitsizliklerde 2x ve 3y nin aralığını bulun. Sonra da alt alta toplayın. Ve ondan sonra da 2x + 3y toplamının alabileceği en büyük tam sayı değeri görün ve bulun.

$$\begin{array}{r} 2/\ -1 < x < 3 \\ 3/\ -2 < y < 5 \\ \hline -2 < 2x < 6 \\ -6 < 3y < 15 \\ \hline -8 < 2x + 3y < 21 \end{array}$$

Hımm... Demek ki 2x + 3y toplamının alabileceği en büyük tam sayı 20 imiş.

1. a, b reel sayıları için

$3 < a < 10$

$-2 < b < 7$

olduğuna göre, 3a + 2b toplamının,

a) En büyük tam sayı değeri kaçtır?

b) En küçük tam sayı değeri kaçtır?

2. $-1 \leq x \leq 3$

$3 < y \leq 6$

olduğuna göre, 2x + 5y toplamının,

a) En küçük tam sayı değeri kaçtır?

b) En büyük tam sayı değeri kaçtır?

3. $4 < m < 12$

$-2 < n < 7$

olduğuna göre, 2m – 3n farkının,

a) En büyük tam sayı değeri kaçtır?

b) En küçük tam sayı değeri kaçtır?

4. $-1 < x \le 4$

$-2 \le y < 7$

olduğuna göre, 2x – 5y farkının

a) **En küçük tam sayı değeri kaçtır?**

b) **En büyük tam sayı değeri kaçtır?**

c) **2a – 3b farkı en çok kaçtır?**

d) **2a – 3b farkı en az kaçtır?**

e) $a^2 + 3b$ **toplamı en çok kaçtır?**

f) $a^2 + 3b$ **toplamı en az kaçtır?**

Ama en başta x ve y nin tam sayı olduğunu vermişse o zaman bu işlemlere hiç gerek yok. x in ve y nin alabileceği değerler zaten belli olduğunda siz de soruya göre uygun olan değerleri seçip işlem yaparsınız.

Örnek Soru

x ve y tam sayıları için,

$-4 < x < 7$

$-8 < y < 6$

olduğuna göre, 3x + 2y toplamının alabileceği en küçük ve en büyük değeri bulalım.

Çözelim,

x ve y nin tam sayı olduğu verilmiş.

x – 3, – 2, – 1, ... 5, 6 değerlerini,

y ise – 7, – 6, ... 4, 5 değerlerini alabilir.

Bu değerler için 3x + 2y en çok x = 6 ve y = 5 için 28 ve en az da x = – 3 ve y = – 7 için – 23 tür. Anlaşıldı mı burası?

5. a, b tam sayıları için,

$3 < a < 10$

$-2 < b < 7$

olduğuna göre,

a) **3a + 2b toplamı en çok kaçtır?**

b) **3a + 2b toplamı en az kaçtır?**

6. x ve y tam sayılardır.

$-1 < x \le 4$

$-2 \le y < 7$

olduğuna göre,

a) **2x – 5y farkının en küçük değeri kaçtır?**

b) **2x – 5y farkının en büyük değeri kaçtır?**

c) **3x + 4y toplamının en küçük değeri kaçtır?**

d) **3x + 4y toplamının en büyük değeri kaçtır?**

7. a ve b tam sayıları için.

$4 < a < 7$

$-2 < b < 2$

olduğuna göre, – a – 3b ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

Bazı eşitsizlik sorularında önünüze şöyle bir şey gelebilir.

$x^2 < x$ olmak üzere,

...

Peki, ne anlama geliyor bu? Bunu izah edeyim.

- **Sıfır ile 1 arasındaki saylar üssü büyüdükçe, küçülürler.**

Örneğin, $\frac{1}{2}$ için bunu görün isterseniz.

$0 < ... < \left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2} < 1$ dir.

Yani, $x^2 < x$ ise $0 < x < 1$ dir.

Örnek Soru

$a^2 < a$

olduğuna göre, 4a +1 toplamını alabileceği tam sayı değerler toplamını bulalım.

Çözelim

$a^2 < a$ yı gördüğünüz gibi önce $0 < a < 1$ i yazın. Sonra da 4a + 1 i elde edin. (Önce her tarafı 4 ile çarpın, sonra da 1 ekleyin)

4/ $0 < a < 1$

$0 < 4a < 4$

$0 + 1 < 4a + 1 < 4 + 1$ yani, $1 < 4a + 1 < 5$ tir.

Dolayısıyla da 4a + 1 in alabileceği tam sayı değerler toplamı 2 + 3 + 4 = 9 dur.

1. $x^2 < x$ **olduğuna göre, x hangi aralıktaki değerleri alabilir?**

2. $x^2 < x$

olduğuna göre, 5x + 2 toplamının alabileceği en büyük tam sayı kaçtır?

3. $a^2 < a$

$b - a = 3$

olduğuna göre, b nin en geniş değer aralığı nedir?

4. $a^2 < a$

$b - 5a = 3$

olduğuna göre, b nin alabileceği tam sayı değerler toplamı kaçtır?

- **x, y, z aynı işaretli sayılar olmak üzere,**

$x < y < z \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$ dir.

Yani, aynı işaretli sayılar arasındaki sıralamada sayıların çarpma işlemine göre tersleri alındığında eşitsizliğin yönü değiştirir.

Örnek Soru

$\frac{1}{8} < \frac{1}{m+1} \le \frac{1}{3}$

olduğuna göre, m nin alabileceği tam sayı değerler toplamını bulalım.

Çözelim.

Eşitsizliğin içindeki bilinmeyen paydada olursa eşitsizliği amuda kaldırın ve yönünü değiştirin☺

Eşitsizlik içindeki ifadeler pozitif olduğundan bu işlemi yapabilirsiniz. Müsaade ediyorum☺

$\frac{1}{8} < \frac{1}{m+1} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 8 > m+1 \geq 3$ tür.

m nin alabileceği tam sayı değerler toplamı da
$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ dir

5. $\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < 1$

eşitsizliğini sağlayan a tam sayılarının toplamı kaçtır?

6. x tam sayı olmak üzere,

$\frac{1}{3} \leq \frac{4}{x-1} < 2$

eşitsizliğini sağlayan en büyük x değeri ile en küçük x değeri toplamı kaçtır?

7. **a pozitif tam sayı olmak üzere,**

$\frac{15}{a} > 3\frac{2}{3}$

olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

8. a pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{2a+1}{a} < 2\frac{3}{14}$

olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük değer kaçtır?

9. $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} < b < 2$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ toplamının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

10. $\frac{1}{5} < a < 1$

$\frac{1}{2} < b \leq 3$

olduğuna göre, $a + \frac{1}{b}$ toplamı kaç farklı tam sayı değer alabilir?

x^2 ve x^3 ün aralığını bulma olayı.

x in aralığı belli iken x^2 nin çözüm aralığını bulurken,

- Eğer, x pozitif ise hiçbir problem yok aslında.

$2 < x < 5 \Rightarrow 4 < x^2 < 25$ tir.

$\frac{2}{3} < x < 2 \Rightarrow \frac{4}{9} < x^2 < 4$ tür.

- Eğer sınırların ikisi de negatif ise, her tarafın karesini aldığınız da eşitsizliğin yönünü değiştirmeniz lâzım.

$-3 < x \leq -1 \Rightarrow 9 > x^2 \geq 1$

$-5 < x < -4 \Rightarrow 25 > x^2 > 16$ dır.

- Ama sınırlardan biri pozitif diğeri negatif olursa işte o zaman daha dikkatli olmanız lâzım.

$-2 < x < 4 \Rightarrow 0 \leq x^2 < ?$ dır.

$-6 < x < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2 < ?$ dır.

Sol taraf kesinlikle $0 \leq x^2 < ....$ şeklinde olacak.
Sağ tarafa ise x in sınır değerlerinden hangisinin karesi büyükse onun karesini yazacaksınız.
Dolayısıyla,

$-2 < x < 4 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 16$ dır.
4 ün karesi = 16 daha büyük☺)

$-6 < x < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 36$ dır.
(– 6 nın karesi = 36 daha büyük☺)
Anladınız mı?
Geçiyorum. Geçtim.☺

Ama her tarafın küpünü (3. kuvvetini) alacaksanız her zaman ki gibi düpedüz gidin.☺

Örneğin,

$2 < x < 4 \Leftrightarrow 2^3 < x^3 < 4^3$ tür.

$-3 < x \leq 2 \Leftrightarrow -27 < x^3 \leq 8$ dir.

$-2 < x < 4 \Rightarrow -8 < x^3 < 64$ tür.

1. **Aşağıda tanım aralığı verilen x değerleri için x^2 hangi aralıkta değerler alabilir?**

a) $1 < x < 4$

b) $0 < x < 4$

c) $2 \leq x < 3$

d) $-4 < x < -2$

e) $\frac{-1}{2} < x < 3$

f) $-4 < x \leq 3$

2. **Aşağıda tanım aralığı verilen x değerleri için x^3 hangi aralıkta değerler alabilir?**

a) $1 < x < 4$

b) $0 < x < 4$

c) $2 \leq x < 3$

d) $-4 < x < -2$

e) $\frac{-1}{2} < x < 3$

f) $-4 < x \leq 3$

3. $2 \leq a \leq 4$

$-3 \leq b \leq 2$

olduğuna göre , $a^2 + b^3$ ifadesinin değer aralığı nedir?

4. $-2 < a < 5$

$-4 < b < 3$

olduğuna göre, $a^2 + b^3$ ifadesinin değer aralığı nedir?

5. $-2 < a \leq 3$

$2 < b < 3$

olduğuna göre , $a^2 + 2b - 3$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değer kaçtır?

Bir sonraki antrenmana hazırlık yapın bakalım.
Kesirleri Sıralama Muhabbeti☺

Pozitif kesirleri sıralarken, verilen kesirlere göre birazdan vereceğim sıralama yöntemlerinden birini kullanmak lazım. Ama hangi sorularda hangi yöntemi kullanmak daha faydalı derseniz eğer... Diyeceğim o ki bu biraz da tecrübe işi... Tecrübe.☺
O da siz de olduğuna göre.☺

- **Kesirleri sıralarken ilk önce verilen kesirlerin pay ve paydasının arasındaki farkların eşit olup olmadığına bakın.**
Çünkü pay ve paydaları arasındaki farkı aynı olan pozitif kesirler için,
Kesir bileşik kesirler ise (Yani, payı daha büyük ise) payı (veya paydası) büyüdükçe kesir küçülür.

Örneğin, $1 < ... < \frac{100}{97} < \frac{29}{26} < \frac{11}{8} < \frac{4}{1}$ dir.

Kesir basit kesirler ise (Yani, paydası daha büyük ise) payı (veya paydası) büyüdükçe kesir de büyür.

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{8}{9} < .... < \frac{98}{99} < ... < 1$ dir.

- İkinci olarak paydalara bakın. Kolaylıkla eşitleyebilecekseniz paydaları eşitleyin ve kesirleri sıralayın.
Çünkü paydası eşit olan kesirlerden payı büyük olan kesir daha büyüktür.

Örneğin, $\frac{1}{3} < \frac{2}{2} < \frac{3}{3} < .....$ dir.

- Diyelim ki paydaları eşitlemek biraz amelelik istiyor. O zaman bakın bakalım payları eşitlemek kolay mı?
Eğer payları eşitlemek daha kolaysa payları eşitleyerek sıralama yapın.
Çünkü payları eşit olan kesirlerden paydası küçük olan kesir daha büyüktür.

Örneğin, $\frac{30}{6} > \frac{30}{12} > \frac{30}{15} > ....$ dir.

- **Peki, ya kesirlerin tamamı negatif olursa?**
Var mı bir fikriniz?
...
Çok kolay☺
Kesirleri pozitifmiş gibi sıralayın. Sonra da eşitsizliğin yönünü değiştirin. Yanı a < b < c ise a > b > c yapın.
Anladınız mı?

1. $\frac{7}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{5}$

kesirlerinden en küçüğü hangisidir?

2. $a = \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{3}$

$c = \frac{1}{5}$

a, b, c sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

3. $x = \frac{7}{10}$

$y = \frac{11}{15}$

$z = \frac{19}{30}$

x, y, z sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

4. $x = \frac{20}{17}$

$y = \frac{10}{9}$

$z = \frac{5}{3}$

x, y, z sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

5. $-\frac{3}{11}, -\frac{4}{11}, -\frac{5}{11}$

kesirlerinden en büyüğü hangisidir?

6. $k = -\frac{1}{2}$

$p = -\frac{2}{5}$

$m = -\frac{1}{3}$

k, p, m sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

7. $x = \frac{1}{13}$

$y = \frac{13}{5}$

$z = -\frac{2}{3}$

x, y, z sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

8. $a = \frac{101}{102}$

$b = \frac{201}{202}$

$c = \frac{500}{501}$

a, b, c sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

9. $a < b < 0 < c$ olduğuna göre

$\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}$

Kesirlerinden hangisi en büyüktür?

10. $a = -\frac{11}{10}$

$b = -\frac{101}{100}$

$c = -\frac{1001}{1000}$

a, b, c sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

11. $a = \frac{9}{10}$

$b = \frac{91}{100}$

$c = \frac{901}{1000}$

a, b, c sayılarını büyükten küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

12. $a = \frac{12}{5}$

$b = \frac{19}{14}$

$c = \frac{14}{9}$

a, b, c sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

13. $a = 3\frac{5}{6}$

$b = 3\frac{6}{7}$

$c = 3\frac{7}{8}$

a, b, c sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

14. $a = 1 - \frac{1}{5}$

$b = 1 - \frac{1}{10}$

$c = 1 - \frac{1}{100}$

a, b, c sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

15. $a = -\frac{2}{3}$

$b = -\frac{9}{10}$

$c = -\frac{99}{100}$

a, b, c sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

16. $k = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$p = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

$m = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$

k, p, m sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

1. a, b, c pozitif reel sayılardır.

$\frac{a+2b}{b} < \frac{3a+2c}{3b}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>her zaman</u> doğrudur?

A) $a < b$ B) $a > b$ C) $c > 3b$

D) $c > 6b$ E) $c < 6b$

2. $a < b < 0$ olmak üzere,

$x = 3 + \frac{b}{a}$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $-\frac{3}{2}$

3. a, b pozitif tam sayılardır.

$\frac{a-b}{3} = b$

$9 < a + b \leq 25$

olduğuna göre, a – b farkı en çok kaçtır?

4. a, b, c pozitif tam sayıları için

$2a + 7b - 3c > 21$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

5. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$\frac{a}{3} < \frac{b}{6} < \frac{c}{9}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

6. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a > 3b$

$b > 5c$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaçtır?

7. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$a < b$

$3b < 2c$

olduğuna göre a + b + c toplamı en az kaçtır?

8. a, b, c farklı pozitif tam sayılar ve

$\frac{3a+b}{b} < 3, \quad \frac{b+c}{b} > 3$

olduğuna göre, a + b + c toplamı <u>en az</u> kaçtır?

9. a, b, c farklı pozitif tam sayılar ve

$\frac{a}{b} > \frac{3}{2}$

$\frac{b}{c} > \frac{2}{3}$

olduğuna göre, a + b + c toplamı en az kaç tır?

10. A şehrinden B şehrine iki farklı yolla gidilebilmektedir.

1. yol: 3x – 4

2. yol: 2x + 6

1. yol daha kısa olduğuna göre, x in en büyük tam sayı değeri kaçtır?

11. Ali 'nin boyu 4x – 30 cm, Hale'nin boyu ise 3x + 7 cm dir.

Ali'nin Hale'den daha uzun boylu olduğu ve x in bir tam sayı olduğu bilindiğine göre Ali'nin boyu en az kaç cm dir?

12. İki kaptan birincisinin hacmi x + 5 litre, ikincisinin hacmi 2x – 10 litredir.

İkinci kabın hacmi daha fazla olduğuna göre, x in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

13. Bir iş yerindeki A makinesi haftada 4x – 10 halı B makinesi ise 2x + 6 halı dokuyor.

Birim zamanda **A makinesi daha fazla halı dokuduğuna göre, x en az kaçtır?**

14. Sevim saatte 3x – 15, Sevgi ise saatte x + 17 soru çözmektedir.

Sevim'in 2 saatte çözdüğü soru sayısı Sevgi'nin 3 saatte çözdüğü soru sayısından daha fazla olduğuna göre, x en az kaçtır?

15. x liraya alınan bir mal y liraya satılmaktadır. x ile y arasında 2y = 5x – 600 bağıntısı vardır.

Buna göre, bu malın satışından kar edilmesi için alış fiyatı tam sayı olarak en az kaç lira olmalıdır?

16. Bir malın maliyeti a TL, satış fiyatı b TL dir.

b + 3a = 120

Bu malın satışından zarar edilmemesi için a en fazla kaç TL olmalıdır?

MUTLAK DEĞER

Rivayetlere bakılırsa zor bir konu. Ama maalesef ki rivayetler yanlış.☺

Mutlak değer konusu öğrenci milletinin zor diye bildiği ve onun için de önyargılı olduğu konulardan biri. Oysa o kadar da zor değil kesinlikle. Ama kime anlatabilirsin ki☺

Neyse... Bari ben size anlatayım da. Siz de diğer arkadaşlarınıza anlatırsınız.☺

İlk şunu söyleyeyim. **Bir mutlak değerin sonucu negatif olamaz.** Çünkü mutlak değer bir uzunluktur. Uzunluk da negatif olamayacağına göre☺

Peki, neyin uzunluğudur bu?

Devam edin lütfen☺ Birazdan anlayacaksınız.☺

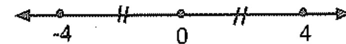
Bir sayının mutlak değeri o sayının sayı doğrusunda belirttiği noktanın sıfıra (başlangıç noktasına) olan uzaklığı demektir.

Peki, mutlak değer nasıl gösteriliyordu?

Neyse...

Yine de göstereyim.☺

x in mutlak değeri $|x|$ **ile gösterilir.** (Yani, iki kazık arasında bir x ile☺)



$|-4| = |4| = 4$

Yani, – 4 ve 4 ün sıfıra uzaklıkları (Yani, mutlak değerleri) eşit ve 4 tür.

Burayı anladınız mı?

Çünkü anlamanız gereken ilk husus bu da☺

Aslında ne diycem bakın.

Eğer mutlak değer içindeki ifade (sayı) pozitif ise mutlak değer bi işe yaramıyor. Onun için mutlak değerin içi pozitif ise mutlak değeri sallayın (silin) gitsin. ☺ İzin veriyorum. Sıkıntı olmaz. (Tabii neyin pozitif neyin negatif olduğunu biliyorsunuz di mi☺)

Ne de olsa 20 yıllık tecrübe konuşuyor. ☺

Örneğin,

$|5| = 5$

$|\sqrt{2}+1| = \sqrt{2}+1$

$|\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$

$|x^2+2| = x^2+2$

örneklerinde olduğu gibi mutlak değerlerin içinde verilen sayılar pozitif olduğundan mutlak değerleri kaldırdım. Bir problem de çıkmadı gördüğünüz gibi.☺ Kimse de bir şey demedi.☺ Siz de korkmayın☺

Mutlak değer içinde harfli ifadeler verilirse de sıkıntı olmaz. ☺ **Çünkü önemli olan mutlak değer içindeki ifadenin pozitif mi negatif mi olduğuna karar verebilmek.**

Eğer karar mekanizmalarınızda problem yoksa bu da problem olmaz o zaman. Ama en azından pozitifin negatifin ne olduğunu bilmeniz lâzım. ☺

Örneğin,

a > b ise $|a-b| = a-b$ dir.

x > 2 ise, $|x-2| = x-2$ dir.

x < 0 ise, $|-x| = -x$ tir.

Buraya takıldığınızı biliyorum. Mutlak değer eksi çıkmazdı değil mi?

Ama buradaki – x negatif değil ki. x e negatif bir değer verin bakalım sonuç ne oluyor?

Aynı şekilde,

x < – 2 ise $|-x-2| = -x-2$ dir.

Buraya kadar olan kısmı özetleyeyim.

Mutlak değerin içi pozitifse mutlak değerin önemi yoktur. Mutlak değeri kaldırın ve içerdeki ifadeye hiç dokunmayın.

Dokunursanız yanarsınız. ☺

Ya mutlak değer içindeki ifade negatif olursa?

Tek cümleyle özetliyorum. Dikkat edin.

Mutlak değer içindeki ifade negatif ise mutlak değeri eksi " – " parantezinde açın. (ki sonuç pozitif olsun.)

Anladınız mı ne demek istediğimi?
Yani, mutlak değeri eksi parantezinde açın ama içeriye dokunmayın yine. Eksiyi içeri dağıtırken dokunacaksınız zaten.☺

Örneğin,

$\underbrace{|-2|}_{-} = -(-2) = 2$

$\underbrace{|1-\sqrt{2}|}_{-} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$

örneklerinde olduğu gibi mutlak değer içindeki ifade negatif ise mutlak değerin içine dokunmadan eksi parantezinde açın. Korkmayın yanlış çıkmaz.☺

Mutlak değer içi harfli filan olursa..

$a < b$ ise, $\underbrace{|a-b|}_{-} = -(a-b)$

$x < 2$ ise, $\underbrace{|x-2|}_{-} = -(x-2) = 2-x$

$a < 0 < b$ ise, $\underbrace{|a-b|}_{-} = -(a-b)$

$a < b < 0$ ise, $\underbrace{|a+b|}_{-} = -(a+b) = -a-b$

Anladınız mı şimdi?

Demek ki önünde eksi "-" gördüğünüz her ifade negatif değilmiş. Bu çok önemli işte.

Örneğin, " – x " ifadesinin pozitif mi negatif mi olduğuna karar verebilmeniz için x in hangi değerleri aldığını bilmeniz lâzım.

$x > 0$ olsaydı $-x$ negatif olurdu. Ama $x < 0$ olsaydı pozitif olurdu.

Mutlak değeri dışarı çıkarma mevzuunda probleminiz kalmasın bi zahmet. Yoksa çok sıkıntı çekersiniz☺

İnceleyin bakalım şunları☺

$a < 0 < b < c$ ise, $\underbrace{|a-c|}_{-} = -(a-c) = -a+c$

$a < b < 0$ ise, $\underbrace{|-a-b|}_{+} = -a-b$

$x < -2$ ise, $\underbrace{|x+2|}_{-} = -(x+2) = -x-2$

$a < 0$ ise, $\underbrace{|-a|}_{+} = -a$

Yeterli mi?
Geçtim zaten☺

Mutlak değerle ilgili olarak şunları da not edeyim. Bilirseniz faydası olabilir.

İlki şu

$|x| = |-x|$

$|a-b| = |b-a|$

Yani, mutlak değer içindeki bir ifade " – " eksiyle çarpılabilir. Sonuç değişmez.

Örneğin,

$|3-x| = |x-3|$

$|-x-4| = |x+4|$

$|-2x| = |2x|$

İkincisi şu

$|x.y| = |x|.|y|$ ve $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

Bu özellik daha çok mutlak değerli denklem ve eşitsizliklerde lâzım olacak.

Örneğin,

$|2x| = |2|.|x| = 2|x|$

$|-3x| = |-3|.|x| = 3|x|$

$|2x-4| = |2(x-2)| = 2|x-2|$

$\left|\frac{-3x-1}{2}\right| = \frac{|-3x-1|}{2} = \frac{|3x+1|}{2}$

$\left|\frac{-3x}{2}\right| = \frac{3}{2}|x|$

1. $|-2|.|-3|-(-7)-|0|$

   işleminin sonucu kaçtır?

2. $\dfrac{|-(-5)|.|-1|+|1-2|}{|-4|-2}$

   işleminin sonucu kaçtır?

3. $a < b < 0$ ise

   $|b|+|b-a|-|a+b|$

   ifadesinin değeri nedir?

4. $0 < a < b < c$ ise,

   $|b-a|-|b-c|+|a-c|$

   ifadesinin değeri nedir?

5. $a < b$ olduğuna göre,

   $|b-a|+a$

   ifadesinin değeri nedir?

6. $a < 0 < b$ olduğuna göre,

   $|-b|-|a|-|a-b|$

   ifadesinin değeri nedir?

7. $x < y < z$ olduğuna göre,

   $|x-y|-|y-z|+|z-x|$

   ifadesinin değeri nedir?

8. $x > 2$ olduğuna göre,

   $|x-2|-|1-x|$

   ifadesinin değeri nedir?

9. $1 < x < 2$ olduğuna göre,

   $|x-3|+|x-2|-|x-1|$

   ifadesinin değeri nedir?

10. $y < 0$ olduğuna göre,

    $|-y|+|5-y|-|2y-6|$

    ifadesinin değeri nedir?

11. $y < x < 0$ olduğuna göre,

$$|x-y|+|x+y|-|y|-|x|$$

ifadesinin değeri nedir?

12. $0 < y < x$ olduğuna göre,

$$|x+y|-|x-y|+|x|-|y|$$

ifadesinin değeri nedir?

13. $b < 0 < a$ olduğuna göre,

$$\frac{3|b-a|}{|5b|+|5a|}$$

ifadesinin değeri nedir?

14. $x < 0$ olduğuna göre,

$$|5x+|2x+|-x|||$$

ifadesinin değeri nedir?

15. $x < 0$ olduğuna göre,

$$|x-1|+|2-3x|+|-2x|$$

ifadesinin değeri nedir?

16. $-2 < x < 3$ olduğuna göre,

$$|x+2|+|2x-6|$$

ifadesinin değeri nedir?

17. $x < 0$ olmak üzere,

$$|-2x-|-5x-|x|||$$

ifadesinin değeri nedir?

18. $a < 0 < b$ olmak üzere,

$$|3a-|2b||$$

ifadesinin değeri nedir?

19. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$|x-|2y||-|y+|x||$$

ifadesinin değeri nedir?

20. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\frac{|3x-3y|}{|y+|x||}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Kök içindeki ifadeyi kök dışına çıkarma.

Hemen mutlak değerle ne alâkası var demeyin. Demek var ki bahsediyorum☺
Kök içindeki sayı ile kök derecesi aynı ise içerdeki sayıyı rastgele çıkarmayın dışarı. Her şeye kural uyduran amcalar buna da bi kural uydurmuşlar.

Kuralı muralı boş verin. Siz şöyle yapın☺
Kök derecesi çift ise kök içindeki ifadeyi dışarı mutlak değer olarak çıkarın.

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|$$

Örneğin

$\sqrt{x^2} = |x|$

$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$

$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$

Gerçi karesi alınan ifade pozitif ise problem değil. Negatif olursa sıkıntı çıkıyor☺

Devam edeyim.

$\sqrt{5^2} = |5| = 5$

$\sqrt{(x+2y)^2} = |x+2y|$

$\sqrt{(2a-3b)^2} = |2a-3b|$

$\sqrt[4]{(2-m)^4} = |2-m|$

Fakat kök derecesi tek olursa mutlak değer filan yok zaten. İzah edeyim.

$$\sqrt[2n-1]{x^{2n-1}} = x$$

Örneğin

$\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

$\sqrt[3]{x^3} = x$

$\sqrt[3]{(3a-b)^3} = 3a-b$

$\sqrt[3]{(-m)^3} = -m$

Anladınız mı şimdi?

1. $x < y < 0$ olmak **üzere,**

$$\sqrt{x^2}-\sqrt{(x-y)^2}+\sqrt{(-2)^2}$$

ifadesinin eşiti nedir?

2. $\sqrt{(-2)^2}+3\sqrt{(-4)^2}+\sqrt[3]{(-6)^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt[3]{(-5)^3}-\sqrt[5]{5^5}+\sqrt{7^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(-7)^2}-\sqrt[3]{(-2)^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $2\sqrt[3]{(-5)^3} - \sqrt[3]{4^3} + \sqrt{5^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. x < 0 olduğuna göre,

$\sqrt{x^2} - \sqrt[7]{x^7}$

ifadesinin değeri nedir?

7. x < 0 olduğuna göre,

$\frac{6\sqrt{x^2}}{x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

8. b < 0 < a olmak üzere,

$\sqrt{b^2} - \sqrt[5]{(b-a)^5}$

ifadesinin değeri nedir?

9. a < 0 < b olduğuna göre,

$\sqrt{b^2} + \sqrt{(b-a)^2} + \sqrt[3]{a^3}$

ifadesinin değeri nedir?

10. x < y < 0 olduğuna göre,

$\sqrt{x^2} - \sqrt[3]{y^3} - \sqrt{(x+y)^2}$

ifadesinin değeri nedir?

11. x < y < 0 olduğuna göre,

$\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(y-1)^3} - \sqrt{(x-y)^2}$

ifadesinin değeri nedir?

12. x < 0 < y olduğuna göre,

$\sqrt[5]{(x-y)^5} - \sqrt[4]{x^4} + \sqrt{y^2}$

ifadesinin değeri nedir?

Mutlak Değerli Denklemler

Birkaç çeşit mutlak değerli denklem var. Ama en önemlisi ilk anlatacağım türdekiler. Ona göre dinlersiniz artık☺

Gerçi mantığınızla bile çözebilirsiniz ilk bahsedeceğim denklemleri☺

Örnek Soru

$|x+1| = 4$

olduğuna göre, x kaç olabilir?

Çözelim

Sonuç 4 olduğuna göre mutlak değerin içi ya 4 ya da – 4 olmalı. Öyle değil mi?

Dolayısıyla x + 1 = 4 ten x = 3

ve x + 1 = – 4 ten x = – 5 tir. Var mı bi zorluğu?

Özetle, mutlak değerin pozitif bir sayıya eşit olduğu denklemleri çözerken mutlak değer içindeki ifadeyi sayının bir artılısına bir de eksilisine eşitleyin.

Anladınız mı?

1. $|x-1| = 2$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

2. $|2x-5| = 3$

denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

3. $\left|\frac{x+5}{2}\right| = 4$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

4. $\left|\frac{4x-2}{3x+1}\right| = 2$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

5. $|4x-8| = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

6. $|a^2+7| = 23$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

7. $\sqrt{x^2}+4|x|=20$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

8. $|x-1|+|2-2x|=15$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

9. $|3x-2|+|4-6x|=21$

denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

10. $||x-1|+2|=8$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

11. $||3x-1|-1|=7$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

12. $||2x-5|-3|=12$

denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

13. $||x-1|-1|=10$

denklemini sağlayan pozitif x değerleri toplamı kaçtır?

14. $||2x+1|-3|=2$

denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

Bir diğer denklem türü şu:

- **İki mutlak değerin eşit olduğu denklemler.**

Yine örnekle anlatayım.

Örnek soru

$|3x-5|=|x+1|$

denklemini sağlayan x değerlerini bulalım.

Çözelim

Bu biraz daha değişik gibi. Ama zor değil. Şimdi göreceksiniz zaten☺

Bu şekilde iki mutlak değerin eşit olduğu denklemleri çözerken mutlak değerlerin birini aynen açın. Diğerini bir " + " artı, bir de " – " eksi açın.

Yani,

$3x-5=x+1$ den $x=3$ ve

$3x-5=-(x+1)$ den $x=1$ dir.

1. $|x+1|=|2x-3|$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

2. $|2a-5|=|4a-7|$

denkleminin kökler (sağlayan a değerleri) toplamı kaçtır?

3. $|2x-4|=3|x+2|$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

4. $|-3x+9|=|5x+1|$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

5. $|4x+1|=|3x-1|$

denklemini sağlayan x değerleri çarpımı kaçtır?

6. $|a-6|=|3a-11|$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Bir mutlak değer ifadenin alabileceği en küçük değer

- **Bir mutlak değerin alabileceği en küçük değer sıfırdır.**

Örneğin,

$|2x-6|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer sıfırdır. ($x = 3$ için)

Peki, iki farklı mutlak değer olursa?
Örnekle anlatayım.

Örnek Soru

$$|x-6|+|2x+4|$$

toplamının alabileceği en küçük değeri bulalım.

Önce şunu not edin bakalım münasip bir yere☺
İki (veya daha fazla) mutlak değerin toplamının alabileceği en küçük değer sorulursa mutlak değerlerin içini sıfır yapan x değerleri için, verilen ifadenin değerini hesaplayın. Bulduğunuz iki değerden küçük olanı bu toplamın alabileceği en küçük değerdir.
Anladınız mı?
Mesela, verdiğim ifade de mutlak değerleri sıfır yapan değerler $x = 6$ ve $x = -2$ dir.
Bu değerler için verilen ifadenin değeri

$x = 6$ için $|6-6|+|2.6+4|=0+16=16$

$x=-2$ için $|-2-6|+|2.(-2)+4|=8+0=8$

bu iki değerden küçük olanı yani, 8 bu toplamın alabileceği en küçük değerdir.

7. $3+|x-5|$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

8. $|x+3|+|2x-10|$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

9. $|x+1|+|3x-6|+2$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

10. $|2x+4|+|x-6|+|x+1|$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

11. $\dfrac{12}{|x+3|+|x-1|}$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

Mutlak değerli eşitsizlikler

- **Mutlak değer pozitif bir sayıdan küçükse...**

Örnekle anlatayım.

Örnek Soru

$$|x-2|<3$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

Bu soru "Hangi sayıların mutlak değeri 3 ten küçüktür?" sorusu aslında.
Fikriniz ne bu konuda?
Bu arada çiziminiz nasıl?
Şundan soruyorum☺ Bu eşitsizliğin çözümünü daha net görmek için bir sayı doğrusu çizin ve sıfıra uzaklığı 3 birimden az olan sayıları görün bence☺
Çizip gördünüz mü?
-3 ile 3 arasındaki sayılar. Öyle değil mi?
O halde şöyle düşünebiliriz.
$|x-2|<3$ ise $-3<x-2<3$ olur. Ve buradan da $-1<x<5$ bulunur.

Aynı şekilde
$|x-3|<5$ ise $-5<x-3<5$ tir.
$\left|\dfrac{3x+1}{5}\right|\leq 4$ ise $-4\leq\dfrac{3x+1}{5}\leq 4$ tür.
Sonra da x i yalnız bırakırsınız artık. ☺ Anladınız mı bunları?

1. $|x-3|<3$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

2. $|x+1|\leq 2$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

3. $|2x-5|<3$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

4. **$x<0$ olmak üzere**

$|x+3|\leq 2$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların çarpımı kaçtır?

5. $\left|\dfrac{x-2}{-5}\right|<2$

eşitsizliğini x in kaç farklı tam sayı değeri için doğrudur?

6. $\left|\frac{5-x}{2}\right| \le 3$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

7. $\left|\frac{2x-7}{5}\right| \le 3$

eşitsizliğini sağlayan en büyük tam sayı ile en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

- **Mutlak değer pozitif bir sayıdan büyükse...**

Yine örnekle anlatayım.

Örnek Soru

$|x-2| > 3$

olduğuna göre x hangi değerleri alabilir?

Yine sayı doğrusunda düşünün. Çizin bakalım bir sayı doğrusu. Çizdiniz mi?
Hangi sayıların sıfıra uzaklığı 3 birimden fazla?
– 3 ten küçük ve 3 ten büyük sayıların. Öyle değil mi?
O halde şöyle diyebiliriz.
$|x-2| > 3$ ise $x-2 > 3$ veya $x-2 < -3$ tir.
Buradan da $x > 5$ veya $x < -1$ olur.
Anladınız mı bunu da? ☺
Aslında bunu şöyle de çözebilirsiniz. Mutlak değeri bir artı bir de eksi açın ve çözün. Bu kadarcık. ☺
Yani, $x-2 > 3$ ten $x > 5$ ve
$-(x-2) < 3$ ten $x < -1$ bulunur.
Sanki daha güzel gibi ne dersiniz?
Tercih sizin.

8. $|x| > 4$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

9. $|x-2| > 4$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

10. $\left|\frac{3x-1}{2}\right| > 7$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tam sayı kaçtır?

1. $\left|\frac{-x-1}{2}\right| > 1$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

2. $|2x| + |x| \ge 15$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının çarpımı kaçtır?

3. $|3x-4| > 2$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

4. $|2x-7| \ge 1$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

5. $\left|\frac{2x-8}{3}\right| \ge 6$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

- **Bir mutlak değer iki pozitif sayı arasında olursa...**

Yine örnekle anlatayım,

Örnek Soru

$2 < |x-1| \le 5$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

Çözelim

Bu tür mutlak değer sorularını çözerken mutlak değeri bir artı bir de eksi açın. Sonra da x i yalnız bırakın. Olay bu kadar.

Yani,
$2 < x-1 \le 5$ ten $3 < x \le 6$ ve
$2 < -(x-1) \le 5$ ten de $-4 \le x < -1$ bulunur.

6. $2 < |x+1| < 7$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

7. $1 \leq |x-2| < 4$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

8. $3 < |2x-5| < 7$

eşitsizliği x in kaç farklı tam sayı değeri için doğrudur?

9. $1 < |2x+1| < 5$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

10. $2 < \left|\frac{x+1}{2}\right| \leq 4$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

11. $3 < |x+2| + |2x+4| \leq 12$

eşitsizliğinin çözüm aralığı nedir?

12. $1 < \left|\frac{x}{3} - 2\right| < 2$

eşitsizliği x in kaç farklı tam sayı değeri için doğrudur?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

6. Hafta

- Üslü ifadeler

Ders alınmış başarısızlık başarı demektir.

Malcom S. Forbes

Birşeyden hoşlanmıyorsan, onu değiştir; değiştiremiyorsan da, ona bakış açını değiştir...

Mary Engelbreit

ÜSLÜ İFADELER

Nerden çıkmış şu üs meselesi?

Üs olayı, uzun uzun yazmaktansa... diye düşünen amcaların bulduğu kısa bir gösterim şekli.☺

Meselâ, 26 tane 5 in çarpımını

5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5

şeklinde değil de 5^{26} şeklinde yazarak halletmişler bu işi. (şimdi bunları sayanlar da çıkmıştır aranızdan☺)

İşte bu tür ameleliklerden kurtulmak için icat edilmiş bu üs meselesi. Belki başka nedenleri de olabilir. Ama bilmiyorum.☺

Ne tembel adamlar yaw! Adam (Adam mı tam bilmiyorum. Ama kadın ise de problem değil☺) çarpar bu sayıları.

Öyle değil mi? ☺☺☺☺

Şimdi olayı derinleştirelim.

Üs pozitif tam sayı ise ...

Pozitif tam sayı olan üs, tabandaki sayıyı kaç defa çarpacağınızı ifade eder.

36 tane 5 in çarpımını üslü biçimde yazarken taban 5 üs de 36 dır.

$$\underbrace{5.5.5\ldots5}_{36 \text{ tane } 5} = \underset{\text{taban}}{5}^{\overset{\text{üs}}{36}}$$

5 tane 3 ün çarpımı, $\underbrace{3.3.3.3.3}_{5 \text{ tane}} = 3^5$ şeklinde,

6 tane 3 ün çarpımı, $\underbrace{3.3.3.3.3.3}_{6 \text{ tane}} = 3^6$ şeklinde ifade edilir.

Burası anlaşıldı mı?

Çünkü anlamanız gereken ilk nokta bu da☺

Şimdi bu olaya bir de tersten bakalım.

2^{14} ifadesi 14 tane 2 nin çarpılacağını,

$(-5)^7$ ifadesi 7 tane – 5 in çarpılacağını ifade eder.

Tabii ki üs deyince sadece pozitif tam sayı olan üsler yok. Üs sıfır olabilir, negatif olabilir, hatta kesirli bile olabilir.

Acele etmeyin. Hepsinden bahsedeceğim. Çok hoş üsler var. Göreceksiniz. ☺

1. $2^3 + 3^2 + 4^2$

   işleminin sonucu kaçtır?

2. $3^3 + 5^2 + 2^2$

   işleminin sonucu kaçtır?

3. $1^4 + (-1)^3 + 3^3$

   işleminin sonucu kaçtır?

4. $6^2 - 4^2 - 2^3$

   işleminin sonucu kaçtır?

5. $-2^3 + 3^3 - 5$

   işleminin sonucu kaçtır?

6. $2^5-4^2+(-1)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\dfrac{3^3-2^2}{(-7)^2-3(-1)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\dfrac{6^2+2^4}{3^2+2^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\dfrac{2^3}{3^2-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\dfrac{5^2}{(-1)^4+2^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{2^3+3^2}{17}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{(-2)^3+3^2}{(-3)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\dfrac{5^2-2^2}{2^3-(-1)^8}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\dfrac{-4^2-(-3)^3}{6^2-5^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\dfrac{3^3-3^2+3}{5^2-2^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

Eğer üs sıfır ise,

En kolayı bu. Üs sıfır olunca sonuç direkt 1 e eşit oluyor. Bunu ilk bulan amcalar öyle kabul etmişler. Onun için de tartışmaya gerek yok.☺
Ama isterseniz tartışabilirsiniz de. Siz bilirsiniz. Ama yine de sonuç 1 çıkıyor.☺
Üs sıfır ise hiç düşünmeyin. **Çünkü sıfır dışındaki her sayının sıfırıncı kuvveti 1 e eşittir.**

Örneğin,

$2^0=1$

$(-3)^0=1$

$\left(-\dfrac{1}{3}\right)^0=1$

hatta $(2^{13}-5^2+7^8)^0=1$ dir.

Güzel değil mi? İşlem yapmaya bile gerek yok.
Hiç uğraşmıyorsunuz.(Keşke hepsi böyle olsaydı☺)
Anladınız mı şimdi ne demek istediğimi?

Üs negatif ise...

Negatif üsse yüklenen görev ilginç. Negatif üs sayıyı amuda kaldırır. Görün isterseniz☺

$3^{-1}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^1=\dfrac{1}{3}$

$2^{-3}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

$\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-1}=\left(\dfrac{3}{4}\right)^1=\dfrac{3}{4}$

$\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-2}=\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$

$(-3)^{-2}=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}$

Anladınız mı negatif üs olayını?
Bu arada dikkat ettiniz mi negatif üssün sayı negatif yapmak gibi bir görevi yok.☺ Sadece amuda kaldırıyor.

Bir sayının üssü ve sonucun işareti...
Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.

$2^3=8$

$5^{-3}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^3=\dfrac{1}{125}$

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$

$\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2}=\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{16}{9}$

Negatif sayıların çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$(-2)^2=2^2=4$

$(-2)^3=-2^3=-8$

$\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-2}=\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$

$\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-3}=\left(-\dfrac{3}{2}\right)^3=-\dfrac{27}{8}$

1. $2^2+2^{-1}-\left(\dfrac{1}{10}\right)^0$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\left(\dfrac{2^2+3^{-2}}{1+5^{-3}}\right)^0\cdot\dfrac{2+2^2}{-1+(-1)^{-3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\frac{2}{3} - 2^2 + (0,75)^0$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $2^3 - 5^2 + \left(\frac{3}{11}\right)^0$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\dfrac{(5^2 - 4^2)^0}{3^2 - 2^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\left(2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^0 + 1$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $(1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + ... + 37)^0$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\left(\frac{-1}{9}\right)^{-2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

9. $\dfrac{2^{-1} + 2^{-2}}{(-4)^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\dfrac{3^{-1} + 3^2}{(-3)^2 - 3^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{1^{-2012} + (-1)^{2013} - (-1)^{-2011}}{(-1)^{2013} - 1^{-1001}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{3^{-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{(-3)^{-1}}$

ifadesinin sonucu kaçtır?

Üslü bir sayının üssü nasıl alınır?

Çok kolay. Örnekle göstereyim.

Örneğin,

$(2^2)^3$ ifadesinin kaça eşit olduğunu üslü bir ifadenin üssünü almaya beceremeseniz bile bulabilirsiniz.

Ama $(2^{61})^2$ nin eşiti nedir diye sorsam?

Bu biraz zor galiba.(Biraz mı☺?)

İşte bunun mantığını izah edeyim şimdi.

$(2^2)^3$ ün anlamı 3 tane 2^2 nin çarpımı demek değil mi?

Yani, $2^2.2^2.2^2 = \underbrace{(2.2).(2.2)(2.2)}_{6 \text{ tane } 2} = 2^6$ dır.

Ya da şöyle; $(2^2)^3 = 2^{2.3} = 2^6$

Way be! **Demek ki üslü ifadenin üssü alınırken üsler çarpılıyor.**

Aynı şekilde,

$(2^4)^5 = 2^{4.5} = 2^{20}$

$(3^{-2})^{-5} = 3^{(-2)(-5)} = 3^{10}$

$(x^6)^{\frac{3}{2}} = x^{6 \cdot \frac{3}{2}} = x^9$

Biraz daha zoru da şu;

$\left(\left(\frac{1}{m^{-2}}\right)^2\right)^{-3} = \left(\frac{1}{m^{-2}}\right)^{2.(-3)} = (m^2)^{-6} = m^{-12}$

Anladınız mı üslü bir ifadenin üssünün nasıl alındığını?

Yine bununla ilgili olarak,

$32^n = (2^5)^n = 2^{5n}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 3^2 = 9$

$(2^{2x-1})^2 = 2^{4x-2}$

$9^{x-2} = (3^2)^{x-2} = 3^{2x-4}$

gibi üsler çarpılarak işlem yapılabilir.

1. $(2^3)^2 + (1^{-3})^4$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $(2^2)^2 + (3^{-1})^{-2}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $(3^{-1})^2 - (2^3)^{-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $(3^2)^{-1} + -1^{14}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\left(\left(\frac{1}{9}\right)^2\right)^{\frac{1}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\left((-16)^2\right)^{\frac{-1}{8}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^3$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\left(\left(\frac{1}{49}\right)^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\left(\left(\frac{-9}{16}\right)^{-2}\right)^{\frac{3}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\left(\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $2^x = 3$

olduğuna göre, 8^x kaçtır?

12. $5^x = 3$

olduğuna göre, 125^x in değeri kaçtır?

13. $3^x = a$

olduğuna göre, 9^x in a türünden eşiti nedir?

14. $3^{15} = a$

olduğuna göre, 9^{45} in a cinsinden eşiti nedir?

Üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi

Hiçbir şey demeden şunları bakın bi

$x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 4x^2$

$3x^4 + 5x^4 = 8x^4$

$6a^6 - 3a^6 + 5a^6 = 8a^6$

Üstteki örnekleri incelediyseniz şunu söyleyebilirsiniz; **Demek ki taban ve üssü aynı olan ifadeler toplanıp çıkarılabiliyor.**

Ama taban ve üs aynı değilse toplama çıkarma işlemi yapamazsınız.

$x^3 + 2x^2$

$3^5 + 2^5$

$a^8 - a^6$

Bunlar toplanıp çıkarılamazlar.
Toplama ve çıkarma için bir kere tabanlar ve üsler aynı olmalı. Yoksa toplayamazsınız.
Ama şunlara dikkat edin. Bazen taban aynı değilmiş gibi durur. Ama aynı yapılabilir.

Örneğin,

$\left(2^4\right)^3 + 8^4 = 2^{12} + 2^{12} = 2.2^{12}$

$\left(27^4\right)^2 + \left(9^3\right)^4 = 3^{24} + 3^{24} = 2.3^{24}$

1. $5a^3 - 2a^3 + 7a^3$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $3\left(a^2\right)^3 + 2\left(a^3\right)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\underbrace{2^{15} + 2^{15} + \cdots + 2^{15}}_{8 \text{ tane}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\underbrace{10^5 + 10^5 + \cdots + 10^5}_{10 \text{ tane}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $4.5^{12} + (25)^6 + 2.(125)^4$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $2.3^{18} + 5.9^9 + 2.(27)^6$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $5.13^{19} + 6.13^{19} + 2.13^{19} + 13^{20}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $10^{15} + 6.10^{15} + 3.10^{15} + 10.10^{15}$

işleminin sonucu kaçtır?

Üslü ifadelerle çarpma işlemi

Üslü ifadelerde çarpma ve bölme işlemindeki mantık çok basit.
Bunu da örneklerle izah edeyim size. Önce çarpmanın mantığına bakın.

Örneğin,

$3^2 \cdot 3^3 = \underbrace{(3.3).(3.3.3)}_{5 \text{ tane } 3} = 3^5$

Peki, sizce bu örnekten nasıl bir sonuç çıkar?

Hımm...
Demek ki tabanı aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üsler topluyor.

Örneğin,

$x^7 \cdot x^5 \cdot x^4 = x^{7+5+4} = x^{16}$

$3^a \cdot 3^3 = 3^{a+3}$

$5^{x-5} \cdot 5^{6-x} = 5^{x-5+6-x} = 5$

$4 \cdot 8^x = 2^2 \cdot (2^3)^x = 2^2 \cdot 2^{3x} = 2^{2+3x}$

9. $5^3 \cdot (25)^2$

ifadesinin eşiti nedir?

10. $8 \cdot 4^{x+1}$

ifadesinin eşiti nedir?

11. $2^{2x-5} \cdot 4^{x+3}$

ifadesinin eşiti nedir?

12. $8^{-3} \cdot 4^{3x+1} \cdot (32)^{2-x}$

ifadesinin eşiti nedir?

13. $a^{3n-5} \cdot (a^2)^{n+3}$

ifadesinin eşiti nedir?

14. $(-2)^7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot (2^{-3})^3$

işleminin sonucu kaçtır?

Önceki antrenmandaki olayı çözdüyseniz bu olaya bir de ters açıdan bakın bakalım.

Yani,

$2^{x+2} = 2^x \cdot 2^2$

$2^{3n+1} = 2^{3n} \cdot 2^1 = (2^n)^3 \cdot 2$

$2^{2x+y} = 2^{2x} \cdot 2^y = 2^{x+y} \cdot 2^x$

olduğunu bilmeniz lâzım. Çünkü sorularda daha çok böylesi kullanılıyor☺

Örnek Soru

$5^x = 3$ **olduğuna göre,** 5^{3x+1} **ifadesinin değeri kaçtır?**

Çözelim

5^{3x+1} ifadesini parçalayıp 5^x türünden yazmak ve daha sonra da 5^x yerine 3 yazmak lâzım. Yazalım bakalım.

$5^{3x+1} = 5^{3x} \cdot 5 = (5^x)^3 \cdot 5 = 3^3 \cdot 5 = 135$

Anladınız mı?

1. $2^x = 5$

olduğuna göre, 2^{x+2} **ifadesinin değeri kaçtır?**

2. $2^x = 3$

olduğuna göre 2^{2x+3} **ifadesinin değeri nedir?**

3. $5^x = m$

olduğuna göre, 5^{2x+1} **in m türünden değeri nedir?**

4. $3^x = 2$

olduğuna göre, $3^{x+2} + 9^x$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

5. $5^n = 2$

olduğuna göre, $5^{n+1} + 125^n$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

6. $7^n = 3$

olduğuna göre, $7^{2n+1} + 49^n$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

7. $5^n = 2$

$5^m = 3$

olduğuna göre, 5^{n+2m+1} ifadesinin değeri kaçtır?

8. $x^n = 3$

$x^m = 5$

olduğuna göre, x^{2n+m+2} ifadesinin eşiti nedir?

Üslü ifadelerle işlem yaparken pek çok soruda ortak paranteze almak gerekebilir. Onun için üslü ifadeleri paranteze alabilmek önemli. Hem de çook.

Örneğin,

$$2^x + 2^{x+1} = 2^x + 2^x.2 = 2^x(2+1) = 3.2^x$$

$$2^{12} + 2^{15} = 2^{12} + 2^{12+3} = 2^{12} + 2^{12}.2^3 = 2^{12}\left(1+2^3\right)$$

$$2^{n+2} + 2^{n+3} + 2^{n+4} = 2^{n+2}\left(2^0 + 2^1 + 2^2\right)$$

Burada yaptığımız işlem verilen ifadeyi üssü en küçük olan ifadenin parantezine almak.

Yaptığınız işlem doğrumu? diye merak ederseniz. Parantezi açıp kontrol edin. Paranteze almadan önceki ifade çıkıyorsa kendinizi tebrik edebilirsiniz. ☺

$$2^{-10} + 2^{-15} + 2^{-20} = 2^{-20}\left(2^{10} + 2^5 + 2^0\right)$$

$$2^{x-1} + 2^{x-3} + 2^{x-5} = 2^{x-5}\left(2^4 + 2^2 + 2^0\right)$$

$$2^{x+2y} + 2^{2x+y} = 2^{x+y}\left(2^y + 2^x\right)$$

9. $3^{10} = x$

olduğuna göre, $3^{10} + 3^{11}$ ifadesinin x türünden değeri nedir?

10. $5^{n+3} = 2$

olduğuna göre, $5^{n+3} + 5^{n+4} + 5^{n+5}$ toplamının değeri kaçtır?

11. $5^{-20} = a$

olduğuna göre, $5^{-19} + 5^{-20}$ toplamının a türünden değeri nedir?

Üslü İfadelerde Bölme

$$\frac{2^6}{2^2} = \frac{2.2.2.2.2.2}{2.2} = 2^{6-2} = 2^4$$

$$\frac{5^8}{5^5} = \frac{5.5.5.5.5.5.5.5}{5.5.5.5.5} = 5^{8-5} = 5^3$$

Hımm.

Demek ki üslü ifadeleri bölerken üsler çıkarılıyormuş. Veya şöyle de denilebilir; paydanın üssü işaret değiştirerek payın üssünün yanına geliyor.

Örneğin,

$$\frac{9^x}{27} = \frac{3^{2x}}{3^3} = 3^{2x-3}$$

$$\frac{4^n}{32} = \frac{2^{2n}}{2^5} = 2^{2n-5} \text{ tir.}$$

Bunda probleminiz olacağını sanmıyorum. Ama sorularda daha çok bu olay tersten soruluyor. Yani,

$$2^{2n-5} = \frac{2^{2n}}{2^5} = \frac{4^n}{32}$$

$$3^{x-2} = \frac{3^x}{3^2} = \frac{3^x}{9} \text{ olduğunun bilinmesi lâzım.}$$

Çoğaltılabilir bunlar. Ama temel mantığı bu. Geçtim.☺

1. $\frac{8^5}{4^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\frac{27^{2x+1}}{81}$

ifadesinin eşiti nedir?

3. $\frac{8^{2x+1}.128}{4^{3x+5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $2^x = 3$

olduğuna göre, 2^{x-1} ifadesinin değeri kaçtır?

5. $3^x = 4$

olduğuna göre, $3^{x-1} + 3^{2x-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

6. **4^{25} in yarısı kaçtır?**

7. **5^{19} sayısının $\frac{1}{25}$ i kaçtır?**

8. $\dfrac{(-a)^7\cdot(a^{-5})^2}{\left((-a)^2\right)^{-3}}$

ifadesinin eşiti nedir?

9. $\dfrac{(-x)^6\cdot(-x)^{-3}\cdot(-x)^{-4}}{(-x)^{-2}\cdot x^3}$

ifadesinin eşiti nedir?

10. $\dfrac{2^{18}-2^{19}}{2^{17}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{2^{15}+2^{20}}{2^{10}+2^{15}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{2^{x+1}+2^{x}}{2^{x+3}+2^{x+1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\dfrac{2^{n+2}-2^{n+1}}{2^{n+4}-2^{n+2}}+\dfrac{3^{n+1}+3^{n}}{3^{n}-3^{n-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\dfrac{2^{10}+2^{10}}{4^3+4^3+4^3+4^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\dfrac{2^{-1}+2^{-3}}{2^{-5}+2^{-7}}$

işleminin sonucu kaçtır?

16. $\dfrac{2^{51}+2^{55}}{2^{-10}+2^{-6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

17. $\dfrac{\overbrace{2^{10}+2^{10}+\cdots+2^{10}}^{8\text{ tane}}}{\underbrace{4^{8}+4^{8}+\cdots+4^{8}}_{16\text{ tane}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

Ondalık kesirleri üslü biçimde ifade edebilmeniz lâzım.

Demek istediğim şu

$0{,}002=\dfrac{2}{1000}=\dfrac{2}{10^3}=2.10^{-3}$

Aynı mantıkla,

$0{,}0025=25\cdot10^{-4}$

$0{,}0032\cdot10^{-2}=32\cdot10^{-4}\cdot10^{-2}=32\cdot10^{-6}$

$0{,}00432=4{,}32\cdot10^{-3}$

$0{,}005\cdot10^{-6}=5\cdot10^{-6-3}=5\cdot10^{-9}$

$0{,}0048\cdot10^{24}=48\cdot10^{24-4}=48\cdot10^{20}$

Bu tür ifadeler daha çok bölme işlemi şeklinde çıkar karşınıza. Ona göre.
Neyse...
Bu olay kafanızda netleştiyse şunlara bir el atın bakalım☺

1. $\dfrac{4\cdot10^{-3}+2\cdot10^{-4}}{10^{-4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\dfrac{10^{-13}+3\cdot10^{-15}}{2\cdot10^{-14}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\dfrac{2\cdot10^{-13}+0{,}03\cdot10^{-11}}{50\cdot10^{-14}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\dfrac{0{,}04\cdot10^{-3}+0{,}2\cdot10^{-4}}{0{,}06\cdot10^{-2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\dfrac{1{,}2\cdot10^{15}+0{,}016\cdot10^{17}}{0{,}0007\cdot10^{18}}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\dfrac{(0{,}4\cdot10^{22})+(210\cdot10^{20})+(0{,}05\cdot10^{23})}{0{,}0015\cdot10^{23}}$

işleminin sonucu kaçtır?

Üsleri aynı olan üslü ifadelerin çarpımı ve Bölümü

Üssü aynı olan üslü ifadeler çarpılırken ve bölünürken ortak üs parantezine almak gibi bir şey yapılıyor. Şöyle ki

$x^n.y^n = (x.y)^n$

$3^n.2^{2n} = (3.2^2)^n = 12^n$

$\frac{2^n.3^n}{5^n} = \left(\frac{2.3}{5}\right)^n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$

Buna da tersten bakabilmek lâzım.

$(10)^n = (2.5)^n = 2^n.5^n$

$(2.3)^3 = 2^3.3^3$

$(a^2b^3)^x = (a^2)^x(b^3)^x = a^{2x}b^{3x}$

$(3a^2)^3 = 3^3.(a^2)^3 = 27a^6$

$(72)^n = (2^3.3^2)^n = (2^3)^n.(3^2)^n = (2^n)^3.(3^n)^2$

Ne demek istediğimi anladınız mı şimdi?

Yani, parantezin üssü içerdekilerin hepsinin üssüdür aslında.

7. $(3a^2)^3 - (2a^3)^2 = x.a^6$

olduğuna göre, x kaçtır?

8. $(2^{10} \cdot 3^{15})^{\frac{1}{5}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

9. $3^x = a \quad 5^x = b$

olduğuna göre, 75^x ifadesinin a ve b cinsinden değeri nedir?

10. $2^a = x \quad 3^a = y$

olduğuna göre, 108^a ifadesinin x ve y cinsinden eşiti nedir?

11. $2^n = a \quad 3^n = b \quad 7^n = c$

olduğuna göre, 168^n ifadesinin eşiti nedir?

12. $15^n = 2 \cdot 5^{n+1}$

olduğuna göre, 3^n nin değeri kaçtır?

13. $2^{x+3} = 6^{x+1}$

olduğuna göre, 3^{x+1}in değeri kaçtır?

1. $a^{-3} \cdot a^{-4} \cdot (a^{-2})^{-3}$

ifadesinin eşiti nedir?

2. $a^{-4} \cdot a^5 \cdot (a^{-3})^{-2}$

ifadesinin eşiti nedir?

3. $(-a)^6 \cdot (-a)^3 \cdot ((-a)^{-3})^{-2}$

ifadesinin eşiti nedir?

4. $(-a)^{-1} \cdot ((-a)^2)^3 \cdot ((-a)^{-2})^2$

ifadesinin eşiti nedir?

5. $(-a)^2 \cdot (a^2)^{-5} \cdot ((-a)^{-1})^{-2}$

ifadesinin eşiti kaçtır?

6. $2^x = a \quad 3^x = b \quad 7^x = c$

olduğuna göre, 84^x ifadesinin a, b ve c cinsinden eşiti nedir?

7. $2^{-x} = 5$

olduğuna göre, 2^{3-2x} ifadesinin eşiti kaçtır?

8. $2^{-x} = a$

olduğuna göre, 2^{2-x} ifadesinin a cinsinden eşiti nedir?

9. $a^{-x} = 4$

olduğuna göre, a^{1-2x} ifadesinin a cinsinden eşiti nedir?

10. $m^{-x} = 3$

olduğuna göre, m^{1-3x} ifadesinin m cinsinden eşiti nedir?

11. $a^{-x} = 2$

olduğuna göre, a^{x+1} ifadesinin a cinsinden eşiti nedir?

12. $x^n = 3 \quad y^n = 4$

olduğuna göre, $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^n$ ifadesinin değeri kaçtır?

13. $2^x = a$

$5^x = b$

olduğuna göre, $(0{,}08)^x$ ifadesinin a ve b cinsinden eşiti nedir?

14. $2^a = x \quad 5^a = y \quad 3^a = z$

olduğuna göre, $(2{,}16)^a$ ifadesinin x, y ve z cinsinden eşiti nedir?

15. $2^x = a$

$5^x = b$

olduğuna göre, $(0{,}01)^x$ ifadesinin a ve b cinsinden eşiti nedir?

16. $2^a = x \quad 5^a = y \quad 3^a = z$

olduğuna göre, $(0{,}06)^a$ ifadesinin x, y ve z cinsinden eşiti nedir?

Üslü Denklemler

Üslü denklemler küçük bir soruyla başlayayım.

Küçük Soru☺

$3^n = 3^6$ **olduğuna göre n kaçtır?**

Bunu bulamayan olmaz herhalde.☺ n = 6 dır.

Peki, bu mantıkla $3^{2x-1} = 3^{15}$ eşitliğindeki x i nasıl bulursunuz?

Tabanları aynı olduğuna ve eşit de olduklarına göre üsleri de eşit olması gerekmez mi?

Demek ki tabanları aynı olan iki üslü ifade eşit ise üsleri de eşittir.

Örnek Soru

$$(4^x)^3 = (32)^2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

Bu tür üslü denklemleri çözerken ilk hareket tabanları eşit duruma getirmektir.

$\left((2^2)^x\right)^3 = (2^5)^2$ ve bu eşitlikten de

$2^{6x} = 2^{10} \Rightarrow 6x = 10$ ve $x = \frac{5}{3}$ bulunur.

Anlaşıldı mı?

İşte, üslü denklemlerde önünüze en çok gelecek olan denklem türü budur.

Yani, tabanları eşit olan iki üslü ifadenin eşitliği durumu.

1. $2^{x+1} = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

2. $2^{x+1} = 2^{2x-1}$

olduğuna göre, x kaçtır?

3. $3^{5x+1} = (3^3)^7$

olduğuna göre, x kaçtır?

4. $25^{x+1} = 125^{x-8}$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. $(8^5)^{2n} = (4^4)^3$

olduğuna göre, n kaçtır?

6. $(9^{x-3})^2 = 27^{x+2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

7. $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} = 3^{1-x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

8. $(0{,}04)^{x+2} = 5^{x-2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

9. $\left(\frac{0{,}45}{0{,}05}\right)^{x} = 3^{10-3x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

10. $2^{x-3} + 3 \cdot 2^{x} = 100$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. $3^{x} + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 39$

olduğuna göre, x kaçtır?

12. $7^{x} + 7^{x-1} = 56$

olduğuna göre, x kaçtır?

13. $21 \cdot 16^{6} + 11 \cdot 8^{8} = 2^{3n-1}$

olduğuna göre, n kaçtır?

14. $\frac{2^{x+1} + 2^{x}}{3} = 16$

olduğuna göre, x kaçtır?

15. $\frac{5^{x+1} + 5^{x+2} + 5^{x+3}}{5^{5} + 5^{6} + 5^{7}} = 0{,}2$

olduğuna göre, x kaçtır?

16. $\frac{5^{x} + 10^{x}}{1 + 2^{x}} = 25$

olduğuna göre, x kaçtır?

İkinci üslü denklem türü üslerin eşit olma durumuyla ilgili.
İki adet örnekçikle izah edeyim.☺

Örnek Soru

$(3m+2)^{3} = (20)^{3}$

eşitliğini sağlayan m değeri kaçtır?

Çözüm

Üsler eşit ve tek sayı ise direkt tabanları birbirine eşitleyin ve bilinmeyeni bulun.

Burada 3m + 2 = 20 den m = 6 olur.

Örnek Soru

$(3x+1)^{4} = 7^{4}$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

Çözüm

Üsler eşit ve çift ise tabanların mutlak değerlerini birbirine eşitleyip öyle çözün.

Burada, $|3x+1| = |7|$ eşitliğinden 3x + 1 = 7 den x = 2 ve 3x + 1 = – 7 den $x = \frac{-8}{3}$ bulunur.

Bu değerlerin çarpımı da $\frac{-16}{3}$ tür.

1. $(x+2)^{2} = 17^{2}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

2. $(x+2)^{3} = 20^{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

3. $(3x-5)^{3} = (2x-1)^{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

4. $(2n+3)^{5} = (6-n)^{5}$

olduğuna göre, n kaçtır?

5. $(x+2)^{2} = (2x-4)^{2}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

6. $(3x+2)^{2012} = (2x-1)^{2012}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

7. $(x+1)^4 = (x-2)^4$

olduğuna göre, x kaçtır?

Yanı dikkat edin! Eğer tabanları aynı sayının üssü olarak yazamıyorsanız ve üsler de eşit değilse. Şu aklınıza gelsin. Gelirse tabii ki☺

$2^0 = 3^0 = 4^0 = 5^0 = 7^0 = \ldots = 1$

8. x ve y birer tam sayı olmak üzere,

$7^{x+6} = 5^{y-1}$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

9. x ve y tam sayılar olmak üzere,

$7^{3x+6} = 5^{2y-6}$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

10. a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$8^{2a+2} = 9^{b-5}$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

11. a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$18^{a-b} = 2^{2a+12}$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

Son olarak
Üslü ifadenin üssünü almayla ilgisi olan şu hususu vereyim. Ve bitsin bu iş☺

x, y, z ve t sıfırdan farklı gerçel (reel) sayılar olmak üzere

$2^x = 3^y$
$2^z = 3^t$ ise $\frac{x}{z} = \frac{y}{t}$ dir.

Yani, aynı tabanları alt alta getirip üsleri birbirine bölüyorsunuz.
Yalnız tabanların aralında asal olması şart. Ona göre☺

12. $3^n = 2^2$
$3^5 = 2^m$

olduğuna göre, m.n çarpımı kaçtır?

13. $25^x = 8$
$4^y = 125$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

14. $5^{x+2} = 4$
$25^y = 2$

olduğuna göre, 4y – x farkı kaçtır?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

7. Hafta

- *Köklü ifadeler*

Başarı insana belki çok şey öğretmez, fakat başarısızlık çok şey öğretir.

Çin Atasözü

Dünyada birçok kabiliyetli kişiler, küçük bir cesaret sahibi olmadıkları için kaybolurlar.

Sydney Smith

Mağlubiyete uğrayınca ümitsizliğe kapılma, her başarısızlıkta bir zafer arzusu yatar.

Germain Martin

KÖKLÜ İFADELER

Çok önemli bir konu.☺

Üslü ifadelerle probleminiz yoksa köklü ifadelerle de problem yaşamayacaksınız.

Çünkü her köklü ifade üslü ifade biçiminde yazılabilir. Şimdilik bu kadar söyleyeyim.

Bu hususu ayrıntılı biçimde birazdan irdeliycez.

$\sqrt{4}$ ne demektir? Önce bunu açıklayayım.

Bu " karesi 4 olan sayı kaçtır?" demektir.

Bunu bilmeyen yoktur☺ 2 dir elbette.☺

Aynı mantıkla

$\sqrt{16}=4$ $\sqrt{49}=7$ $\sqrt{81}=9$

$\sqrt{100}=10$ $\sqrt{144}=12$ $\sqrt{225}=15$

Gibi bir sayının karesi olan (tam kare olan) sayıları kök dışına rahatlıkla çıkarabilirsiniz. Kimse bir şey diyemez size☺

Biraz daha bilimsel takılırsak tanım şu:

a reel sayı ve n pozitif tam sayı olmak üzere,

$\sqrt[n]{a}$ **biçimindeki ifadelere köklü ifade denir.** (Bu ifadeye a nın n. dereceden (kuvvetten) kökü denir.)

$x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$ dır.

Kök derecesi (yani n) yerine hiçbir şey yazmıyorsa n =2 demektir. Kök derecesi 2 den farklıysa yazılır zaten.

Örneğin,

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

$\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$

$\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$

Fark ettiyseniz kök derecesi ile içerdeki sayının üssü aynı ise sayı dışarı çıkabiliyor.

1. $\sqrt{4}+\sqrt{9}+\sqrt{121}$

   işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt{225}+\sqrt{196}+\sqrt{289}$

   işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{125}+\sqrt[3]{216}+\sqrt[3]{1}$

   işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt[5]{32}+\sqrt[4]{81}+\sqrt[6]{64}$

   işleminin sonucu kaçtır?

5. $\sqrt[5]{1}+\sqrt[4]{625}$

   işleminin sonucu kaçtır?

6. $\sqrt[5]{243}+\sqrt[4]{256}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\sqrt[7]{128}+\sqrt[3]{-27}+\sqrt[3]{125}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\sqrt[4]{16}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[4]{81}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\sqrt{3^4}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[4]{81}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{125}+\sqrt{16}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\sqrt{9}+\sqrt{36^2}+\sqrt{6^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\sqrt[3]{8^3}+\sqrt{81^2}+\sqrt[3]{16^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\sqrt[4]{625}+\sqrt[3]{-1}+\sqrt[5]{32}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\sqrt[3]{100}+\sqrt{0}+\sqrt[4]{16}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\sqrt[4]{12^4}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[4]{1}$

işleminin sonucu kaçtır?

Bakın ne diycem☺
Her köklü ifade üslü olarak yazılabilir.
Üs kesirli olursa bu köklü ifade demektir. Bu antrenman bununla ilgili
Hımmm... İlginç☺

a) $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2^2}=2^{\frac{2}{3}}$

c) $\sqrt[4]{27}=\sqrt[4]{3^3}=3^{\frac{3}{4}}$

Yani, kök derecesini içerdeki sayının üssünün altına bölüm olarak yazıyorsunuz.

Bunun tersini de düşünebilirsiniz.
Yani, üs kesirli ise bunu köklü ifade biçiminde yazabiliriz. Bu da aklınız da olsun. Unutmayın☺

a) $3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

b) $5^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{5}$

c) $7^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{7}$

d) $4^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{4^2}=\sqrt[3]{16}$

e) $5^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

Anlaşıldı mı bu olay?

1. **Aşağıdaki köklü ifadeleri üslü biçimde ifade edin bakalım.**

a) $\sqrt[3]{2^2}=$

b) $\sqrt[4]{3^3}=$

c) $\sqrt[5]{4^{x+2}}=$

d) $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=$

e) $\sqrt[9]{27}=$

f) $\sqrt[6]{3^{2n-1}}=$

g) $\sqrt[4]{8}=$

h) $\sqrt[3]{9^n}=$

i) $\sqrt[6]{\frac{1}{25}}=$

j) $\sqrt[5]{\frac{1}{16}}=$

2. **Şimdi de aşağıdaki üslü ifadeleri köklü ifade olarak yazın lütfen☺**

a) $3^{\frac{1}{2}}=$

b) $2^{\frac{1}{3}}=$

c) $2^{\frac{2}{3}}=$

d) $5^{\frac{3}{4}}=$

e) $3^{-\frac{2}{5}}=$

f) $2^{\frac{-1}{2}}=$

g) $6^{-\frac{3}{2}}=$

3. $\sqrt{2^{x-1}} = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

4. $\sqrt[4]{3^{x-8}} = 27$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. $\sqrt[4]{3^{2x-6}} = 9$

olduğuna göre, x kaçtır?

6. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{3} = 3^{\frac{n-1}{6}}$

olduğuna göre, n kaçtır?

7. $\dfrac{\sqrt[3]{2^{n-2}}}{2^n} = 4$

olduğuna göre, n kaçtır?

8. $\sqrt[3]{4^{3a+1}} = \sqrt{2^{a-1}}$

olduğuna göre, a kaçtır?

9. $\sqrt[3]{4^{3a+2}} = 2\sqrt{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

10. $\dfrac{\sqrt[3]{8^{a+1}}}{\sqrt{4^{a-b-3}}} = 2$

olduğuna göre, b kaçtır?

Kök içindeki sayı dışarı negatif çıkabilir mi?

Elbette ki çıkabilir. Ama belli koşulları sağlıyorsa.
Yani, bazen çıkar, bazen çıkmaz☺
Bu nasıl oluyor derseniz eğer. Diyeceğim o ki.

Kök derecesi çift ise içerdeki sayı hiçbir şekilde dışarı negatif çıkarılamaz, dışarı çıkan sayı daima pozitif olarak çıkar.
Ne zaman?
Kök derecesi çift ise.
Fakaaaat....
Kök derecesi tek ise dışarı çıkan sayı, içerdeki sayının işaretiyle aynı işaretlidir.
Biliyorum.
Siz sayısal örnekçikler istiyorsunuz.
Alın size sayısal örnekçik☺

a) $\sqrt{(-3)^2} = 3$

b) $\sqrt{(-5)^2.3} = 5\sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{-27} = -3$

d) $\sqrt[3]{(-8)^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

e) $\sqrt[4]{(-7)^4} = 7$

f) $\sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

1. $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[4]{(-5)^4}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt[3]{(-10)^3} + \sqrt[5]{(-7)^5}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt[3]{(-1)^3} + \sqrt[7]{(-1)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt[3]{(-4)^3} + \sqrt[5]{(-2)^5} + \sqrt{4^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\sqrt[3]{(-2)^3} \cdot \sqrt{(-5)^2} + \sqrt[3]{(-5)^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\sqrt{(-10)^2} + \sqrt[4]{(-7)^4}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\sqrt{(-1)^2} + \sqrt{(-4)^2} \cdot \sqrt[3]{(-3)^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\dfrac{\sqrt{(-10)^2} - (-2)^3}{\sqrt[3]{-8} - 2^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\dfrac{\sqrt[3]{(-3)^3} - \sqrt[3]{-125}}{\sqrt{5^2} + \sqrt[3]{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\sqrt{(-10)^2} \cdot \sqrt{(-7)^2} - \sqrt[3]{(-9)^3}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\sqrt[4]{(-2)^4} + \sqrt[4]{(-5)^4} + (-1)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\sqrt[3]{(-10)^3} + \sqrt[3]{(-7)^3} + \sqrt{(-15)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\sqrt[5]{(-3)^5} + \sqrt[7]{-1^4} + \sqrt[7]{(-1)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\sqrt[5]{(-4)^5} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-2)^4}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\sqrt[3]{(-6)^3} - \sqrt[3]{-27} - (-2)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

16. $\dfrac{-\sqrt[3]{(-2)^3} - \sqrt[3]{27} + \left(-2^2\right)}{\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

17. $\dfrac{\sqrt[3]{27} + \sqrt{(-2)^2}}{\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{-1}} = 1$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

Kök İçindeki Sayıyı Kök Dışına Çıkarma

Öncelikle şunu söyleyeyim.

Bir kere içerdeki sayının dışarı çıkabilmesi için **kök içindeki sayının üssü ile kök derecesi aynı olmalı.** Bu bir.

Ve **kök içindeki sayıların çarpım durumunda olması lazım.** Bu da iki

Bunun akademikçesi şu:☺

$a>0$ olmak üzere, $\sqrt[n]{a^n.b} = a.\sqrt[n]{b}$ dir.

Yani, kök içinde çarpım halinde olan sayılardan, üssü kök derecesi ile aynı olanlar kök dışına çarpım olarak çıkarılabilir. (isterseniz tabii ki☺)

Örneğin,

a) $\sqrt{3^2} = 3$

b) $\sqrt{2.3^2} = 3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{50} = \sqrt{5^2.2} = 5\sqrt{2}$

d) $\sqrt{75} = \sqrt{25.3} = 5\sqrt{3}$

e) $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

f) $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

g) $\sqrt[3]{2^3.3^3.5} = 6\sqrt[3]{5}$

h) $\sqrt[3]{2^5} = 2\sqrt[3]{4}$

ı) $\sqrt{\dfrac{12}{25}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

i) $\sqrt{\dfrac{9}{50}} = \dfrac{3}{5\sqrt{2}}$

Yalnız dikkat etmek lazım.

Kök içindeki ifade çarpım haline getirilmeden dışarı çıkarılamaz.

1. **Aşağıda verilen kök içindeki sayıları kök dışını çıkarmaya çalışın bakalım**

a) $\sqrt{18} =$

b) $\sqrt{24} =$

c) $\sqrt{40} =$

d) $\sqrt{90} =$

e) $\sqrt{1000} =$

f) $\sqrt{80} =$

g) $\sqrt{150} =$

h) $\sqrt{240} =$

i) $\sqrt{48} =$

j) $\sqrt{180} =$

k) $\sqrt{50} =$

l) $\sqrt{12} =$

m) $\sqrt{800} =$

n) $\sqrt{54} =$

o) $\sqrt{28} =$

Köklü ifadelerde toplama ve çıkarma

$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (5+3-6)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (2+7-4)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

Sadece benzer olan köklü ifadeler (yani kök derecesi ve kök içi aynı olan ifadeler) arasında toplama ve çıkarma işlemi yapılabilir.

$x\sqrt[n]{a} - y\sqrt[n]{a} + z\sqrt[n]{a} = (x-y+z)\sqrt[n]{a}$

Herhalde kök içlerini toplamadığımıza dikkat etmişsinizdir.

Kök içi ve kök kuvveti aynı değilse kesinlikle toplama ve çıkarma yapamazsınız. Ona göre.☺

Her köklü ifade toplanamıyor tabii ki. Dedim ya kök içi aynı olması lâzım.

Örneğin,

$\sqrt{6}+\sqrt{2}$

$\sqrt{20}-\sqrt{10}$

Toplanıp çıkarılamaz. Gerçi bunları bile toplayabilenler var. ☺ Ama kök içindeki sayı dışarı çıkınca kök içleri aynı olursa o başka.

Örneğin,

$\sqrt{20}+2\sqrt{45}-\sqrt{75}$

İşleminde bir iki ince ayardan sonra toplama çıkarma yapılabilir.

Kök içler farklı belki. Ama aynı olabiliyor burada.

Hımmm...

Demek ki kök içleri aynı olması lâzım ki toplama ve çıkarma yapılabilsin.

2. $\sqrt{8}+\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{50}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt{27}-\left(\sqrt{12}+\sqrt{75}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\dfrac{\sqrt{20}+\sqrt{45}}{\sqrt{5}+\sqrt{80}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $2\sqrt{48}+\sqrt{108}-\sqrt{75}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\sqrt{3}-\sqrt{147}+\sqrt{108}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\sqrt{125}-\sqrt{180}+\sqrt{320}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\sqrt{600}-\sqrt{216}+\sqrt{24}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\sqrt{175}-\sqrt{28}+\sqrt{63}$

işleminin sonucu kaçtır?

Köklü İfadelerde Çarpma - Bölme

Köklü ifadelerin tek çatı altında çarpılabilmesi için kök derecelerinin aynı olması gerekir. **Çarpma veya bölme yapılırken kök içindeki ifadeler çarpılır(bölünür), kök derecesi ise aynen yazılır.**

a) $\sqrt{3}.\sqrt{2}=\sqrt{3.2}=\sqrt{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{10}.\sqrt{15}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{10.15}{6}}=\sqrt{25}=5$

c) $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)=3-\sqrt{3}$

d) $\sqrt{5}.\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}\right)^2=5$

e) $\left(2\sqrt{3}\right)^2=2^2\left(\sqrt{3}\right)^2=4.3=12$

f) $2\sqrt{3}.5\sqrt{2}=$

Kök içi kesirli filan olabilir. Problem değil☺

g) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}.\sqrt{\dfrac{27}{32}}=$

Kısacası çarparken tek kök içine almayı unutmamak lâzım...

h) $\sqrt{2-\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}$

Kök derecesi hep 2 olmaz tabii ki

ı) $\sqrt[3]{5}.\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{5.2}=\sqrt[3]{10}$

Neyse işte... Antrenmanlara başlayın bakalım.

1. $\sqrt{3}.\sqrt{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt{5}.\sqrt{3}.\sqrt{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt[4]{15}.\sqrt[4]{12}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\sqrt[3]{9}.\sqrt[3]{5}.\sqrt[3]{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\sqrt{8}.\sqrt{18}.\sqrt{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\sqrt[4]{8}.2^{\frac{1}{4}}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\sqrt[3]{81}.3^{\frac{-1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(3\sqrt{3}\right)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $4\sqrt{2}.\,2\sqrt{5}+3\sqrt{10}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\sqrt{2-\sqrt{3}}\,.\,\sqrt{2+\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\left(\sqrt{2}\right)^3+\sqrt{6}\,.\,\sqrt{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $2\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{3}-5\sqrt{6}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\sqrt{12}\,.2\sqrt{6}-\left(\sqrt{2}-\sqrt{8}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\sqrt{2}=a \quad \sqrt{3}=b$

olduğuna göre, $\sqrt{18}$ in a ve b türünden eşiti nedir?

16. $\sqrt{3}=a \quad \sqrt{5}=b$

olduğuna göre, $\sqrt{75}$ in a ve b türünden eşiti nedir?

17. $\sqrt{2}=x \quad \sqrt{3}=y \quad \sqrt{5}=z$

olduğuna göre, $\sqrt{300}$ ün x, y ve z türünden eşiti nedir?

1. $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\dfrac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\dfrac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\dfrac{\sqrt[4]{60}}{\sqrt[4]{12}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\dfrac{\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{30}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\dfrac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{27}\cdot\sqrt{80}\cdot 5\sqrt{2}}{24\sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\dfrac{2\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\dfrac{2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{6}}{\sqrt{18}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\dfrac{5\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{12}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{14}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{a}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\sqrt{3}=a \quad \sqrt{2}=b$

olduğuna göre, $\sqrt{72}$ nin a ve b türünden eşiti nedir?

14. $\sqrt{2}=x \quad \sqrt{3}=y \quad \sqrt{5}=z$

olduğuna göre, $\sqrt{3,6}$ nın x, y ve z türünden eşiti nedir?

15. $\sqrt{3}=x \quad \sqrt{5}=y \quad \sqrt{7}=z$

olduğuna göre, $\sqrt{4,2}$ nin x, y ve z türünden eşiti nedir?

16. $\sqrt[3]{2}=a \quad \sqrt[3]{3}=b$

olduğuna göre, $\sqrt[3]{72}$ nin a ve b türünden eşiti nedir?

Paydayı Rasyonel Yapma

Köklü ifadelerde paydada kök bırakılmaz genellikle. Bunun için (paydayı rasyonel yapmak için) genellikle pay ve payda, paydanın eşleniği ile genişletilir. (Eşlenikten kasıt; paydayı kökten kurtaran ifadedir.)
Hep böyle mi yapılır?
Değil tabii ki.
Sorusuna göre değişir. Ama genellikle deyip geçelim şimdilik.

Buna başlamadan birkaç işlem yaptırayım size. Aşağıdaki çarpma işlemlerini inceleyin bakalım. Bir şey dikkatinizi çekecek mi?

a) $\sqrt{3}.\sqrt{3}=3$

b) $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=(\sqrt{3})^2-1^2=3-1=2$

c) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$

Evet...
Bunları daha genel biçimde ifade edersek.

$\sqrt{a}$ yı $\sqrt{a}$ ile çarpınca kök yok olur.
Dolayısıyla bunlar birbirinin eşleniğidir.

$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ yi ise $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ ile çarpınca kök yok olur.
Demek ki bunlar da birbirinin eşleniğidirler. ☺

$\sqrt{a}.\sqrt{a}=a$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b}).(\sqrt{a}+\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$

Eşlenik iki ifade çarpılınca kök mök kalmaz ortalıkta.☺

$\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$
$(\sqrt{2})$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$
$(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

Olay bu kısaca.

1. $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt{48}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\dfrac{4}{\sqrt{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt{45}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\frac{1}{5-2\sqrt{6}}-\frac{6}{\sqrt{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\frac{1}{3-\sqrt{10}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

1. $\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}}+\sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\frac{4}{2-\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}+\frac{1}{\sqrt{5}+1}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\frac{1}{\sqrt{2}-2}-\frac{1}{\sqrt{2}+2}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{1}{3\sqrt{2}-\sqrt{17}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+\sqrt{17}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{1}{5-3\sqrt{3}}+\dfrac{1}{5+3\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $a=2-\sqrt{3}$, $b=2+\sqrt{3}$

olduğuna göre, $\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{2b}$ **toplamının sonucu kaçtır?**

14. $7.\sqrt{\dfrac{3}{7}}+3.\sqrt{\dfrac{7}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $5.\sqrt{\dfrac{3}{5}}+3.\sqrt{\dfrac{5}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

16. $2.\sqrt{\dfrac{3}{2}}+3.\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\sqrt{24}$

işleminin sonucu kaçtır?

Ondalık Sayıları Kök Dışına Çıkarma

Kök içinde verilmiş olan ondalık sayıları kök dışına çıkarmanın en basit yolu sayıları rasyonel hale getirip öyle çıkarmaktır.
Çok zor bir işlem değil kesinlikle.

Örneğin,
0,09 un karekökünü bulalım.

$\sqrt{0{,}09}=\sqrt{\dfrac{9}{100}}=\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}=\dfrac{3}{10}=0{,}3$

Anladınız mı bunu?

Anladıysanız bir de şuna bakın.

$\sqrt[3]{0{,}125}$ i kök dışına çıkaralım.

$\sqrt[3]{\dfrac{125}{1000}}=\sqrt[3]{\dfrac{5^3}{10^3}}=\dfrac{5}{10}=0{,}5$

Bunda bir problem var mı?

Yoksa antrenmanlara başlayabilirsiniz. İzin veriyorum☺

1. $\sqrt{0{,}25}+\sqrt{0{,}01}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt{0{,}64}+\sqrt{0{,}09}+\sqrt{0{,}04}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt{1{,}69}-\sqrt{0{,}49}+\sqrt{0{,}04}$

işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt{1{,}44}+\sqrt{1{,}21}-\sqrt{1{,}96}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\sqrt{0{,}64}+\sqrt{0{,}25}-\sqrt[3]{0{,}027}$

işleminin sonucu kaçtır?

6. $\dfrac{\sqrt{1{,}69}+\sqrt{1{,}44}}{\sqrt{2{,}25}-\sqrt{0{,}25}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\dfrac{\sqrt{0{,}04}+\sqrt{0{,}16}}{\sqrt{0{,}25}-\sqrt{0{,}01}}$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\dfrac{\sqrt{1,6}+\sqrt{8,1}}{\sqrt{0,1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\sqrt[3]{0,008}+\sqrt[4]{0,0081}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\sqrt{0,25}\cdot\sqrt[3]{(0,027)^{-1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\dfrac{\sqrt{6,4}+\sqrt{14,4}}{\sqrt{8,1}+\sqrt{16,9}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\dfrac{\sqrt{1,44}+\sqrt{1,96}}{\sqrt{0,64}+\sqrt{0,25}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\dfrac{\sqrt{0,64}+\sqrt{0,36}}{\sqrt{0,49}.\sqrt{0,04}}$

işleminin sonucu kaçtır?

14. $\dfrac{\sqrt{3,6}+\sqrt{0,9}}{\sqrt{1,6}+\sqrt{2,5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

15. $\dfrac{\sqrt{2,5}+\sqrt{1,6}-\sqrt{14,4}}{\sqrt{0,1}-\sqrt{3,6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

Kökler iç içe olursa....

En içten başlayıp dışa doğru gelin. En azından burada verdiklerim öyle☺

1. $\sqrt{21-\sqrt{22+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

2. $\sqrt{14-\sqrt{29-\sqrt{10+\sqrt{36}}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3. $\sqrt{8\sqrt{4}}=x$

$\sqrt{27\sqrt{9}}=y$

olduğuna göre, x + y kaçtır?

4. $\sqrt{4\sqrt{81}}$

işleminin sonucu kaçtır?

İç içe olan kökler arasında hiçbir şey yazmıyorsa kök derecelerini çarpın.

$\sqrt[2]{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[2.3]{2}=\sqrt[6]{2}$

$\sqrt[5]{\sqrt[2]{6}}=\sqrt[5.2]{6}=\sqrt[10]{6}$

Ama kök aralarında çarpım durumunda bir şeyler varsa hepsini en içteki köke gönderin.

$\sqrt[2]{2\sqrt[3]{3}}=\sqrt[2]{\sqrt[3]{3.2^3}}=\sqrt[2.3]{24}=\sqrt[6]{24}$

$\sqrt[7]{3\sqrt[3]{5}}=\sqrt[7]{\sqrt[3]{5.3^3}}=\sqrt[7.3]{5.27}=\sqrt[21]{135}$

Anlaşıldı mı?

5. **Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulun bakalım.**

a) $\sqrt{\sqrt[3]{20}}=$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{10}}=$

c) $\sqrt{\sqrt[3]{81}}=$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{5}}}=$

6. **Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulun bakalım.**

a) $\sqrt{2\sqrt[3]{2}}=$

b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{3}}=$

c) $\sqrt{2\sqrt[5]{\frac{1}{8}\sqrt{2}}}=$

d) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}=$

$\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ biçimindeki iç içe kökler

Bu tür köklerde şunlara dikkat edin. Bir kere ortadaki 2 şart. Ve öyle iki sayı bulun ki çarpımları b ye toplamları da a ya eşit olsun. Sonra da bu sayıları kök içinde yazıp toplayın (arası eksiyse çıkarın.)

Örneğin,

$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)+2\sqrt{3.2}} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)-2\sqrt{5.3}} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

7. $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-1$

işleminin sonucu kaçtır?

8. $\sqrt{3}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

9. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{8-2\sqrt{15}}$

işleminin sonucu kaçtır?

10. $\sqrt{9+2\sqrt{20}}-\sqrt{9-2\sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

11. $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}$

işleminin sonucu kaçtır?

12. $\sqrt{6-\sqrt{20}}$

işleminin sonucu kaçtır?

13. $\sqrt{\sqrt{17-2\sqrt{72}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

8. Hafta

• *Çarpanlara Ayırma*

Ya başlamamalı, ya da bitirmeli.

Ovidius

Basit bir adamın elinden geleni yapmaya çalışması, zeki bir adamın tembelliğinden iyidir.

G. Gracian

İyi bir kafaya sahip olmak yetmez, mesele onu iyi kullanmaktır.

Rene Descartes

Küçük kapılardan girmeye çalışanlar eğilmeye mecbur olurlar.

Cenap Şehabettin

ÇARPANLARA AYIRMA

Ortak Çarpan Parantezine Alma

Çok faydalı bir yöntem☺ İlerde bir sürü yerde kullanacaksınız bunu. Onun için şimdi dikkatle dinleyin bakalım.

$2(a + b) = 2a + 2b$ dir.

Bunu yapamayacak olan var mı?

Peki, bu olaya tersten bakalım bir de.

$2a + 2b = 2(a + b)$ dir. Öyle değil mi?

Veya $3a + 6b - 9 = 3(a + 2b - 3)$ tür

Hımm..! Demek ki ortak paranteze alma işi açılıp saçılmış olan parantezi eski haline getirmek gibi bir şey☺

Örneğin,

$11a - 11b = 11(a - b)$ dir.

$2a^2 + 4a = 2a(a + 2)$ dir.

$xy^2 - x^2y = xy(y - x)$ tir.

$x^3 - 2x^2 - 8x = x(x^2 - 2x - 8)$ dir.

Ne yaptığımı anladınız mı?

Peki, yaptığınız işlemin (yani, ortak paranteze alma işleminin) doğru mu yoksa yanlış mı olduğunu nasıl anlayacaksınız?

Çok basit☺.

Parantezi açın ve bakın bakalım ki ilk ifadenin aynısı mı çıkıyor? Eğer aynı ise kendinize bi aferin çekebilirsiniz. Ama aynı değilse yamulmuşsunuz demek ki. ☺ Gidin doğrusunu yapın.☺

Yine benzer biçimde,

$5a^2b - 10ab^2 = 5ab(a - 2b)$

$2a(x + y) - 3(x + y) = (x + y)(2a - 3)$

$3x^2 - 75 = 3(x^2 - 25)$

$2ab - 4a = 2a(b - 2)$

$2x^2\underline{(a - 2b)} - y\underline{(a - 2b)} = (a - 2b)(2x^2 - y)$

Artık antrenmanlarla pekiştirirsiniz bu olayı. Çok önemli çünkü.

Geçiyorum.

1. Aşağıdaki ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırın bakalım.

a) $3a - 3b =$

b) $99a - 99b =$

c) $\sqrt{2}.a + \sqrt{2}.b =$

d) $4x - 2a =$

e) $ax - bx - cx =$

f) $ab - 4b =$

g) $12a - 6b =$

h) $3xy - 12y =$

i) $12ab + 15a =$

j) $abc + bc =$

k) $89.142 + 11.142 =$

l) $269.356 - 269.352 =$

m) $(61)^2.65 - 61.65 =$

2. Aşağıdaki ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayırın lütfen☺

a) $a^2b - 2ab =$

b) $ab^2 + ab =$

c) $a^2b^3 + a^3b^2 =$

d) $x^3-4x^2+3x=$

e) $2a^3-16a=$

f) $6a^5b^4-15a^3b^5=$

g) $2a^3b^3c+6a^4b^2c^2=$

3. Aşağıdaki ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırın bakalım.

a) $6^n+3^n=$

b) $2^{x+y}+2^{x+1}=$

c) $2^{23}+2^{20}=$

d) $2^{n+2}+2^{n+1}=$

e) $\sqrt{2}+\sqrt{6}=$

f) $\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{15}=$

Kesirleri Sadeleştirme Olayı

Rasyonel kesirlerin sadeleştirilmesi olayını hatırlarsınız☺

Ama tekrarda fayda var. Bi daha izah edeyim.

Örneğin,

$\frac{15}{10}=\frac{3.\cancel{5}}{2.\cancel{5}}=\frac{3}{2}$

Pay ve paydayı çarpanlarına ayırarak yazıyor sonra da aynı olanları sadeleştiriyorduk.
(Biliyorum böyle yapmıyorsunuz. Ama böyle anlatmam lâzım ki çarpanlara ayırma da ki kesirlerin sadeleştirilmesi olayı kolay anlaşılsın.)

Yani, önce pay ve paydayı çarpanlarına ayırın sonra da sadeleştirin.

Örneğin,

$\frac{x^2-2x}{3x-6}=\frac{x\cancel{(x-2)}}{3\cancel{(x-2)}}=\frac{x}{3}$

4. Aşağıdaki kesirleri en sade biçimde yazın bakalım

a) $\frac{2a+6b}{a+3b}=$

b) $\frac{a^2b-ab^2}{2a-2b}=$

c) $\frac{2a^3b^2+a^2b^4}{4a+2b^2}=$

d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}}=$

e) $\frac{a(x-2)+2b(x-2)}{x(a+2b)-2(a+2b)}=$

f) $\frac{2^{23}+2^{20}}{2^{12}+2^{9}}=$

Gruplayarak Çarpanlara Ayırma

Gruplayarak çarpanlara ayırma yöntemi karşınıza daha çok dört terimli ifadelerde çıkacak.
Dört terimli ifadeleri gruplara ayırırken genellikle ikişerli iki grup yapılır. Ama her zaman değil.☺

Çünkü içinde özdeşlik olan dört terimliler de var. Ama onları özdeşlikleri verince veririm. Onun için acele etmeyin bakalım.☺

Terimleri neye göre gruplayacağız?

Terimleri gruplandırırken en önemli husus şu **Verilen dört terimli ifadeyi ikişerli öyle iki gruba ayırmanız lâzım ki ayırdığınız bu gruplar daha sonra ortak çarpan parantezine alınabilsinler.**
Eğer terimleri gruplandırdıktan sonra ortak çarpan parantezine alamıyorsanız yanlış gruplandırmışsınız demektir☺
O zaman doğru gruplandırma için beyin fonksiyonlarınızı biraz daha fazla çalıştırmanız lâzım.☺ Zaten en çok iki üç denemede kesin bulursunuz.

Bu arada şunu da söylemek **de** yarar var.
Terimleri rastgele iki gruba ayırmayın. Bunun da bir mantığı var tabii ki.
Terimlerin ya kat sayılarına bakıp paranteze alınabilecekleri düşünün. Ya da sadece iki terimde kullanılmış olan bir harf varsa bunları bir grup olarak düşünebilirsiniz.
Ama her şeye rağmen bu biraz da tecrübe işi tabii ki☺

Aşağıdaki dört terimli ifadeleri söylediklerim ışığında gruplandırın ve ortak çarpan parantezine alın bakalım.

1. $ax+ay+bx+by=$

2. $ab+2b+a+2=$

3. $2ax+4bx-a-2b=$

4. $a^2+2a-ab-2b=$

5. $2x^2-3y-3xy+2x=$

6. $2a+2b+ab^2+a^2b=$

7. $5x+10y+2xy^2+x^2y=$

8. $2a-2b-ab^2+a^2b=$

9. $a^3+a^2+a+1=$

10. $a^3-2a^2+a-2=$

11. $2x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 3$

12. $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{10} + \sqrt{15} =$

13. $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} =$

14. $(77.49 + 77.61) + (23.32 + 23.78)$

15. $a - b = 3$

$a - c = 2$

olduğuna göre, $a^2 - ac - ab + bc$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

16. $x - y = 5$

$y - z = 3$

olduğuna göre, $yz - y^2 + xy - xz$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

17. $x - y = 5$

$y - z = 3$

olduğuna göre, $x^2 - xz - xy + yz$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

18. Şimdi de bi zahmet aşağıdaki kesirlere el atın ve sadeleştirin bakalım.☺

a) $\dfrac{2ax + 4bx - a - 2b}{ax + 2bx + 2a + 4b} =$

b) $\dfrac{a^2 - ab + 2a - 2b}{a^2 - ab + a - b} =$

c) $\dfrac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x^3 - x^2 + x - 1} =$

d) $\dfrac{ab - 2b^2 - 3a + 6b}{a^2 - 2ab - a + 2b} =$

• $x^2 + bx + c$ biçimindeki üç terimli ifadeler

En çok bununla karşılaşacaksınız. Özellikle ikinci dereceden denklemleri çözerken. Sadece bununla ilgili sorular bile soruluyor. Ona göre.

Bu şekilde verilen (Yani, x^2 nin kat sayısının 1 olduğu) üç terimli ifadeler en sondaki sayıdan hareketle çarpanlarına ayrılır.

Böyle bir ifadeyi çarpanlarına ayırırken öyle iki sayı bulun ki çarpımları c ye, toplamları da b ye eşit olsun.

Bu olayın mantığını anlamak için ilk önce şu söyleyeceklerimi yapın bakalım.

$(x + a)(x + b)$ çarpımının sonucunu inceleyin. Ve sonra da bundan bir sonuç çıkarmaya çalışın bakalım.

$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$

$= x^2 + (a + b)x + ab$

Aynı şekilde, şunu inceleyin.

$(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 3.4$

$= x^2 + (3 + 4)x + 3.4$

$= x^2 + 7x + 12$

Bir de şuna bakın.

$(x + 5)(x - 2) = x^2 + 5x - 2x + 5.(-2)$

$= x^2 + (5 - 2)x - 10$

$= x^2 + 3x - 10$

Bir şey dikkatinizi çekti mi?

Olayın özeti şu:

$x^2 + \underbrace{(2+7)}_{\text{topl.}}x + \underbrace{2.7}_{\text{çarp.}} = (x + 2)(x + 7)$

O halde öyle iki sayı bulun ki çarpımları en sondaki sayıyı, toplamları da ortadaki sayıyı versin. (Ama üç terimli ifadeyi en başta x kare, en sonda da sayı olacak biçimde yazmanız lâzım.)

Ömeğin

$x^2 + \underbrace{5}_{4+1}x + \underbrace{4}_{4.1} = (x + 4)(x + 1)$

Bunun nereden geldiğini görün isterseniz.

$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 2.5$

$= x^2 + \underbrace{(2 + 5)}_{\text{toplamı}}x + \underbrace{2.5}_{\text{çarp.}}$

Anladınız mı?

Anladıysanız aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız. (Kolay olan İlk ikisini ben ayırdım zaten☺)

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

1. $x^2 + 7x + 12$

2. $x^2 - 3x + 2$

3. $x^2 - 8x + 12$

4. $x^2 - 3x - 4$

5. $x^2 - x - 2$

6. $x^2 + 3x - 10$

7. $x^2 + 6x - 16$

8. $x^2-5x-14$

9. $x^2+10x-39$

Şunlar biraz farklı. Ama yine aynı mantıkla düşününce oluyor.

10. $x^2+(a+b)x+ab=$

11. $x^2+(a-3b)x-3ab=$

12. $x^2+(a-2)x-2a=$

13. $x^2+\left(m-\frac{1}{n}\right)x-\frac{m}{n}=$

Üç terimli ifade iki değişkenli olursa ikinci harfi görmüyor gibi yapın. Ama en sonunda görün tabii ki☺

Örneğin, $a^2+4ab+3b^2$ yi çarpanlarına ayırırken a^2+4a+3 ü ayırıyor gibi yapın. Sonra ikinci harfi eklersiniz.

Yani, $a^2+4ab+3b^2=(a+3b)(a+1b)$

14. $a^2-ab-6b^2=$

15. $a^2-2ab-8b^2=$

16. $x^2+3xy-10y^2=$

17. $x^2-5xy-14y^2=$

- **ax^2+bx+c biçimindeki üç terimliler**

Burada a nın 1 olmadığı durumu göstereyim.
Bu biraz daha değişik gibi. Bir örnek üzerinde izah etmeye çalışayım☺
Örneğin,

$2a^2-5a-3$ ifadesini çarpanlarına ayıralım.

$2a^2-5a-3$

$2a$ ↘↗ $1 = a$

a ↗↘ $-3 = -6a$

$\times$: $2a^2$ $\times$: -3 $+$: $-5a$

↓ ortadaki terim

$2a^2$ yi $2a.a$ ve -3 ü -3.1 gibi düşündüm. Ve bunları altlı üstlü öyle ayarladım ki çaprazındakiyle çarpıp topladığımda ortadaki terimi (yani -5a yı) verdi.
Eee… sonra?
Bakın bakalım.

$2a^2-5a-3=(2a+1)(a-3)$ olarak bu ifadeyi çarpanlarına ayırdım.
Hımm…

Demek ki yazarken çapraz değil de düz yazıyormuşuz.

Anladıysanız devam edin bakalım.

1. $4a^2-a-3=$

2. $2x^2-3x+1=$

3. $2a^2-7a+6=$

4. $3x^2+13x+4$

5. $abx^2+(a+b)x+1$

6. $2x^2+19x+9$

7. $3x^2+10x+3$

8. $2a^2-ab-3b^2$

9. $6x^2-13xy-8y^2$

10. $4x^2+5xy+y^2$

Aşağıdaki kesirleri en sade biçimde yazar mısınız?

11. $\frac{x^2-5x+4}{x^2-4x+3}$

12. $\frac{x^2-4}{x^2-3x-10}$

13. $\frac{4x^2-x-3}{x^2-3x+2}$

14. $\frac{a^2+2ab-2a-4b}{a^2-3a+2}$

15. $\frac{x^2+3x+2}{x+2} : \frac{x+1}{x}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

16. $\frac{-1}{x+2} : \frac{x+3}{x^2+5x+6}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

17. $\frac{x^2-16}{x^2-10x+24} : \frac{x+4}{x}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

18. $\frac{1+x}{x} : \frac{x^2-5x-6}{x^2}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

19. $\frac{3x^2+10x+3}{3x+1} : \frac{x+3}{x-1}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

20. $\frac{x^2-4xy+4y^2}{2x^2-4xy} \cdot \frac{x}{x-2y}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

21. $\frac{4x^2-4x+1}{2x^2-x} \cdot \frac{x}{x+1}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

22. $\frac{6x^2-13x-8}{2x+1} : \frac{3x-8}{2}$

ifadesinin en sade biçimi nedir?

İki Kare Farkı

Özdeşliklerin hepsi önemli. Ama bu başka bi önemli. Onun için bunu çok daha iyi öğrenin. Hatta yutun☺ İki kare farkı şu

$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$

Yani, iki terim var ve aradaki işaret " – "eksi. Antrenmanları yaptığınızda hiçbir probleminiz kalmayacak. Göreceksiniz.

Aşağıdaki iki kare farklarının eşitini yazın bakalım.

1. $x^2-a^2=$

2. $x^2-4=$

3. $x^2-\frac{1}{x^2}=$

4. $x^2-16=$

5. $4x^2-y^2=$

6. $9x^2-4a^2=$

7. $16x^2-25y^2=$

Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulun. Ama amele gibi uğraşmayın tabii ki☺

8. $21^2-19^2=$

9. $201^2-199^2=$

10. $55^2-45^2=$

11. $2011^2-2010^2=$

12. $(5,5)^2-(4,5)^2=$

13. $(1,11)^2-(0,89)^2=$

14. $(2,64)^2-(1,36)^2=$

15. $(251^2-249^2)+(201^2-199^2)=$

16. $35^2-33^2+31^2-29^2=$

17. $101^2+102^2-99^2-98^2=$

Lütfen şimdi de aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırır mısınız? ☺

18. $(a+b)^2-(a-b)^2=$

19. $(2b)^2-(a-b)^2=$

20. $(2a+b)^2-(a-2b)^2=$

21. $(x-y)^2-z^2=$

22. $(a-b)^2-9=$

23. $\left(a^2+1\right)^2-b^2=$

24. $(x+y+z)^2-(x-z-y)^2=$

25. $(a-b+c)^2-(a+b-c)^2=$

Aşağıdaki ifadeleri iki kare farkı olarak yazıp çarpanlarına ayırır mısınız?

26. $a^4-b^4=$

27. $2^{2x}-3^{2x}=$

28. $4^x-1=$

29. $a^6-b^6=$

Eee...
Bu kadar açtıktan sonra artık açılıp saçılmış olan bir ifadenin iki kare farkı olup olmadığını anlarsınız herhalde☺
Buyurun bakalım. İki kare farkını fark edelim.

30. $(x-y).(x+y)=$

31. $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=$

32. $(x-3)(x+3)=$

33. $(2x-3y)(2x+3y)=$

34. $\left(a^2-b\right)\left(a^2+b\right)=$

35. $(2-3i)(2+3i)=$

36. $\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=$

37. $\left(\sqrt{2}-3\right)\left(\sqrt{2}+3\right)=$

38. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)=$

39. $\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)=$

1. $\left(2^{\frac{1}{4}}-1\right)\left(2^{\frac{1}{4}}+1\right)=$

2. $(x+y-1)(x+y+1)=$

3. $(a-b+c)(a-b-c)=$

4. $(x+y+z)(x+y-z)=$

5. $110^2-107^2=3m$
olduğuna göre m kaçtır?

6. $2011^2-2009^2=8k$
olduğuna göre k kaçtır?

Şimdi de zahmet edip aşağıdaki kesirleri en sade biçimde yazın.

7. $\dfrac{a^2-b^2}{a-b}$

8. $\dfrac{x^2-4y^2}{x-2y}$

9. $\dfrac{9x^2-4y^2}{3x+2y}$

10. $\dfrac{(0,25)^2-(0,05)^2}{0,3}$

11. $\dfrac{210^2-190^2}{20}$

12. $\dfrac{(4,2)^2-(5,8)^2}{0,4}$

13. $\dfrac{2010^2-2000^2}{4010}$

14. $\dfrac{(x+y)^2-1}{x+y-1}$

15. $\dfrac{(a+2b)^2-4}{a^2+2ab+2a}$

16. $\dfrac{(a+2b)^2-(a-2b)^2}{ab}$

17. $x^2-y^2=21$
$x-y=3$

olduğuna göre, x kaçtır?

18. $4x^2-y^2=32$
$2x-y=4$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

İki kare farkı bazen dört terimli ifadenin içinde saklı olabilir... Birincisini ayarlayıp öyle veriyorum. Gerisi size kalmış.

19. $(a^2-b^2)-(3a+3b)$

20. $x^2-3x-4y^2+6y$

21. $\dfrac{x^2-y^2+x+y}{y+x}$

kesrinin en sade biçimi nedir?

22. $\dfrac{x^2-4y^2+x+2y}{x+2y}$

kesrinin en sade biçimi nedir?

23. $\dfrac{9a^2-b^2+3a+b}{3a-b+1}$

kesrinin en sade biçimi nedir?

24. $\dfrac{a^2+a-b^2+b}{a^2-ab+a}$

kesrinin en sade biçimi nedir?

İki Küp Farkı Ve İki Küp Toplamı

Bu özdeşliği tanıyın ve ne olduğunu bilin lütfen. Yoksa başınıza iş açabilir. Ve sırf bu yüzden sınav tecrübesi fazla olan adaylar kümesine dâhil olabilirsiniz.☺

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Zaten iki küp farkı ve toplamı öyle acayip değişik biçimlerde sorulmaz. Ama bunu tam küp (parantez küp) ifadelerle karıştırmayın. Tamam mı?
Gerçi karıştırmanız için ikisini de biliyor olmanız lazım ya.☺ İkisini de bilmiyorsanız problem olmaz. Karıştırmazsınız!☺

Antrenmanlara başlayın bakalım.

Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

1. a^3-1

2. a^3-8

3. a^3+1

4. x^3-8y^3

5. x^3+27y^3

6. $2^{3x}+3^{3x}$

7. a^3-8b^3

8. x^3-27

9. $8m^3-n^3$

Ortak çarpan varsa önce onu halledin lütfen.

10. $2x^4-16x=$

11. $a^4+a=$

Üs hep 3 olacak değil ya!☺

12. $x^6+y^6=$

13. $x^6-y^6=$

Bazen de açık saçık verilen bir ifadenin iki küp toplamı ya da farkı olduğunu görebilmeniz lazım.
Şimdi kalkıp "Hocam bunu nasıl göreceğiz ki?" gibi zekâ ürünü! muhteşem bir soru sormazsınız herhalde.
Tabii ki çok çalışarak. ☺

14. $(x+1)(x^2-x+1)=$

15. $(x-5)(x^2+5x+25)=$

16. $(a-2)(a^2+2a+4)=$

17. $(2x+3)(4x^2-6x+9)=$

Aşağıdaki ifadelerin en sade biçimini bulalım mı?

18. $\dfrac{x^3-y^3}{(x-y)^2+3xy}$

19. $\dfrac{x^3-y^3}{x-y}:\dfrac{x^2+xy+y^2}{y^2}$

20. $\dfrac{a^3-b^3}{a^2}:\dfrac{a^2+ab+b^2}{a}$

21. $\dfrac{x^3+1}{x+1}\cdot\dfrac{x}{x^2-x+1}$

22. $\dfrac{a^2-b^2}{a^3-b^3}:\dfrac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

23. $\dfrac{a^3-8}{a^2+2a+4}:\dfrac{a-2}{a^2}$

24. $\dfrac{8^x-1}{2^x-1}:\dfrac{4^x+2^x+1}{x^2}$

25. $\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{1}{t^3}\right)\cdot\dfrac{t^3}{t^3+1}$

Tam kare ifadeler

İki terimin toplamının veya farkının karesini almanın en ilkel yöntemi aynı ifadeyi yan yana yazıp çarpmak. Yani,

$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2$
$=a^2+2ab+b^2$

Ya da şu iki özdeşliği beyin raflarınızdaki münasip bir yere yerleştirip gereğinde kullanmak. Tercih sizin☺

$\mathbf{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$

$\mathbf{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$

Türkçesi şu:
a artı b nin karesi eşittir; birincinin karesi artı birinciyle ikincinin çarpımının iki katı artı ikincinin karesi.
Tekrarlayın bakıyim.☺ Ezberleyinceye kadar devam☺

Aşağıdaki parantez kareleri açalım o zaman.

1. $(2a+b)^2=$

2. $(x-1)^2=$

3. $(a+1)^2=$

4. $(a-5)^2=$

5. $(x+2)^2=$

6. $(x-3)^2=$

Artık bundan sonra eşittirlerini de siz yazın☺

7. $(3x-1)^2$

8. $(2x+3)^2$

9. $(m-2n)^2$

10. $(2m+3)^2$

11. $(2^x+1)^2$

12. $(2^x+2^y)^2$

13. $(2^x-2)^2$

14. $(x^2-1)^2$

Köklü ifadeler de olabilir tam kare içinde

15. $(\sqrt{2}+1)^2$

16. $(\sqrt{3}-1)^2$

17. $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

18. $(3-\sqrt{2})^2$

19. $\left(3-2\sqrt{2}\right)^2$

20. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$

21. $\left(a+\frac{2}{a}\right)^2$

22. $\left(3x+\frac{2}{x}\right)^2$

23. $\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^2$

Bu kadar açtığınız yeter. Şimdi de açık saçık verilen üç terimli bir ifadenin tam kare bir ifade olup olmadığını görün. Daha doğrusu buradaki ifadeleri parantez kare ifade olarak yazın.

24. $x^2-2xy+y^2$

25. $a^2-2ab+b^2$

26. a^2+6a+9

27. a^2-4a+4

28. $x^2-10x+25$

29. $x^2-8xy+16y^2$

30. $a^2-16a+64$

31. $4a^2-4a+1$

32. $9x^2-6x+1$

33. $a^2-a+\frac{1}{4}$

34. $4a^2+2a+\frac{1}{4}$

Aşağıdaki dört terimli ifadelerin içinde ilk önce tam kareyi bulun ve verilen ifadeyi iki kare farkı olarak yazın ve sonra da çarpanlarına ayırın bakalım.

35. x^2-4x-y^2+4

36. $x^2-4xy+4y^2-1$

37. $4a^2+b^2-9-4ab$

38. $a^2+4b^2-c^2-4ab$

1. $\sqrt{3}+1=x$

olduğuna göre, $(x+1)^2$ ifadesinin eşiti nedir?

2. $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

olduğuna göre, x^2+y^2-2xy ifadesinin değeri kaçtır?

3. $a=\sqrt{5}-2$

$b=\sqrt{5}+2$

olduğuna göre, a^2+b^2+2ab ifadesinin değeri kaçtır?

Bazen tam kare ifadeyi sizin oluşturmanız gerekebilir.
Eee... Hep hazır verilmez☺

Örneğin,
$\sqrt{35.39+4}$ işleminin sonucunu bulmaya çalışalım. Burada 35 e x derseniz 39 da x + 4 olur. Öyle değil mi? Gerisi kolay .

$$\sqrt{35.39+4}=\sqrt{x(x+4)+4}$$
$$=\sqrt{x^2+4x+4}$$
$$=\sqrt{(x+2)^2}=x+2=35+2=37$$

Anlaşıldı mı bu olay?

4. $\sqrt{55.67+36}$

işleminin sonucu kaçtır?

5. $\sqrt{1960.1974+49}$

işleminin sonucu kaçtır?

Bazen verilen ifade düzenlendiğinde tam kare olabilir. En sık kullanılanı şu;

$$\mathbf{(a-b)^2=(a+b)^2-4ab}$$

Zaten biliyordunuz☺

6. A = 2012 ve B = 2011

olduğuna göre, $(A+B)^2-4AB$ ifadesinin eşiti kaçtır?

7. a = 256 ve b = 260

olduğuna göre, $(a+b)^2-4ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

8. $a+\frac{1}{a}=5$

olduğuna göre, $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

9. $x-\frac{1}{x}=2\sqrt{5}$

olduğuna göre, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

Tam kare ifadeler negatif olamaz. Bu sıfır olabileceği anlamına geliyor. Tam kare ifadelerin toplamı sıfır ise her biri sıfıra eşit olması lâzım.

10. $(a+2)^2+(b-3)^2=0$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

11. $(x-3)^2+(2y+12)^2=0$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

Ama bazen tam karelerin biri açılarak verilmiş olabilir.

12. $(a+b)^2+a^2+4a+4=0$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

13. $(a+2)^2+b^2-4b+4=0$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

14. $\frac{11^2+14.11+7^2}{11^2-7^2}$

15. $\frac{25^2+2.25.18+18^2}{51^2-2.51.8+8^2}$

Soruda a^2+b^2 toplamı ifadesi varsa veya soruluyorsa çok büyük bir olasılıkla a + b veya a – b nin parantez karesini alınır. Bilginiz olsun diye söyledim☺

1. $a-b=3$
$a.b=2$

olduğuna göre, a^2+b^2 **toplamı kaçtır?**

2. $a+b=1$
$a.b=5$

olduğuna göre, a^2+b^2 **toplamı kaçtır?**

3. $x-y=2\sqrt{3}$
$x.y=1$

olduğuna göre, x^2+y^2 **toplamı kaçtır?**

4. $a+b=-\sqrt{2}$
$a.b=6$

olduğuna göre a^2+b^2 **toplamı kaçtır?**

5. $x^2+y^2=30$
$x-y=\sqrt{22}$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

6. $x^2+y^2=72$
$x+y=10$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

7. $a^2+b^2=12$
$a.b=2$

olduğuna göre, a + b toplamının pozitif değeri kaçtır?

8. $a^2+b^2=46$
$a.b=5$

olduğuna göre, a – b farkının pozitif değeri kaçtır?

9. $x + \frac{1}{x} = 3$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ toplamı kaçtır?

10. $a - \frac{2}{a} = 3\sqrt{2}$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ toplamı kaçtır?

11. $2x + \frac{3}{x} = 6$

olduğuna göre, $\frac{4x^4 + 9}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

12. $3x - \frac{1}{x} = 4$

olduğuna göre, $9x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Aşağıdaki kesirleri en sade biçimde yazın bakalım.

13. $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b} : \frac{a + b}{a}$

14. $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x + 1} : \frac{(x - y)^2}{x}$

15. $\frac{4^x - 2.2^{x+y} + 4^y}{2^x - 2^y} \cdot \frac{1}{2.2^x - 2.2^y}$

16. $\frac{(2^a + 3^b)^2}{2^{a+1}} : \frac{2^a + 3^b}{2^a}$

Tam küp ifadeler

Dedim ya. Özdeşlikler içinde önemli olmayanı yok. Onun için hiçbirini sallamayın. Yoksa üzülebilirsiniz☹

Bence bunları ezberleyin. Sonucu bulmak için her seferinde aynı şeyleri üç defa yan yana yazıp çarpmak tam bir amelelik.☺
Buyurun bakalım. Yazıyorum. Elinizin altında olsun. Hatta bunları ve diğer özdeşliklerin hepsini evde gözünüzün göreceği bilumum yerlere yazın. Aklınıza neresi geliyorsa☺

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Aşağıdaki tam küp ifadeleri açalım o zaman.

1. $(a+b)^3$

2. $(x-1)^3$

3. $(x+1)^3$

4. $(a-b)^3$

5. $(a+2b)^3$

6. $(2a-3b)^3$

7. $(3x+y)^3$

8. $(a+1)^3$

9. $(a+2)^3$

10. $(x+3)^3$

11. $(2a+1)^3$

12. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$

13. $(x^2+y)^3$

Şimdi de aşağıdaki ifadelerin neyin açılımı olduğunu yazın bakalım.

14. $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

15. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

16. $-a^3 + 3a^2 - 3a + 1$

17. $(a+2)^3 + 3(a+2)^2 + 3(a+2) + 1$

18. $(x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$

19. $(x-1)^3 + 3(x-1)^2 + 3(x-1) + 1$

20. $(y+3)^3 - 3(y+3)^2 + 3(y+3) - 1$

21. $y = -2 + \sqrt[3]{6}$ değeri için

$(y+3)^3 - 3(y+3)^2 + 3(y+3) - 1$

ifadesi kaça eşittir?

22. $a = 1 + \sqrt[3]{10}$ değeri için

$a^3 - 3a^2 + 3a - 3$

ifadesinin değeri kaçtır?

23. $x = 212$

$y = 209$

olduğuna göre, $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

24. $x = 89$

$y = 11$

olduğuna göre, $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

25. $a = \sqrt{2} + 1$

$b = \sqrt{2} - 1$

olduğuna göre, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

1. $a^3 + 3a^2b = 20$

$b^3 + 3ab^2 = 7$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

2. $y^2(3x + y) = 75$

$x^2(x + 3y) = 50$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

3. $x^3 - 3x^2y = 11$

$3xy^2 - y^3 = -3$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

4. $y^2(3x - y) = 47$

$x^2(x - 3y) = 17$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

5. $a - b = 3$

$ab = 2$

olduğuna göre, $a^3 - b^3$ **farkı kaçtır?**

6. $x + y = -2$

$xy = 4$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ **toplamı kaçtır?**

7. $a^3 - b^3 = 28$

$a - b = 4$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

8. $a^3 + b^3 = -1$

$a + b = 1$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

9. $a^3 + b^3 = 2$

$a + b = 2$

olduğuna göre, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ toplamı kaçtır?

10. $x + y = 3$

olduğuna göre, $x^3 + y^3 + 9xy$ toplamı kaçtır?

11. **Çarpımları 15 toplamları 8 olan iki doğal sayının küpleri toplamı kaçtır?**

12. $x + \frac{1}{x} = 3$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

13. $x - \frac{1}{x} = 2$

olduğuna göre, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

14. $x + \frac{2}{x} = 4$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

15. $2x - \frac{1}{x} = 5$

olduğuna göre, $8x^3 - \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

16. $a - \frac{2}{a} = 1$

olduğuna göre, $\frac{a^6 - 8}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Bu bir kesirleri sadeleştirme antrenmanıdır.

Aşağıdaki ifadeleri en sade biçimde ifade ediniz.

Aslında bunlar ÖSYM deki amcaların sorduğu sorulardan derlendi.☺

1. $\frac{ax - ay + x - y}{x - y}$

2. $\frac{2x + 4y + mx + 2my}{2 + m}$

3. $\frac{a^2 - 2bc - 2ac - b^2}{a + b}$

4. $\frac{x^2 - y^2}{y + x} : \frac{x - y}{x}$

5. $\left(\frac{x + 5}{5 - x}\right) : \left(1 + \frac{10}{x - 5}\right)$

6. $\frac{a^2 - b^2}{2a + 2b} \cdot \frac{a}{a^2 - ab}$

7. $2a + 3 - \frac{2a^2 + 3a - 9}{2a - 3}$

8. $\frac{4a^2 + 14a + 6}{a + 3} : \frac{4a + 2}{a - 1}$

9. $\frac{\frac{1}{x} - x}{x + x^2} \cdot \frac{x^2}{1 - 2x + x^2}$

10. $\frac{3x^3y - 18x^2y + 27xy}{6x^2y^2 - 54y^2}$

11. $\dfrac{a^{-1}+a^{2}}{a+a^{-2}}$

12. $\dfrac{x^{2}+x+1}{2x^{2}+5x}:\dfrac{x^{3}-1}{2x^{2}+3x-5}$

13. $\left(\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{x-y}{x}\right):\left(\dfrac{x}{x-y}+\dfrac{x+y}{x}\right)$

14. $\dfrac{a^{3}+b^{3}}{(a-b)^{2}+ab}$

15. $\dfrac{4a^{3}+16a^{2}}{4a^{2}+12a}:\dfrac{a^{3}-16a}{a^{2}-a-12}$

16. $\dfrac{(x^{2}-y^{2})(x^{2}+xy+y^{2})}{(x^{3}-y^{3})\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)}$

17. $\dfrac{3^{2x}-2.3^{x+y}+3^{2y}}{3^{2x}-3^{x+y}}$

18. $\dfrac{y^{3}+27}{y^{2}-2y-3}.\dfrac{(y-3)(y^{2}-1)}{y^{2}-3y+9}$

19. $\left(\dfrac{x}{1+x}-\dfrac{1}{1-x}\right):\left(\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{x}{1-x}\right)$

20. $\dfrac{a}{b}\left(\dfrac{a}{a+b}-1\right)+\dfrac{b}{a}\left(\dfrac{b}{a+b}-1\right)$

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

9. Hafta

- Oran - Orantı
- Ortalamalar
- Denklem Çözme

En büyük zaman hırsızı kararsızlıktır.
C. Floru

Limiti koyan zihindir. Zihin bir şeyi yapabileceğini kestirebildiği kadar başarılı olur. Yüzde 100 inandığın sürece her şeyi yapabilirsiniz.
Arnold Schwarzenegger

Kararlılık insan iradesinin uyandırma zilidir.
Anthony Robbins

Mal kaybeden bir şey kaybetmemiştir. Onurunu kaybeden birçok şey kaybetmiştir. Cesaretini kaybeden her şeyini kaybetmiştir.

Goethe

ORAN – ORANTI

Oran - orantı konusu acayip kolay bi konu☺
Zaten hemen hatırlayacaksınız. **"Bir orantıda içler çapımı ile dışlar çarpımı eşittir."** İşte orantı muhabbeti bunun üzerine kurulmuş.

Çok fazla özelliği olan bir konu değil kesinlikle. Ama mantıksız da halledebileceğiniz bir konu değil.

Sadece şunu bile bilseniz orantının yarısını halletmişsiniz demektir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliğinde a.d = b.c dir.

Yani, içler – dışlar çarpımı (çapraz çarpımlar) eşittir.

Bir de içler - dışlar çarpımıyla elde edilmiş olan bir ifadeyi eski haline getirebilmek.

Örneğin,

$\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$ ise 5a = 3b dir.

O halde 5a = 3b eşitliğinden $\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$ ya da $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ olduğunu görmek lâzım. İyi bakınca görülmeyecek bir şey de değil zaten. ☺

Yine içler – dışlar çarpımının eşitliğini kullanarak

$\frac{a+b}{7} = \frac{a-b}{2}$ eşitliğinden $\frac{a}{b}$ oranını bulalım mı?

İlk hareket içler dışlar çarpımı yapmak.
Peki, yapalım.
2(a + b) = 7(a – b)
2a + 2b = 7a – 7b
9b = 5a
Ve bu eşitlikten de kolaylıkla da, $\frac{a}{b} = \frac{9}{5}$ bulunabilir.

Anladınız mı?
Son bir kez daha söyleyeyim.

6a = 8b ise $\frac{a}{b} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{6}} = \frac{4}{3}$ tür.

Aşağıdaki eşitliklerde $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

1. 2a = 3b

2. 3a = 4b

3. 2a = 5b

4. $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{2}$

5. $\frac{a}{a+b} = \frac{2}{7}$

6. $\frac{a}{a-b} = \frac{3}{5}$

7. $\frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{2}$

8. $\frac{a+b}{3a-b} = \frac{5}{8}$

9. $\frac{2a+b}{a-2b}=\frac{7}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

10. $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{a-b}$ oranı kaçtır?

11. $2a = 3b$

olduğuna göre, $\frac{2a+b}{3a-b}$ oranı kaçtır?

12. $3a = 4b$

olduğuna göre, $\frac{a-2b}{a+3b}$ oranı kaçtır?

13. $2a = 5b$

olduğuna göre, $\frac{a-2b}{b-a}$ oranı kaçtır?

14. $5(a-b) = 2(a+2b)$

olduğuna göre, $\frac{2a+3b}{3a-2b}$ oranı kaçtır?

15. $2a + 5b = 3b + 9a$

olduğuna göre, $\frac{7a-b}{a+b}$ oranı kaçtır?

16. $\frac{2a-b}{a+b}=\frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a-2b}{2a+b}$ oranı kaçtır?

1. $\frac{a}{b}=\frac{c}{c}=\frac{1}{4}$

olduğuna göre, $\left(\frac{a+b}{b}\right).\left(\frac{d-c}{c}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

2. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{2}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a.c.f}{b.d.e}$ oranı kaçtır?

3. $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$ $\frac{b}{c}=\frac{2}{5}$

olduğuna göre, $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

4. a, b, c pozitif tam sayıları için

$\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$, $\frac{b}{c}=\frac{3}{4}$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

Bazen taraf tarafa bölmek en güzel çözümdür☺

5. $2a + 5b = 5k$
$3a + 2b = 3k$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

6. $3x - 7y = 333$
$4x + 5y = 777$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

7. $x^2 + xy = 15$
$xy + y^2 = 20$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

8. $x+\frac{3}{y}=9$

$y+\frac{3}{x}=6$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

Unutmayın ki her orantının bir k sabiti muhakkak ki vardır Ve önemli olan hususlardan biri de bilinmeyenleri k türünden yazabilmektir.

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=k$ ise **a** = 2k, b = 3k ve c = 5k dır.

Ayrıca bu özelliği kullanarak daha bir sürü şey yazabilirsiniz. Ama bence onlara çok da ihtiyacınız olmayacak. Onun için bunu çok iyi öğrenin yeter.

9. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ ve $x+y=25$

olduğuna göre, x kaçtır?

10. $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$ ve $x+y=21$

olduğuna göre, y kaçtır?

11. $\frac{a}{2}=\frac{b}{5}$ ve $a+b=42$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

12. $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$ ve $b-a=6$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

13. $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ ve $2b+3a=24$

olduğuna göre, a^2+b^2 **toplamı kaçtır?**

14. $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$

$a+b+c=108$

olduğuna göre, b kaçtır?

15. $\frac{x}{5}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$

$x-y+z=36$

olduğuna göre, x kaçtır?

1. $\frac{a}{18}=\frac{b}{4}=k$

olduğuna göre, $\sqrt{2a}+\sqrt{b}$ **nin değeri nedir?**

2. $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$

$2x-3y+2z=75$

olduğuna göre, y kaçtır?

3. $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{4}$

$a+b+c=128$

olduğuna göre, b kaçtır?

4. $\frac{a+1}{2}=\frac{b-3}{3}=\frac{c+2}{4}$

$a+b+c=27$

olduğuna göre, a kaçtır?

5. $a=\frac{b}{5}=\frac{c}{3}$ ve $a+b+c=108$

olduğuna göre, b kaçtır?

6. $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$ ve a.b.c = 480

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

7. $a>0$, $b>0$, $c>0$ olmak üzere,

$\frac{a}{3}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4}$

$a^2+b^2+c^2=116$

olduğuna göre, a kaçtır?

8. $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$

olduğuna göre, $\frac{2a+b}{c-a}$ **oranı kaçtır?**

9. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$

$x^3+y^3=280$

olduğuna göre, z kaçtır?

10. $\frac{x}{2}=\frac{5}{y}=\frac{z}{6}$

olduğuna göre, xy + yz toplamı kaçtır?

11. $\frac{a}{3}=\frac{4}{a}=\frac{c}{3}$

olduğuna göre, a^2+ac toplamı kaçtır?

Bazı orantı sorularında OKEK bilgisi acayip işe yarıyor☺

3a = 4b = 5c eşitliği verilmişse bu eşitliği k ya değil de 3, 4 ve 5 in en küçük ortak katı 60 olduğu için 60k ya eşitlemek faydalı olabilir☺
Bu durumda 3a = 4b = 5c = 60k eşitliğinden a = 20k, b = 15k ve c = 12k olur.
Hiç de fena değil bence.☺ Göreceksiniz.

12. $2x=3y$

$x+y=20$

olduğuna göre, x kaçtır?

13. $3a=4b$

$2a+b=44$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

14. $3x=5y$

$3x+2y=63$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

15. $2x=3y=4z$

$x+y+z=13$

olduğuna göre, $x^2+y^2+z^2$ toplamı kaçtır?

1. $3x=4y=5z$

$2x+y-z=86$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{y-z}$ oranı kaçtır?

2. $3x=5y=7z$

$x-y+z=58$

olduğuna göre, y kaçtır?

3. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=2z$

$x+2y-z=90$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

4. $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=3z$

$x+y-z=100$

olduğuna göre, y kaçtır?

5. $\frac{x}{5}=3y=2z$

$2x-5y-z=94$

olduğuna göre, x kaçtır?

6. $\frac{x}{3}=5y=\frac{z}{4}$

$x+y+z=72$

olduğuna göre, y kaçtır?

7. $2a=3b=4c$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{3}$

olduğuna göre, b kaçtır?

8. $\frac{x}{3}=\frac{2}{y}=z$

$x-y-z=0$

olduğuna göre, z nin pozitif değeri kaçtır?

Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklar doğru orantılıdır.

Örneğin,
Her gün eşit sayıda pantolon diken bir terzi 1 günde 4 pantolon dikiyorsa 2 günde 8 pantolon, 3 günde 12 pantolon, ... diker.

Gün sayısı	1	2	3	4	5
Pant. Sayısı	4	8	12	16	20

Demek ki burada gün sayısıyla dikilen pantolon sayısı doğru orantılı.
Yine,
Kilosu 3 TL olan muzdan 1 kilo alan bir kişi 3 TL, 2 kilo alan 6 TL, 3 kilo alan 9 TL, ... öder.

Miktar(kg)	1	2	3	4	5
Fiyat(TL)	3	6	9	12	15

Burada da **ödenen para ile satın alınan miktar doğru orantılıdır.**
Doğru orantılı çoklukların oranının (bölümünün) sabit olduğunu görün.
Meselâ burada $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\dots=k$

Ama burada önemli bir şey daha var. Orantılı olan iki çokluk arasındaki orantının doğru orantı mı yoksa ters orantı mı olduğunu anlamak tamamen mantığınızla ilgilidir. Ona göre. Sonra adam anlatamamış demeyin☺
Onun için lütfen mantığınızı devreye sokun. ☺

Kısacası y ile x doğru orantılı ise $\frac{y}{x}=k$ **dır.**

Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri azalıyorsa, ya da biri azalırken diğeri artıyorsa bu çokluklar ters orantılıdır.

Örneğin,
1 işçinin 120 günde yaptığı bir işi 2 işçi 60 günde, 3 işçi 40 günde, ...yapar. Dolayısıyla buradaki **işçi sayısı ile işin bitme süresi ters orantılıdır.**

İşçi sayısı	1	2	3	4	5	6
Bitiş süresi	120	60	40	30	24	20

(İşçi sayısı) . (Bitiş süresi) = sabit (120) olduğunu görün.
Yani, 1.120 = 2.60 = 3.40 = 4.30 = 5.24 = ...
Yine,
300 km lik bir yolu bir araç saatte 150 km hızla giderse 2 saatte, 100 km hızla giderse 3 saatte, 75 km hızla giderse 4 saatte,... gider.

Dolayısıyla burada **aracın hızı ile geçen zaman ters orantılıdır.**

Hız(km/saat)	150	100	75	60	50	30
Zaman(saat)	2	3	4	5	6	10

Burada da Hız . Zaman = yol (300 km) dir.

Kısacası y ile x ters orantılı ise y.x = k dır.

Bileşik Orantı

Hem doğru hem de ters orantının bir arada olduğu orantıdır bu.

x sayısı y ile doğru, z ile ters orantılıysa
$\frac{x.z}{y}=k$ **dır.**

Örneğin,
a b + 1 ile doğru 2b + 1 ile ters orantılıysa bunu
$\frac{a.(2b+1)}{b+1}=k$
şeklinde ifade edebilirsiniz.
Anlaşıldı mı bu?

Bir kez daha söyleyeyim. Problem türündeki orantı sorularında doğru orantı mı yoksa ters orantı mı olduğunu düşünerek çıkarmanız lâzım.

1. a ve b doğru orantılı çokluklardır.
a = 6 iken b = 10 olduğuna göre, b = 25 iken a kaçtır?

2. a ve b + 2 doğru orantılı çokluklardır.
a = 4 iken b = 10 olduğuna göre, b = 4 iken a kaçtır?

- **a, b ve c sırasıyla 2, 3 ve 5 ile doğru orantılıysa**
$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=k$ dır.

3. a, b ve c sırasıyla 2, 3 ve 5 ile doğru orantılıdır.
3a + 4b – c = 130
olduğuna göre, a kaçtır?

4. a, b ve c sırasıyla 4, 3 ve 2 ile doğru orantılıdır.
a + 3b – 2c = 27
olduğuna göre, c kaçtır?

5. 45 tane şeker yaşları 4, 5 ve 6 olan üç çocuğa yaşlarıyla doğru orantılı olarak paylaştırılıyor.
En büyük çocuk kaç şeker alır?

6. 180 cm uzunluğundaki bir çubuk boyları 2, 3 ve 4 ile orantılı olarak üç parçaya ayrılıyor.
Buna göre, en kısa parça kaç cm dir?

7. Üzerlerinde 1 den 4 e kadar numara bulunan kutuların içine üzerindeki numaranın karesiyle orantılı olarak fındık konuluyor.
3 numaralı kutuya 90 fındık konulduğuna göre, kutulara konulan toplam fındık sayısı kaçtır?

Problem türü doğru orantı soruları...
Bunlar tamamen mantık işi. Yani, tam size göre☺ ama yine de unutmayın ki doğru orantılı çoklukların bölümleri sabit ve birbirine eşitti.

8. **Bir araç sabit bir hızla 4 saatte 300 km yol gittiğine göre, aynı hızla 10 saatte kaç km yol alır?**

9. Haftada 500 soru çözen bir öğrenci aynı çalışma temposuyla 12 haftada kaç soru çözer?

10. 2 kilogramı 3 TL olan portakaldan 5 kilogram alan bir müşteri kaç TL öder?

11. Bir marketten 5 çikolata alan Ayşe 4 TL ödüyor.

Buna göre aynı çikolatalardan bir miktar alarak 6,4 TL ödeyen Cem kaç çikolata almıştır?

12. 400 gramı 60 kuruş olan elmanın 1 kilogramı kaç TL dir?

13. Bir manavdan x kg elma alan bir müşteri 6 TL, $2x - 1$ kg elma alan başka bir müşteri ise 10,5 TL ödüyor.

Buna göre, 3 kg elma alan bir müşteri kaç TL öder?

14. Bir fabrikadaki üretim miktarı çalışan sayısıyla doğru orantılıdır.

Buna göre, fabrikada 10 işçi çalıştığında 1 günde 240 parça mal üretildiğine göre, Bir günde 600 parça mal üretilebilmesi için kaç işçiye daha ihtiyaç vardır?

15. Bir depo eş hacimli 30 kova su ile doluyor.

Buna göre, deponun $\frac{2}{5}$ i kaç kova ile dolar?

16. Bir aracın duruş mesafesi, frene basıldığı andaki hızının karesiyle doğru orantılıdır.

Bu araç saatte 30 km hızla giderken duruş mesafesi 18 m olduğuna göre, saatte 40 km hızla giderken duruş mesafesi kaç m dir?

1. x ile y ters orantılıdır.

$x = 6$ iken $y = 8$ olduğuna göre, $x = 16$ iken y kaçtır?

2. $x - 1$ ile y^2 ters orantılıdır.

$x = 2$ iken $y = 6$ olduğuna göre, $y = 2$ iken x kaçtır?

- **a, b ve c sırasıyla 2, 3 ve 5 ile ters orantılıysa $2a = 3b = 5c$ dir.**

3. a, b ve c sırasıyla 2, 3 ve 4 ile ters orantılıdır.

$a + b + c = 130$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

4. a, b ve c sırasıyla 3, 6 ve 8 ile ters orantılıdır.

$+ 2b - 3c = 21$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

5. 48 tane şeker 5 ve 7 yaşlarındaki iki çocuğa yaşlarıyla ters orantılı olarak paylaştırılıyor.

Buna göre, büyük çocuk kaç şeker alır?

6. 180 cm uzunluğundaki bir çubuk boyları 3, 4 ve 6 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılıyor.

Buna göre, en uzun parça kaç cm dir?

Problem biçimindeki ters orantı soruları...

Unutmayın. Ters orantılı çoklukların çarpımı sabit ve birbirine eşitti.

7. Eş kapasiteli 5 işçi bir işi 12 günde yaptığına göre, aynı işi 10 işçi kaç günde yapar?

8. Eş kapasiteli 5 musluk bir havuzu 6 saatte doldurduğuna göre, 3 musluk kaç saatte doldurur?

9. Bir araç belli bir yolu saatte 60 km hızla 4 saatte gidiyor.

Buna göre, aynı yolu saatte 80 km hızla kaç saatte gider?

10. **Bir uçak 800 km\h hızla 3 saatte gittiği bir yolu 600 km\h hızla kaç saatte gider?**

11. Bir otomobil iki kent arasındaki yolu saatte v km hızla gittiğinde 4 saatte, v + 10 km hızla gittiğinde ise 3 saatte alıyor.

Buna göre, v kaçtır?

12. Bir otomobil iki kent arasındaki yolu saatte v km hızla gittiğinde 5 saatte, v + 15 km hızla gittiğinde ise 4 saatte alıyor.

Buna göre, iki kent arası kaç km dir?

13. Bir kumaştan eş boyda 12 perde çıkmaktadır.

Aynı kumaştan boyu bunlardan 60 cm daha uzun olan perdelerden ise 10 tane çıktığına göre, kumaşın boyu kaç metredir?

14. 6 arkadaş eşit miktarda para vererek bir top almak istiyorlar. Fakat birinin parası olmadığı için diğerlerinden her biri 1 TL daha fazla vererek topu satın alıyorlar.

Buna göre, topun fiyatı kaç TL dir?

Aklınızda olsun.
İşçi sorularında kapasite, hız işçi sayısı filan arttığında işin bitme süresi ters orantılıdır.

15. Bir işçi bir işi 10 günde bitiriyor.

İşçi çalışma kapasitesini yarıya düşürürse aynı işi kaç günde bitirir?

16. Bir işçi bir işi 30 günde bitiriyor.

İşçi çalışma kapasitesini 3 katına çıkarırsa aynı işi kaç günde bitirir?

1. Bir işçi bir işi her gün belli bir süre çalışarak 20 günde bitiriyor.

Buna göre, günlük çalışma süresini $\frac{1}{3}$ oranında azaltırsa işin tamamını kaç günde bitirir?

2. Bir musluk boş bir kovayı 12 dakikada dolduruyor.

Buna göre, musluktan birim zamanda akan su miktarı 3 katına çıkarılırsa boş kova kaç dakikada dolar?

3. Bir musluk bir havuzu 12 saatte dolduruyor.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı yarıya düşürülürse boş havuz kaç saatte dolar?

- **a çokluğu b ile doğru c ile ters orantılı ise** $\frac{a \cdot c}{b} = k$ **dır.**

4. a sayısı b ile doğru c ile ters orantılıdır.

a = 2 ve b = 3 iken c = 6 olduğuna göre, a = 4 ve b = 2 iken c kaçtır?

5. a sayısı b + 1 ile doğru c ile ters orantılıdır.

a = 3 ve b = 4 iken c = 5 olduğuna göre, a = 4 ve c = 3 iken b kaçtır?

6. a + 3 sayısı b – 2 ile doğru c + 1 ile ters orantılıdır.

a = 3 ve b = 5 iken c = 4 olduğuna göre, b = 6 ve c = 9 iken a kaçtır?

- **a, b ve c sırasıyla 2 ve 3 ile doğru 4 ile ters orantılı ise**

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = 4c$ dir.

7. 480 m^2 arsa 3 ile doğru 5 ile ters orantılı olacak biçimde 2 parçaya ayrılıyor.

Buna göre, küçük parça kaç m^2 dir?

8. 104 cm uzunluğundaki bir çubuk 2 ve 3 ile doğru 5 ile ters orantılı olacak şekilde 3 parçaya ayrılıyor.

Buna göre, büyük parça kaç cm dir?

9. 290 kitap 2 ve 3 ile ters 4 ile doğru orantılı olacak şekilde üç farklı koliye yerleştiriliyor.

Buna göre, kitap sayısı en çok olan kolide kaç kitap vardır?

Bir de karma karışık orantı problemleri de var.☺ **Böyle cinsi orantı problemlerinde ilk önce yapılan iş en sonda olacak şekilde aynı birimli çoklukları alt alta yazın. Sonra birinci satırdaki sayılarla ikinci işi, ikinci satırdaki sayıyla da birinci işi çarpın ve birbirine eşitleyin.**

Bir örnek vereyim☺
12 işçi günde 8 saat çalışarak 5 günde 320 çift ayakkabı yapıyor.

Buna göre, 18 işçi günde 10 saat çalışarak 3 günde kaç ayakkabı yapar?

12 işçi 8 saat 5 gün 320 çift yaparsa

18 işçi 10 saat 3 gün x çift yapar

Yani, 12.8.5.x = 18.10.3.320 dir. Artık x i bulursunuz

10. **6 işçi günde 4 saat çalışarak 8 günde 100 m^2 duvar ördüğüne göre, 8 işçi günde 6 saat çalışarak kaç günde 200 m^2 duvar örer?**

11. **A işçinin günde 6 saat çalışarak t günde yaptığı bir işi, B işçi günde 8 saat çalışarak 2t günde yaptığına göre, A en az kaçtır?**

ORTALAMALAR

Aritmetik Ortalama

En bilinen ortalama çeşidi budur.
Bir dersin not ortalamasını hesaplarken kullandığınız ortalamadır bu.
Not ortalamasını hesaplayamayan var mı?
Genel olarak

$$\text{Arit. ort.} = \frac{\text{sayıların toplamı}}{\text{sayı adedi}}$$

a ve b nin $\text{Arit.ort.} = \frac{a+b}{2}$

a, b, c nin $\text{Arit.ort} = \frac{a+b+c}{3}$

1. Bir sınıftaki 10 öğrencinin matematik dersinden aldıkları notlar 5, 5, 5, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 1 dir.

Bu 10 öğrencinin not ortalaması kaçtır?

2. $\sqrt{18}$ ve $\sqrt{50}$

sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

3 Bir ailede dede 75, baba 50, anne 48 çocuklarda sırasıyla 20, 10, 7 yaşındadır.

Bu ailenin yaş ortalaması kaçtır?

4. Bir markette pirincin kilogram fiyatı 3 aylık süre içinde birinci ay 3,2 TL, ikinci ay 3 TL, üçüncü ay ise 4 TL olarak belirlenmiştir.

Bu üç aylık sürede pirincin ortalama fiyatı kaç TL olmuştur?

5. Bir işyerinde çalışan 5 kişinin maaşları 750, 850, 950, 1000, 1200 TL dir.

Bu 5 kişinin maaş ortalaması kaç TL dir?

6. **Ali, Mehmet, Faruk, Defne ve Sema'nın boyları sırasıyla 170, 180, 150, 165,150 cm olduğuna göre, bu arkadaşların boy ortalaması kaç cm dir?**

7. $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ ve $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

8. Bir öğrenci üç sınava girmiştir. İlk iki sınavın ortalaması 70 tir.

Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 65 olduğuna göre, bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır?

9. Toplamları 186 olan 18 sayma sayısı vardır. Bunlardan bir kısmının ortalaması 12, ötekilerin ortalaması 9 dur.

Buna göre, ortalaması 12 olan sayılar kaç tanedir?

10. a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 23,
a ile c sayılarının aritmetik ortalaması 25,
b ile c sayılarının aritmetik ortalaması 18

olduğuna göre, a kaçtır?

11.

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci sayısı	4	3	6	3	4

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavında aldığı puanların dağılımını göstermektedir.

Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanlarının ortalaması kaçtır?

12. 12 tane sayının ortalaması 20 dir. Bu sayılara toplamı 200 olan 8 sayı daha ekleniyor.

Buna göre, yeni ortalama kaçtır?

13. 11 sayının aritmetik ortalaması 15 tir. Bunlardan, aritmetik ortalaması 17 olan 5 sayı çıkarılıyor.

Geriye kalan 6 sayının toplamı kaçtır?

14. Bir gruptaki kız sporcuların yaş ortalaması 18, erkek sporcuların yaş ortalaması 24 tür.

Kızların sayısı erkeklerin sayısının 2 katı olduğuna göre, bu grubun yaş ortalaması kaçtır?

15. Birbirinden farklı üç pozitif tamsayının aritmetik ortalaması 27 dir. Bu sayıların en küçüğü, diğer ikisinin ortalamasından 9 eksiktir.

Buna göre, en küçük sayı kaçtır?

1. 10 sayının aritmetik ortalaması 25 olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

2. Bir mağazada televizyon, bulaşık makinesi, çamaşır makinesi, buzdolabı ve fırının ortalama fiyatı 1200 TL dir.

Buna göre, bu ürünlerin toplam fiyatı kaç TL dir?

3. Altı doğal sayının ortalaması 16 dir.

Bu sayılardan hangi sayı çıkarılırsa yeni ortalama 14 olur?

4. Bir gruptaki 8 kişinin yaş ortalaması 16 dır. Bu gruba 1 kişi daha geldiğinde yeni ortalama 24 oluyor.

Buna göre, gruba sonradan gelen kişi kaç yaşındadır?

5. 4 kişinin boy ortalaması 180 cm bu 4 kişiye boy ortalaması 150 cm olan 2 kişi daha gelince grubun boy ortalaması kaç cm olur?

6. Bir sınıftaki 12 kız öğrencinin not ortalaması 62, 14 erkek öğrencinin not ortalaması ise 75 tir.

Buna göre, sınıfın not ortalaması kaçtır?

Geometrik ortalama

Bu da değişik bir ortalama çeşidi işte. Kime lazım olmuşsa zamanında.☺

Örneğin,

a ve b nin geometrik ortalaması G.O = $\sqrt{a.b}$

a, b, c nin geometrik ortalaması G.O = $\sqrt[3]{a.b.c}$

biçiminde hesaplanır.

7. 3 ve 12 sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

8. $2-\sqrt{3}$ ve $2+\sqrt{3}$ **ün geometrik ortası kaçtır?**

9. 2^x ve 2^{x+2} **nin geometrik ortalaması 8 olduğuna göre, x kaçtır?**

10. a ve b sayılarının aritmetik ortalaması 5, geometrik ortalaması 4 olduğuna göre, kareleri toplamı kaçtır?

11. a ve b sayılarının geometrik ortalaması 3, a + 1 ve b + 1 sayılarının geometrik ortalaması 5 tir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

12. 4, 2 ve a sayılarının geometrik ortalaması 1 olduğuna göre, a kaçtır?

13. a ve b sayılarının aritmetik ortalaması 5 tir.

Buna göre, a ile geometrik ortalaması 4 ve b ile geometrik ortalaması 8 olan sayı kaçtır?

İki veya daha fazla sayının aritmetik ortalaması ile geometrik ortalaması eşit ise bu sayılar eşittir.

Örneğin, 5 ile 5 in aritmetik ve geometrik ortalaması 5 tir.

14. x – 3 ve y + 2 sayılarının aritmetik ve geometrik ortalaması eşit olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

15. x + 2, 3x – 6, y + 2x sayılarının aritmetik ve geometrik ortalaması eşit olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

16. x + 1, 2y – 3, 5 nın aritmetik ve geometrik ortası eşittir.

Buna göre, x ve y nin aritmetik ortalaması kaçtır?

DENKLEM ÇÖZME

Konuyu hiç anlatmıycam. Birinci kitapta yeteri kadar anlatmıştım zaten.☺ Eğer probleminiz varsa lütfen birinci kitaptan çalışır mısınız? Lütfen.
Ve hızlı geçecem☹

1. $x + 11 = 7 - x$

olduğuna göre, x kaçtır?

2. $2a + 5 = 15$

olduğuna göre, a kaçtır?

3. $7-(2x-1)=x-4$

olduğuna göre, x kaçtır?

4. $3(2x-1)=4(x+1)+1$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. $5x+[2-(5-7)]x=54$

olduğuna göre, x kaçtır?

6. $x-3(2-x)=5(x-1)-1$

olduğuna göre, x kaçtır?

7. $\left(\frac{2+5.5}{9}\right)(2x-1)=33$

olduğuna göre, x kaçtır?

8. $3(x-1)=2(x+3)-1$

olduğuna göre, x kaçtır?

9. $x + \frac{24}{3} = 4 - x$

olduğuna göre, x kaçtır?

10. $2(2x - 1) - 3(1 - x) = 16$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. $2[m - (2m - 8)] - 1 = 3m$

olduğuna göre, m kaçtır?

12. $15 = 2a - \frac{3a}{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

13. $\sqrt[3]{27}(x-2) = -\sqrt{4}(x-7)$

olduğuna göre, x kaçtır?

Hatırlayın.☺ **Denklemin kökü denklemi sağlayan (doğrulayan) değer idi.**

14. $3(x - 2) + m = x + 7$

denkleminin bir kökü 3 olduğuna göre, m kaçtır?

15. $x - a = 2[3x - (x - 1)]$

denkleminin bir kökü 4 olduğuna göre, a kaçtır?

16. $15 = \frac{24}{8n} - 6n - \frac{39}{13}$

olduğuna göre, n kaçtır?

1. $\frac{3x-2}{2} = 5$

olduğuna göre, x kaçtır?

2. $\frac{3x-1}{4} = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

3. $\frac{1}{x-2} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

4. $\frac{2}{2x-3} = \frac{2}{13}$

olduğuna göre, x kaçtır?

5. $\frac{3x-1}{5} = \frac{x+1}{2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

6. $\frac{x-m}{x+1} = \frac{5}{3}$

denkleminin bir kökü 2 olduğuna göre m kaçtır?

7. $\frac{x+1}{x+3} = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

8. $\frac{2x-3}{x+6} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

9. $\frac{x-1}{2}+\frac{x}{3}=\frac{1}{4}$

olduğuna göre, x kaçtır?

10. $\frac{x+1}{3}+\frac{x}{2}=\frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. $\frac{2x-3}{3}+\frac{x+1}{4}=2$

olduğuna göre, x kaçtır?

12. $\frac{5x+1}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x+1}{4}=10$

olduğuna göre, x kaçtır?

13. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{3}{x+1}+\frac{8}{x}=3$

olduğuna göre, x kaçtır?

14. $\frac{x+1}{x+5}+\frac{x+2}{x}+\frac{4}{x+5}=3$

olduğuna göre, x kaçtır?

15. $\frac{x-8}{x-5}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{3}{x-5}=\frac{1}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

16. $\frac{2x-5}{x+3}+\frac{x-1}{x+1}+\frac{11}{x+3}=\frac{2}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

İki Bilinmeyenli Denklemler

1. $x - y = 4$
$x + y = 8$

olduğuna göre, x kaçtır?

2. $a - 2b = 3$
$a + 3b = 8$

olduğuna göre, b kaçtır?

3. $2x - y = 7$
$x + y = 11$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

4. $x - 2y = 5$
$2x + 2y = 4$

olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

5. $2a - b = 2$
$3a + b = 13$

olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

6. $3x + 4y = 2$
$x - 4y = 14$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

7. $5a - 6b = 44$
$4a + 6b = 37$

olduğuna göre, a kaçtır?

8. $3x + y = 5$
$2x + y = 3$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

9. $3a + 3c = 7$
$a + 3c = 1$
olduğuna göre, a + c toplamı kaçtır?

10. $2x + 3y = 5$
$x - y = 15$
olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

11. $x + 2y = 5$
$2x + y = 13$
olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

12. $x + 2y = -1$
$2x - y = 8$
olduğuna göre, (x, y) nedir?

13. $2x + 3y = 19$
$x - 2y = -1$
olduğuna göre, (x, y) nedir?

14. $3a - 2b = 4$
$2a + 3b = 7$
olduğuna göre, (a, b) nedir?

15. $x + 3y = 6$
$x - 5y = -10$
olduğuna göre, (x, y) nedir?

16. $a - 2b = 6$
$2a + b = 7$
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

1. $\frac{b}{a-4} = 3$
$2a + b = 18$
olduğuna göre, b kaçtır?

2. $(x + 1).(y + 1) = x.y + 7$
$x + 2 = y$
olduğuna göre, x kaçtır?

3. $\frac{x+y}{5} = y$
$\frac{x}{2} + y = 15$
olduğuna göre, y kaçtır?

4. $2x = 3y$
$x + y = 15$
olduğuna göre, x kaçtır?

5. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$
$x - y = 1$
olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

6. $2a + 3b = 19$
$4a - b = 3$
olduğuna göre, b kaçtır?

7. $a + b + c + (d + e) = 13$
$a + b + c - (d + e) = 5$
olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

8. $a + b = 5k + 7$
$a - b = 3 - 5k$
olduğuna göre, a kaçtır?

9. $\frac{a+1}{2} = b - 1$
$\frac{a}{3} + b = 4$
olduğuna göre, a kaçtır?

10. $x(y + 2) - y(x + 1) = 3$
$y(x - 1) - x(y - 5) = 9$
olduğuna göre, x kaçtır?

11. $3x = y - 3$
$2x + y = 18$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

12. $\frac{y}{x} = 7$
$x + y = 16$

olduğuna göre, x – y farkı kaçtır?

13. $a = 3b + 1$
$a = 5(b - 1)$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

14. $x = m + 3$
$y = 3m - 1$
$2x + y = 10$

olduğuna göre, y – x farkı kaçtır?

15. $x = 3a - 2$
$x = a + 2$

olduğuna göre, a.x çarpımı kaçtır?

16. $\frac{3}{2}(x+1) = x + 3$ olmak üzere,

$x + 3y - 18 = 0$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

17. $\frac{a+2b+1}{a-b+3} = 2$

olduğuna göre, a nın b türünden değeri nedir?

18. $\frac{3b-3}{b-2} = a$

olduğuna göre, b nin a türünden değeri nedir?

19. $\frac{y+2}{x-4} = 3$
$x + y = 14$

olduğuna göre, x kaçtır?

20. $(x+1)(y-1) = xy + 1$
$y = 2x + 7$

olduğuna göre, x kaçtır?

Özel Denklemler

Bunların ne özelliği var diyebilirsiniz. Söyleyeyim. Bunların özelliği bilinmeyenlerin çoğu zaman tek tek bulunmasına gerek olmaması ve sonuca denklemin tipine göre özel yollarla gidilmesi.
Verilen denklemlere dikkat edin. Genellikle toplama çıkarmalı denklemler alt alta toplanarak, çarpma bölmeli olanlar da taraf tarafa çarpılarak veya bölünerek çözülür.

1. $5x + 4y = 30$
$2x + 3y = 19$

olduğuna göre, $x + y$ **toplamı kaçtır?**

2. $a + b = 10$
$b + c = 14$
$c + a = 12$

olduğuna göre, $a + b + c$ **toplamı kaçtır?**

3. $a + 2b + 3c = 3$
$3a + 2b + c = 5$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

4. $a + 3b = 11$
$2a + 3c = 13$

olduğuna göre, $a + b + c$ **toplamı kaçtır?**

5. $2a - 3b - c = 11$
$a + 2b + c = 7$

olduğuna göre, 3a – b farkı kaçtır?

6. $4x + 7y = 15$
$x + 4y = 6$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

7. $4a + b - c = 5$
$a - 2b - 4c = -7$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

8. $11x + 22y + 33z = 230$
$33x + 22y + 11z = 210$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

9. $b+c+d=a$

$c+d+a=b$

$d+a+b=c$

olduğuna göre, a + b + c toplamı neye eşittir?

10. $x+y+z=8$

$yx+xz=16$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. $3a-4b+6c=11$

$a-8b+12c=32$

olduğuna göre, a kaçtır?

12. a, b, c pozitif reel sayılar olmak üzere,

ab= 12

bc = 18

ac = 6

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

13. $a^2b=\frac{9}{2}$

$b^2a=6$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

14. $\frac{ab}{c}=2 \quad \frac{ac}{b}=3 \quad \frac{bc}{a}=4$

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

15. $\frac{ab}{c}=2 \quad \frac{ac}{b}=3 \quad \frac{bc}{a}=4$

olduğuna göre, $a^2+b^2+c^2$ toplamı kaçtır?

16. $\frac{ab}{c}=2 \quad \frac{ac}{b}=3$

olduğuna göre, $\frac{b^2}{c^2}$ oranı kaçtır?

Bir mutlak değer ifadenin, bir parantez kare (tam kare) ifadenin ve karekök ifadenin toplamı sıfır ise her birinin sıfıra eşit olduğunu rahatlıkla! söyleyebilirsiniz. Çünkü bu ifadelerin her birinin alabileceği en küçük değer sıfırdır.

1. $|x-5|+|y-2|=0$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

2. $(a+3)^2+(b-6)^2+(c-1)^2=0$

olduğuna göre, a.b.c çarpımı kaçtır?

3. $\sqrt{x+1}+\sqrt{y-4}=0$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

4. $(3x-9)^2+\sqrt{y+1}+|z-5|=0$

olduğuna göre, x.y.z çarpımı kaçtır?

5. $\sqrt{3x+y-11}+(x+3y-5)^2=0$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

6. $\sqrt{xy-2}+|x+y-3|=0$

olduğuna göre, x^2+y^2 toplamı kaçtır?

7. $x^2+3y=5$

$x^3+3xy=-30$

olduğuna göre, x kaçtır?

Şunlar da özel denklem sayılırlar☺

8. a, b reel sayılar olmak üzere,

$ab+4b=18$

$\frac{1}{a+4}+\frac{3}{b}=\frac{17}{6}$

olduğuna göre, 3a + b toplamı kaçtır?

9. $a = \frac{1}{b+2}$

olduğuna göre, $ab + b + 2a - \frac{1}{a} + 5$ ifadesinin değeri kaçtır?

10. $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{8}{5}$

$x^2 - y^2 = 10$

olduğuna göre, x kaçtır?

11. $a \neq b$ olmak üzere,

$3a + \frac{5}{a} = 3b + \frac{5}{b}$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

12. $1 + \frac{10}{4 + \frac{3}{x+1}} = 3$

olduğuna göre, x kaçtır?

13. $\frac{12}{5 - \frac{10}{3 + \frac{4}{x-1}}} = 4$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

14. $3 + \frac{1 - \frac{x}{1 - \frac{x}{3}}}{5 - \frac{2}{7}} = 3$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

15. $4 + \frac{1 - \frac{5}{3 + \frac{x}{2}}}{1 - \frac{5}{3 + \frac{x+1}{3}}} = 5$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

16.

$1 + \frac{\frac{a-3}{a+2} + \frac{2}{a}}{\frac{a-3}{a+2} + \frac{1}{a^2} + 1} = 2$

olduğuna göre, a kaçtır?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

10. Hafta

- Denklem Kurma
- Sayı Problemleri

"Yetenekler ortaktır; herkes onlara sahiptir ama nadir olan yeteneklerimizin bizi götürdüğü yere gitme cesaretidir."

Gerçek başarı başarısızlık korkusunu yenebilmektir."
Sweeney

"Başarı, küçük hataların ve başarısızlıkların biraz ilerisinde duran şeydir."
T. J. Watson

Bazı yenilgilerin nedeni, insanların işi yarıda bıraktıklarında, başarıya ne kadar yakın olduklarını bilememeleridir.
Thomas Edison

SAYI PROBLEMLERİ

Problemlere başlamadan önce genel birkaç şey söyleyeyim.
Her şeyden önce problemler konusunda önyargısız olun."Üfff... Ne sinir konu. Ve Acayip gıcık" diye düşünüyorsanız yanılıyorsunuz.
Göreceksiniz.
Bu konuda facia olsanız bile (ki öyle olmadığınızı da göreceksiniz.☺) olaya önyargısız yaklaşın.
Emin olun ki bu konunun üstesinden de çok rahatlıkla geleceksiniz.

Ama ilk önce söyleyeceklerime kulak verin.
Problemi doğru anlayın. Problemi doğru okuyup anladığınızdan emin olmadan çözüme başlamayın,

Problemde neyin istendiğini net olarak ortaya koyun (ki ne aradığınız belli olsun.☺)

Neyi bulacaksanız o şeyi (bilinmeyeni) bulmak için nasıl bir yol izleyeceğinize (denklem mi kuracağınıza yoksa mantık mı yürüteceğinize) karar verin,

Uygun bir bilinmeyen seçin ve problemi cebirsel ifadeler yardımıyla matematik diline çevirin.

Bu cebirsel ifadeleri kullanarak denklemler oluşturun. Ve bu denklemleri çözerek bilinmeyeni bulun.

Ve bilin ki kurduğunuz denklem büyük bir olasılıkla çok rahat çözebileceğiniz bir denklem olacak.
Bundan emin olabilirsiniz.

Ama bence en önemlisi şu;
Problemleri zinde bir kafayla çözün. Ve tamamen probleme odaklanın.
(Başka şeylere odaklanırsanız zihniniz dağılabilir. Tabii sonra da siz.☺)

Konuya girerken bahsedeceğim ilk şeyler çok basit gelebilir size. Ama siz basit masit diye düşünüp savsaklamayın. Ve ciddiye alın lütfen. Ben de biliyorum bunların çok basit olduğunu.☺

Lütfen sabırlı bir şekilde zaman ayırın bunlara.
Zaten çok da zamanınızı alacağını sanmıyorum.

Yapacağınız işlemlerin sırasına dikkat edin. Yalnız "Bunlar çok basit yaw! Adam bizim gibi üstatları bunlarla meşgul eder mi? "diye de düşünmeyin.
Çünkü ben kendini üstat zanneden ne tipler gördüm. Şimdi bir kısmı apartman, bir kısmı mahalle dedikodu meclislerine üye, bir kısmı da sokak ve Cafe ahalisine dâhil olmuş vaziyette devam ediyorlar hayatlarına.☺
Gerçi sanayide ayak elemanı olmayı becerenler de var. Onun için acele edip de erken ötmeyin bence.
Basamakları atlarsanız ilerde yamulabilirsiniz de.
Onun için diyorum. ☺
Anlaştık mı?

Şimdi alın size kocaman bir **18**.
Evirin çevirin uğraşın bununla.18 den hareketle vereceğim metinleri (yazıyla ifade ettiğim şeyleri☺) matematiksel olarak ifade edin.
Biliyorum ki şimdi vereceğim şeyleri anlamayacak ve sonuçlarını bulamayacak olan çıkmayacak aranızda. Onun için sonuçlarını bulmak için çok da zorlamayın kendinizi☺ Ama ille de bulmak isterseniz, sonucu bulurken PAT! diye de söylemeyin bari. (Ya ne yapın?☺) Matematiksel olarak ifade edin. (Belki sonradan faydasını görürsünüz.☺)

Ha!
Bu arada sizinle dalga geçtiğimi filan da düşünmeyin. Ve yaptığınız her işlemi kafadan yapmadan (Bak! Demek ki siz de kafa var☺) matematiksel olarak ifade edin lütfen.
Yani, 18 in 3 fazlası demişsem hemen 21 demeyin. 18 + 3 = 21 deyin. ☺
(Ne fark ediyorsa diye de düşünmeyin. ☺

Yalnıııızzz ...
Okuduğunuzu doğru anlayamıyorsanız önce TÜRKÇE ANTRENMANLARINA başlayın. ☺
Sonra buyurun bakalım Halil İbrahim sofrasına☺

1. **18 in 3 fazlası**

2. 18 in 4 eksiği

3. 18 in 2 katı

4. 18 in yarısı

5. 18 in 2 katının 3 fazlası

6. 18 in 4 katının 7 eksiği

7. 18 in 3 katının 5 eksiği

8. 18 in 5 katının 36 fazlası

9. 18 in 2 fazlasının 5 katı

10. 18 in 40 fazlasının 3 katı

11. 18 in 6 katının 25 fazlası

12. 18 in 3 eksiğinin 4 katı

13. 18 in 100 eksiğinin 2 katı

14. 18 in yarısının 3 fazlası

15. 18 in 20 fazlasının 5 katının 3 eksiği

16. 18 in 10 eksiğinin 3 katının 5 fazlası

17. 18 in 12 fazlasının 3 katının 2 eksiği

18. 18 in 2 katının 24 eksiğinin 3 katı

19. 18 in 5 eksiğinin 3 katının 5 fazlasının yarısı

20. 18 in 200 fazlasının 3 katının 50 eksiği

21. 18 in 3 katı ile 2 katının toplamı

22. 18 in 10 fazlası ile 4 katının toplamı

23. 18 in yarısı ile üçte birinin toplamı

Şimdi de 18 yerine **bir sayı (x)** diyerek devam edin bakalım.
Vereceğim ifadeleri matematik diline çevirin. Yani cebirsel olarak ifade edin kısacası.

Ama cebirsel ifade olayına girmeden önce sizi anlatan bir x seçin. Yazarken bile keyif alacağınız bir şey olsun hani. Gerçi bütün x ler aynı x tir aslında. Ama... ☺
Neyse...
Değişik birkaç x görmek isterseniz bakın. İstemiyorsanız geçebilirsiniz. Ama merak ettiğinizi de biliyorum. ☺
Buyurun.

"X ,𝒳 , 𝓍 , x, 𝑥, 𝓍, 𝔵, ..."

Artık bundan sonra bilmediğiniz her şeye (Bu şey, bir sayı, bir kızın yaşı, bir erkeğin maaşı, ahırdaki ineklerin sayısı, bir otobüsteki adamların sayısı v.s filan olabilir.) x dersiniz.
Bilseydiniz niye x diyesiniz ki zaten.☺

1. Bir sayının 3 fazlası

2. Bir sayının 4 eksiği

3. Bir sayının 2 katı

4. Bir sayının yarısı

5. Bir sayının 2 katının 3 fazlası

6. Bir sayının 4 katının 7 eksiği

7. Bir sayının 3 katının 5 eksiği

8. Bir sayının 5 katının 36 fazlası

9. Bir sayının 2 fazlasının 5 katı

10. Bir sayının 40 fazlasının 3 katı

11. Bir sayının 6 katının 25 fazlası

12. Bir sayının 3 eksiğinin 4 katı

13. Bir sayının 100 eksiğinin 2 katı

14. Bir sayının yarısının 3 fazlası

15. Bir sayının 20 fazlasının 5 katının 3 eksiği

16. Bir sayının 10 eksiğinin 3 katının 5 fazlası

17. Bir sayının 12 fazlasının 3 katının 2 eksiği

18. Bir sayının 2 katının 24 eksiğinin 3 katı

19. Bir sayının 5 eksiğinin 3 katının 5 fazlasının yarısı

20. Bir sayının 200 fazlasının 3 katının 50 eksiğinin 2 katı

21. Bir sayının 5 katının 4 eksiğinin 2 katının 10 fazlası

22. Bir sayının 3 eksiğinin 4 katının 2 fazlasının yarısının 5 katı

23. Bir sayının 10 fazlasının 2 katının 4 eksiğinin 5 katı

24. (Bir sayı) ile (bu sayının 3 katının) toplamı

25. Bir sayı ile bu sayının 5 fazlasının toplamı

26. Bir sayının 3 katı ile 5 katının toplamı

27. Bir sayı ile bu sayının 2 eksiğinin toplamı

28. Bir sayı ile bu sayının 2 fazlasının çarpımı

29. Bir sayının karesi ile 2 katının toplamı

30. Bir sayının 2 katı ile 3 katının toplamı

31. Bir sayının 5 katı ile aynı sayının 2 eksiğinin toplamı

32. Bir sayının karesi, aynı sayının 6 katı ve 9 un toplamı

33. Bir sayının 3 katının 5 fazlası ile 2 katının 7 eksiğinin toplamı

Cebirsel İfadeleri Denkleme Dönüştürme Ve Minik Problemler...

Bunları kafadan da yapabilirsiniz. Ama bence siz denklem kurarak yapın. Ve beni de dinleyin. Pişman olmazsınız.☺

Burada yazacağınız cebirsel ifadeler arasındaki ilişkiyi ifade edebilmeniz çok önemli.

Denklem kurarken (cebirsel eşitlikleri yazarken) bilinmeyen sayısını mümkün olduğu kadar az seçmekte fayda var. Onun için aynı değişkene(bilinmeyene) bağlı ifade edilebilecek olan ifadeleri aynı bilinmeyen türünden yazmak lâzım.

Örneğin,
İki sayıdan biri diğerinin 3 katına eşit ise
Sayılardan biri x
Diğeri 3x alınabilir.

1. Bir sayının 3 katının 4 eksiği 20 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

2. Hangi sayının 12 fazlası 41 dir?

3. Bir sayının 15 fazlası 61 olduğuna göre bu sayı kaçtır?

4. Hangi sayının 8 eksiği 20 dir?

5. Hangi sayının 15 fazlası 43 ün 4 eksiğine eşittir?

6. Hangi sayının 51 eksiği 23 ün 67 fazlasına eşittir?

7. 23 ün 17 fazlası hangi sayının 4 fazlasına eşittir?

8. 12 fazlasının 2 katı 50 olan sayı kaçtır?

9. 3 eksiğinin 5 katı 65 olan sayının 2 katı kaçtır?

10. Hangi sayının 7 katı 42 nin 3 katına eşittir?

11. Hangi sayının 6 eksiği 32 nin 4 fazlasının yarısına eşittir?

12. Hangi sayının 3 katı ile 4 katının toplamı 140 eder?

13. 23 fazlası 76 dan 12 eksik olan sayı kaçtır?

14. 43 ten kaç çıkarılırsa sonuç 13 ün 4 eksiğine eşit olur?

15. Hangi sayıya 32 eklenirse sonuç 42 nin 8 fazlasına eşit olur?

16. 29 un 7 eksiğinin 13 fazlası hangi sayının 2 eksiğine eşittir?

17. Hangi sayının 5 katının 7 fazlası 77 dir?

18. x in 5 katının 7 fazlası 12 nin 4 katının 1 eksiğine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

19. Bir sayının 5 katının 7 fazlası 27 olduğuna göre bu sayının yarısı kaçtır?

20. m nin 2 katının 5 fazlası ile 3 katının 4 eksiği eşit olduğuna göre, m kaçtır?

21. x in 3 eksiğinin 4 katı ile 3 katının 5 fazlası eşit olduğuna göre, x kaçtır?

22. A sayısı hem x in 2 eksiğinin 3 katının 1 fazlasına hem de x in 2 katının 6 fazlasına eşit olduğuna göre, A kaçtır?

23. Bir sayının 20 fazlası, aynı sayının 2 katından 18 eksik olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

24. Bir sayının 2 katının 6 fazlası, aynı sayının 3 eksiğinin 3 katına eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

25. Bir doğal sayının karesinin 2 fazlası 102 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

1. Ahmet'in parası Burcu'nun parasının 2 katıdır.

Ahmet parasının 50 TL sini harcadığında ikisinin paraları eşit olduğuna göre, ilk durumda Ahmet'in kaç TL si vardır?

2. Bir okulun A sınıfındaki kız öğrenci sayısı B sınıfındaki kız öğrenci sayısının 2 katından 11 eksiktir. A sınıfından 2 kız öğrenci ayrılır, B sınıfına 3 kız öğrenci gelirse iki sınıftaki kız öğrenci sayıları eşit oluyor.

Buna göre, son durumda A sınıfında kaç kız öğrenci vardır?

3. Bir sınıfa 9 öğrenci daha geldiğinde sınıftaki öğrenci sayısı ilk durumun 2 katından 7 eksik oluyor.

Buna göre, ilk durumda sınıftaki öğrenci sayısı kaçtır?

4. **Bir otobüsteki erkek yolcu sayısının 5 fazlasının 3 katı 48 olduğuna göre, otobüsteki erkek yolcu sayısı kaçtır?**

5. Bir salondaki erkeklerin sayısı bayanların sayısının 3 katıdır. Salona 15 bayan gelir, 21 erkek ayrılırsa erkek ve bayan sayısı eşit oluyor.

Buna göre, ilk durumda salondaki bayan sayısı kaçtır?

6. Bir öğrenci bir kitaptaki 600 soruyu ikinci gün ilk günden 40 fazla, üçüncü gün ise ilk günün 2 katı soru çözerek 3 günde bitirmiştir.

Buna göre, ilk gün kaç soru çözmüştür?

7. **Bir lokantadaki masa sayısının 4 fazlasının 2 katı 22 olduğuna göre, lokantaya 2 masa daha gelirse toplam masa sayısı kaç olur?**

8. **Neşe'nin parasının 2 katının 20 TL fazlası 140 TL olduğuna göre, Neşe'nin parası kaç TL dir?**

9. Eylem'in 10 yıl sonraki yaşı bugünkü yaşının 2 katından 4 eksik olacağına göre, bugünkü yaşı kaçtır?

10. Bir kasaya 15 tane daha limon konulduğunda kasada ilk durumdaki limon sayısının 2 katından 1 eksik limon oluyor.

İlk durumda kasadaki limon sayısı kaçtır?

11. Bir gruba 40 kişi daha katıldığında gruptaki kişi sayısı ilk durumdakinin 3 katından 12 fazla oluyor.

Buna göre, ilk durumda grupta kaç kişi vardır?

12. Bir kitabın fiyatı bir defterin fiyatından 3 TL daha fazladır.

2 kitap ile 1 defter alan öğrenci 30 TL ödeme yaptığına göre, 1 kitabın fiyatı kaç TL dir?

13. Bir okulun A sınıfındaki öğrenci sayısı B sınıfındaki öğrenci sayısının 2 katından 13 eksiktir.

A ve B sınıflarında toplam 32 öğrenci olduğuna göre, A sınıfındaki öğrenci sayısı kaçtır?

14. 600 litrelik bir depoda bir miktar su vardır. Depoya içindeki suyun iki katı kadar daha su ilave edilirse dolu kısmın hacmi boş kısmın hacminden 60 litre eksik oluyor.

Buna göre depoda başlangıçta kaç litre su vardır?

15. Bir araç bir yolun x km sini gittiğinde geriye 2x – 20 km daha yolu kalıyor.

Kalan yol gittiği yoldan 60 km daha fazla olduğuna göre, yolun tamamı kaç km dir?

16. Nurcan 65 TL sini şu şekilde harcıyor. İkinci gün ilk günden 5 TL fazla, üçüncü gün ilk günün 2 katı harcıyor.

Buna göre, ilk gün kaç TL harcamıştır?

İki şeyin toplamı biliniyorsa...

İki şeyin (iki kişinin yaşları toplamı, paraları toplamı veya iki farklı nesnenin sayılarının toplamı, bir çiftlikteki inek ve koyunların sayısı, bir parktaki 2 ve 3 kişilik bankların sayısı, bir kumbaradaki 50 ve 25 kuruşlukların sayısı... Her neyse işte.☺) toplamı verilmişse bunları aynı bilinmeyene (yani, x e) bağlı yazabilirsiniz.

Örneğin,
Toplamları 20 olan iki sayı olsun diyelim. Eğer bu sayılardan
Biri 5 ise diğeri 20 – 5 tir.
Biri 7 ise diğeri 20 – 7 dir.
Biri 8 ise diğeri 20 – 8 dir.
Devam edin bakalım.
Biri 11 ise diğeri ...... dur.
Biri 6 ise diğeri 20 – 6 dır.
Biri 2 ise diğeri ....
Biri 2x ise diğeri ....
Biri x ise diğeri ......
Biri a ise diğeri ....
Biri m ise diğeri ....

Örneğin,
Diyelim ki iki kardeşin paralarının toplamı 40 TL.
Bu durumda birinin parasına x derseniz diğerinin ki 40 – x olur.
Veya
28 kişilik bir sınıftaki kız öğrenci sayısı x derseniz erkek öğrenci sayısı 28 – x olur.
Yine aynı mantıkla,
25 ve 50 kuruşlardan oluşan 32 madeni paradan 25 kuruşlukların sayısı x derseniz 50 kuruşlukların sayısı 32 – x olur.

Usta ve çıraklardan oluşan 23 kişilik bir topluluktaki usta sayısına x derseniz çırak sayısı 23 – x olur.

Fiyatları 25 bin, 30 bin ve 40 bin TL olan otomobillerden 12 tane alan bir galerici 25 bin ve 30 bin TL olanlardan eşit sayıda almış olsun.

Bu durum da
25 bin TL olanların sayısı x olursa
30 bin TL olanların sayısı da x olur.
Ve 40 bin TL olanların sayısı 12 – (x + x) olur.
Anlaşıldı mı burası?
Anlayıp anlamadığınızı birazdan antrenmanlarda görecez.

Onun için kafayı sallamanıza gerek yok.☺

Yine aynı şekilde eğer iki sayının farkı verilirse yine tek bilinmeyenle bu işi halledebilirsiniz.
Bunu da görün bakalım.

Farkı 4 olan iki sayıdan küçük olanına x derseniz büyüğü x + 4 olur. (Ya da büyüğüne x derseniz küçüğü x – 4 olur.)

Yaşları farkı 5 olan iki arkadaştan küçüğünün yaşına x derseniz büyüğünün ki x + 5 olur.

Boyları farkı 20 cm olan iki bitkiden uzun olanın boyuna x derseniz kısa olanın boyu x – 20 olur.

Hızları farkı 10 km/saat olan iki otomobilden hızı fazla olanın hızına v derseniz, diğerinin hızı v – 10 olur.
Ağırlıkları farkı 8 kg olan iki çocuktan ağırlığı fazla olanınkine x derseniz diğerinin ki x – 8 olur.
Çok basit. Öyle değil mi?
Denklem kurma ve çözme olayında problemi çözmek için kuracağınız denklemler çok zor olmayacak genellikle. Buradaki en önemli mesele problemde anlatılan şeyleri doğru anlamak. Zaten yanlış anlayarak doğru çözmeniz zor.☺
Eğer adamlar soruda güzel bir Türkçe kullanmışlarsa problem yaşayacağınızı sanmıyorum.
Bir şey daha var tabii ki. Problemleri zinde bir kafayla çözün. Maç izlerken veya pembe dizi seyrederken problem çözülmez.☺ Ama fazla zeki olanlara bi şey diyemem.☺
Neyse...
Gelin bakalım. Şimdi antrenman vakti☺

1. **Toplamı 23 olan iki sayıdan birinin 2 katı ile diğerinin 16 fazlası eşit olduğuna göre büyük sayı kaçtır?**

2. **32 öğrencinin bulunduğu bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katından 4 eksik olduğuna göre, erkek öğrenci sayısı kaçtır?**

İşte ÖSYM deki amcaların sorusu☺

3. Toplamları 77 olan iki sayıdan birinin 3 katı, diğerinin 4 katına eşittir.

Bu sayılardan küçük olanı kaçtır?

A) 33 B) 30 C) 27 D) 24 E) 22

4. İki kardeş 45 TL yi paylaşıyor.
Büyük kardeş küçüğünün 2 katından 6 TL daha az aldığına göre, küçük kardeş kaç TL almıştır?

5. **5 ve 10 kuruşlardan oluşan 24 madeni paranın tutarı 175 kuruş olduğuna göre, kaçı 5 kuruştur?**

6. Bir işletmede usta ve kalfalardan oluşan 45 kişi çalışmaktadır.

Bu işletmedeki usta sayısı kalfa sayısının yarısından 3 eksik olduğuna göre, usta sayısı kaçtır?

7. Bir anne ile kızının yaşları toplamı 43 tür.
Annenin yaşı kızının yaşının 4 katından 3 fazla olduğuna göre, annenin yaşı kaçtır?

8. **Yaşları farkı 3 olan iki kardeşin yaşları toplamı 27 olduğuna göre, küçük kardeşin yaşı kaçtır?**

1. İki sayının farkı 12 dir.
Bu sayılardan büyüğünün 3 katı ile küçüğünün 2 katının toplamı 76 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

2. **Farkları 1 olan iki sayıdan büyüğünün 4 katı ile küçüğünün toplamı 44 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?**

3. **Ardışık iki tam sayıdan küçüğünün 3 katı ile büyüğünün 2 katının toplamı 52 olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?**

4. **Farkı 2 olan iki sayıdan küçüğünün 3 katı ile büyüğünün 2 katının toplamı 64 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?**

Ardışık sayıları hatırlıyor musunuz?

5. **Ardışık iki çift sayının toplamı 82 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?**

6. **Ardışık üç tek sayının toplamı 105 olduğuna göre, bu sayılardan en küçüğü kaçtır?**

7. **Ardışık dört çift sayıdan en büyüğü diğer üçünün toplamın yarısına eşit olduğuna göre, en küçük sayı kaçtır?**

8. 51 yaşındaki bir babanın yaşı aralarında 3 yaş fark bulunan üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir.

Buna göre, en küçük çocuğun yaşı kaçtır?

9. Boyları farkı 42 cm olan iki bitkinin boyları toplamı 178 cm olduğuna göre, kısa olanın boyu kaç cm dir?

10. Pozitif bir tam sayının 4 katı ile 5 katının toplamı kendisinden 160 fazladır.

Bu sayı kaçtır?

11. Ardışık iki tam sayıdan küçüğünün 2 katı ile büyüğünün 5 katının toplamı 75 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

12. Ardışık iki pozitif çift sayının kareleri farkı 36 olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

13. Bir doğal sayının karesi ile 2 katının toplamı 48 olduğuna göre, bu doğal sayı kaçtır?

Bu da ÖSYM deki amcaların sorusu☺

14. Ardışık iki pozitif tamsayıdan küçük olanın 3 katı ile büyük olanın 2 katının toplamı 107 dir.

Buna göre, küçük sayı kaçtır?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

15. Çarpımları 12 olan iki sayıdan her biri 1 artırılırsa elde edilen sayıların çarpımı 20 oluyor.

Bu sayıların toplamı kaçtır?

16. Bir doğal sayının karesi, aynı sayının 6 katı ve 9 sayısı toplandığında sonuç 121 olmaktadır.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

1. Hangi sayının 3 katının 12 fazlası ile 5 fazlasının 2 katı birbirine eşittir?

2. Bir sayının 7 eksiğinin 2 katı ile 13 fazlası eşittir.

Buna göre, bu sayı kaçtrır?

3. Bir sayı ile bu sayının 3 katının 13 fazlasının yarısı toplandığında sonuç 29 oluyor.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

4. Bir sayının 3 katı ile aynı sayının 8 eksiğinin toplamının yarısı 24 olan sayı kaçtır?

5. Bir sayının 10 eksiğinin yarısı ile 10 fazlasının üçte biri eşit olduğuna göre bu sayı kaçtır?

6. Bir sayının 2 katı ile 4 katının toplamına aynı sayı eklendiğinde sonuç 70 oluyor.

Bu sayı kaçtır?

7. Toplamları 25 olan iki sayıdan büyük olanın 2 katı küçük olanın 3 katına eşit olduğuna göre, küçük sayı kaçtır?

8. Toplamları 120 olan iki sayıdan büyüğünün yarısı ile küçüğünün 5 fazlasının iki katı eşit olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?

9. **Toplamları 40 olan iki doğal sayıdan biri 10 artırılır, diğeri 8 azaltılırsa elde edilen yeni sayıların toplamı kaç olur?**

10. Toplamları 40 olan iki sayıdan büyüğü 8 azaltılırsa sayılar eşit oluyor.

Buna göre, büyük sayı kaçtır?

11. **Farkları 5 olan iki sayıdan büyüğünün 3 katı ile küçüğünün 4 katı eşit olduğuna göre, büyük sayı kaçtır?**

12. Deniz kumbarasına her gün bir önceki gün attığı paranın iki katı para atarak 3 günde 70 TL atıyor.

İlk gün kaç TL atmıştır?

13. Bir depo her saat bir önceki saat akan su miktarının 2 katı su akıtılarak 5 saatte dolduruluyor.

Depo 620 litre su aldığına göre, ikinci saatte kaç litre su akmıştır?

14. Ahmet'in 13 yıl sonraki yaşı bugünkü yaşının 2 katının 1 fazlası olacaktır.

Ahmet'in bugünkü yaşı kaçtır?

15. Ali ile Metin'in paraları toplamı 40 TL dir. Ali Metin'e 8 TL verirse paraları eşit oluyor.

Ali'nin başlangıçta kaç TL si vardır?

16. Bir sınıftaki kız ve erkek öğrenci sayılarının toplamı 32 dir.

Sınıftaki kız öğrenci sayısı erkek öğrenci sayısından 4 fazla olduğuna göre erkek öğrenci sayısı kaçtır?

İki bilinmeyenden biri diğerinin ... katı

Bu tür ifadelere rastladığınız da da tek değişken seçin ve bilinmeyenleri bunun türünden yazın.

Örneğin,
İki arkadaştan birinin parası diğerinin parasının 3 katı diyorsa birinin parasına x diğerininkine 3x deyin.

Bir okuldaki erkeklerin sayısı kızların sayısının 2 katından 40 eksik diyorsa buradan erkeklerin sayısının kızların sayısına bağlı olduğunu görün ve kızların sayısına **x**, erkeklerinkine de 2x – 40 deyin. Gerisi zaten zaten acayip kolay. Göreceksiniz.☺

İki kalemin fiyatı ile 3 silginin fiyatı eşit diyorsa burada bir silginin fiyatına x değil de 2**x** demenin daha şık olduğunu görün. Ve silginin fiyatına 2x, kaleminkine de 3x deyin ve öyle devam edin.

Uzatabilirim bunları. Ama bi zahmet biraz kafayı yorun bakalım sizde☹

1. Bir sınıftaki öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 3 katıdır.

Sınıftaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının kaç katıdır?

2. Özlem in parası Hakan ın parasının 4 katına eşittir.

İkisinin paraları toplamı 120 TL ise Hakan ın parası kaç TL dir?

3. Ali'nin parası, Deniz'in parasının iki katına eşittir.

İkisinin paraları toplamı 120 TL olduğuna göre, Deniz'in parası kaç TL dir?

4. Su dolu bir şişenin ağırlığı 1200 gramdır.

Şişedeki suyun ağırlığı boş şişenin ağırlığının 5 katı olduğuna göre, boş şişenin ağırlığı kaç gramdır?

5. 2 kalemin fiyatı 3 silginin fiyatına eşittir.

1 kalem, 2 silgi alan bir öğrenci bunlara 14 TL ödediğine göre, 1 kalem kaç TL dir?

6. Bir gömleğin fiyatı bir kravatın fiyatının 3 katıdır.

2 gömlek, 3 kravat alan bir kişi 135 TL ödediğine göre, bir gömleğin fiyatı kaç TL dir?

7. 2 kalemin fiyatı 3 silginin fiyatına, 2 silginin fiyatıysa 1 defterin fiyatına eşittir.

1 kalem, 1 defter ve 1 silginin toplam fiyatı 9 TL olduğuna göre, bir kalemin fiyatı kaç TL dir?

8. Fatih'in bilyelerinin sayısı Cem'in bilyelerinin sayısının 3 katından 5 eksiktir.

İkisinin bilyelerinin toplamı 115 olduğuna göre, Cem'in bilyelerinin sayısı kaçtır?

9. Bir deponun yarısı su ile doludur. Depodan 4 ton su boşaltıldıktan sonra boş kısmı saatte 6 ton su akıtan bir musluk ile 10 saatte dolduruluyor.

Buna göre, deponun tamamı kaç ton su alır?

10. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katından 3 eksiktir.

Sınıf mevcudu 27 olduğuna göre, erkek öğrenci sayısı kaçtır?

11. Bir galerideki iki otomobilden birinin fiyatı diğerinin 2 katından 21 000 TL fazladır.

Ucuz olan otomobillerden 5 tane alınabilen bir parayla pahalı olanlardan 2 tane alınabildiğine göre, pahalı otomobilin fiyatı kaç TL dir?

12. Bir kutudaki mavi kalemlerin sayısı kırmızı kalemlerin sayısının 3 katından 15 eksiktir.

Kutudaki kalem sayısı 65 olduğuna göre, kırmızı kalem sayısı kaçtır?

13. Tamamı suyla dolu olan iki kaptan birinin hacmi diğerinin hacminin 3 katıdır. Büyük olan kaptaki suyun 20 litresi küçük kaba boşaltıldığında iki kaptaki su miktarı eşit oluyor.

Buna göre, küçük kapta kaç litre su vardır?

14. Bir bilet kuyruğunda Seda'nın önündeki kişi sayısı arkasındaki kişi sayısının 2 katından 19 eksiktir.

Seda kuyruğun tam ortasında olduğuna göre, baştan kaçıncı sıradadır?

1. Bir bahçeye boyları 40 cm ve 20 cm olan iki ağaç fidesi dikilmiştir. Bu fidelerden boyu 40 cm olan ayda 3 cm, diğeri de ayda 5 cm uzamaktadır.

Buna göre, 1 yılın sonunda fidelerin boyları arasındaki fark kaç cm olur?

2. A kasabasının nüfusu 360, B kasabasının nüfusu 450 dir.

Her yıl A kasabasının nüfusu 15 artarken B nin ki 9 azaldığına göre, 5 yıl sonra iki kasabanın nüfus farkı kaç olur?

3. Bir otoparka, 8 kamyon ile 12 otomobil ya da sadece 28 otomobil park edebiliyor.

Buna göre, bu otoparka 3 kamyon park ettikten sonra en çok kaç otomobil park edebilir?

4. **2 kg elma ile 3 kg portakalın fiyatı 11 TL, 3 kg elma ile 2 kg portakalın fiyatı ise 9 TL olduğuna göre, 1 kg elma ile 1 kg portakalın toplam fiyatı kaç TL dir?**

5. 3 gömlek ile 1 kravat 140 TL ye satılmaktadır. Bir kravat 10 TL pahalıya, bir gömlek 10 TL ucuza satılsaydı gömlek ile kravatın fiyatları eşit olacaktı.

Buna göre, bir kravatın fiyatı kaç TL dir?

6. Bir torbada mavi, beyaz ve kırmızı toplar vardır. Bu torbadaki mavi topların sayısı kırmızıların sayısının 2 katı, kırmızı topların sayısı da beyaz topların sayısının 3 katıdır.

Mavi topların sayısı beyaz topların sayısından 25 fazla olduğuna göre, kırmızı topların sayısı kaçtır?

7. Zeynep in bilyelerinin sayısı Zelâl'in bilyelerinin sayısının 2 katından 5 fazladır. Zeynep Zelâl'e 11 bilye verirse bilye sayıları eşit oluyor.

Buna göre, başlangıçta Zeynep'in kaç bilyesi vardır?

8. İki arkadaşın paralarının toplamı 50 TL dir. Her biri 5 er TL harcadığında birinin parası diğerinin parasının 3 katı oluyor.

Parası fazla olanın başlangıçta kaç TL si vardır?

9. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısının 2 katıdır. Sınıfa 4 kız öğrenci gelir, 3 erkek öğrenci ayrılırsa kız ve erkek öğrenci sayıları eşit oluyor.

İlk durumda sınıftaki kız öğrenci sayısı kaçtır?

10. Bir otobüsteki bayan yolcu sayısı erkek yolcu sayından 8 fazladır. Otobüse 5 bayan yolcu binip ve 2 erkek yolcu indiğinde, otobüsteki bayan yolcu sayısı erkek yolcu sayısının 2 katı oluyor.

İlk durumdaki erkek yolcu sayısı kaçtır?

11. Öğrenci sayısı 160 olan bir kursun öğrenci sayısı her yıl 4 azalırken, öğrenci sayısı 120 başka bir kursun öğrenci sayısı her yıl 6 artıyor.

Kaç yıl sonra iki kurstaki öğrenci sayıları eşit olur?

12. 34 yolcusu bulunan bir otobüse 4 erkek, 2 bayan yolcu bindiğinde, otobüsteki erkeklerin sayısı bayanların sayısının $\frac{3}{2}$ katı oluyor.

Buna göre, ilk durumda otobüste kaç erkek yolcu vardır?

13. Bir dolaptaki tabak ve bardakların toplamı 30 dur. Bardakların 2 tanesi, tabakların 4 tanesi kırıldığında kalan bardakların sayısı tabakların sayısının iki katı oluyor.

Buna göre, başlangıçta bardakların sayısının tabakların sayısına oranı kaçtır?

14. Zeynep kumbarasına beş gün boyunca her gün bir önceki gün attığı paranın 2 katı para atıyor.

Beşinci gün 48 TL attığına göre, ikinci gün kaç TL atmıştır?

Paylaşma muhabbeti ☺

Yine bir değişken seçin ve bilinmeyenleri buna bağlı olarak yazın. Bu olayı kaptığınızda bu kısmı %80 halletmişsiniz demektir.
Hep aynı şeyi tavsiye ediyorum farkındaysanız.
Mümkünse (ki çoğu zaman mümkündür) tek değişken seçin☺

Örneğin,
Üç arkadaş bir miktar parayı paylaşırken birincisi ikincinin 2 katından 5 TL fazla, ikincisi de üçüncüden 2 TL eksik almış olsun diyelim.
Burada birincinin parası ikincininkine, ikincinin ki de üçüncününkine bağlı.
Onun için üçüncünün aldığına x diyerek başlayın.
Üçüncünün aldığı para x TL ise.
İkincinin aldığı para (x – 2) TL
Birincinin aldığı para ise 2(x – 2) + 5 TL olur.

Paylaştırma sorularındaki temel mantık bu işte.
Yani, bilinmeyenlerin hepsini aynı türden ifade etmek

1. İki kardeş 43 TL yi paylaşıyorlar. Bu paylaşımda büyüğü küçüğünün 2 katından 2 TL daha az alıyor.

Buna göre, küçük kardeş kaç TL almıştır?

2. Bir lokanta da yemek yiyen üç arkadaş 65 TL olan yemek parasının şu şekilde paylaşıyorlar. Birincisi ikinciden 5 TL daha fazla, ikincisi de üçüncünün 2 katı para ödüyor.

Buna göre, en az ödeyen kaç TL ödemiştir?

3. Üç arkadaş 74 tane cevizi şu şekilde paylaşıyor. Birincisi ikinciden 5 fazla, üçüncüsü ikincinin 2 katından 3 eksik ceviz alıyor.

Buna göre, en az ceviz alan kaç ceviz almıştır?

4. Dört kardeş 69 TL yi paylaşıyorlar. Bu paylaşmada birinci kardeş ikinciden 2 TL fazla, ikinci üçüncüden 7 TL az, dördüncü ikincinin 2 katı para alıyor.

Buna göre, üçüncü kardeş kaç TL almıştır?

İşte ÖSYM nin 2007 deki paylaştırma sorusu. O zamanlar paralar TL değil YTL idi.☺

5. Dört kardeş 114 YTL yi paylaşıyorlar. Bu paylaşmada birinci kardeş ikinciden 1 YTL, ikinci üçüncüden 2 YTL, üçüncü dördüncüden 3 YTL fazla alıyor.

Buna göre, en fazla para alan kaç YTL almıştır?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 31 E) 38

Bir kısmı 2 kişilik bir kısmı da 3 kişilik olan x tane banka oturanların sorusu☺

Ben bank muhabbeti diyorum. Ama bu muhabbet bazen bir lokantadaki 3 ve 4 ayaklı masalarda, bazen bir oteldeki 2 ve 3 yataklı odalarda, bazen bir kumbaradaki 25 ve 50 kuruşlukların arasında v.s olabilir.☺

Göreceksiniz ki hep aynı mantıkla ve de acayip kolay bir şekilde halledilebiliyor. Ama ezberlemeye de çalışmayın.

Örneğin,
Bir kumbaraya 10 ve 25 kuruşluk madeni paralardan 30 tane atılmış olsun. Ve kumbarada toplam 600 kuruş (6 TL) olsun diyelim.
Şimdi desem ki size kumbarada kaç tane 10 kuruşluk var? Ne yaparsınız böyle bir soruda?

Şöyle düşünün;
Neyi sordum size?
10 kuruşlukların sayısını. Öyle değil mi?
O zaman 10 kuruşlukların sayısına x deyin, geri kalanlar (30 – x) i de 25 kuruşluk olacak doğal olarak.

Peki, paraların toplamı ne kadarmış?
(x tane 10 kuruş = x.10 yani, 10x kuruş ve
(30 – x) tane 25 kuruş = 25(30-x) kuruş)
İşte bunların toplamı 600 kuruşmuş.
Bunu denklem olarak ifade edin bakalım.
İkisinin ayrı ayrı toplamları paranın tamamı kadar olduğuna göre,

$10x + 25(30 - x) = 600$
Anladınız mı şimdi?
Neyse...

Canlar! Problemlerde hikâyeler değişebilir. Ama çoğu zaman soruların mantıkları müthiş benzerlikler gösterir. Yeter ki problemi mantığınızı devre dışı bırakarak çözmeye çalışmayın. Ve o müthiş benzerliği görmeye çalışın.☺

Birinci kitap da ne demiştim. Hatırlatayım yine. " **Ortalama zekâya sahip herkes matematiği yapabilir. Ama yeter ki sabırlı ve kararlı olsun.**"

6. Bir otelde bir kısmı 4 kişilik, bir kısmı 3 kişilik toplam 25 oda vardır.

Odaların toplam yatak kapasitesi 85 olduğuna göre, 4 kişilik oda sayısı kaçtır?

7. Bir salonda bir kısmı 3 bir kısmı 4 kişilik olan toplam 40 masa vardır.

Salon 135 kişilik olduğuna göre, masalardan kaçı 4 kişiliktir?

8. 50 şeker 15 çocuğa dağıtılıyor.

Çocukların bir kısmına 3 bir kısmına 4 şeker verildiğine göre, 3 şeker verilen çocuk sayısı kaçtır?

1. Bir kısmı 10 litrelik, bir kısmı 15 litrelik olan 22 su bidonunda toplam 270 litre su vardır.

Buna göre, 10 litrelik bidonlardan kaç tane vardır?

2. Hacmi 400 litre olan bir depo, 10 ve 15 litrelik bidonlarla doldurulacaktır.

Toplam 28 bidon su taşınarak depo doldurulduğuna göre, 10 litrelik kaç bidon su taşınmıştır?

Şu da ÖSYM deki amcaların sulu sorusu.☺

3. Hacmi 2560 litre olan bir depo, 20 ve 17 litrelik iki bidonla su taşınarak doldurulmuştur.

Toplam 140 bidon su taşınınca depo tam dolduğuna göre, 17 litrelik bidon ile kaç bidon su taşınmıştır?

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

ÖSYM deki amcaların banklara oturtma sorusu.☺

4. Bir parkta, bir kısmı 3 kişilik, diğerleri 5 kişilik olan toplam 16 bank vardır.

Banklardaki oturma yerlerinin tamamı 62 kişilik olduğuna göre, 5 kişilik bank sayısı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. 18 kişilik bir sınıfta düzenlenen yardım kampanyasına öğrencilerin bir kısmı 10 TL, ötekiler de 5 TL ile katılmıştır.

Toplanan para 140 TL olduğuna göre, kaç öğrenci 10 TL vermiştir?

6. 15 ve 16 yaşındaki öğrencilerin bulunduğu 20 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin yaşlarının toplamı 306 dır.

Bu sınıfta 15 yaşında olan kaç öğrenci vardır?

ÖSYM deki amcaların para sorusu.☺

7. 100 ve 500 liralıklardan oluşan 30 tane madeni paranın tutarı 12.200 liradır.

Bu paralardan 500 liralıkların sayısı kaçtır?

A) 25 B) 24 C) 23 D) 21 E) 18

Bu soruda 15 TL nin kaç kuruş olduğunu bilmek lâzım.☺

8. 25 kuruş ve 50 kuruşlardan oluşan 42 tane madeni paranın tutarı 15 TL dir.

Buna göre, 50 kuruşların sayısı kaçtır?

Şu soruda da tavukların ve tavşanların kaç ayağı olduğunu bilmek lâzım.☺
Walla. Hiç gülmeyin İstanbul'da tavşanı iki ayaklı zanneden bir sürü öğrenci gördüm. Hatta biri beni sinir etmiş, ben de pet shop a götürüp beyaz bi tavşan göstermiştim.☺
Ama o inat edip ön ayaklarına "Bunlar tavşanın elleri ki☺" demişti. ☺

9. Tavuk ve tavşanların bulunduğu bir çiftlikte 125 hayvan vardır.

Bu çiftlikteki hayvanların ayak sayısı 308 olduğuna göre, tavşan sayısı kaçtır?

10. Toplam 20 usta ve çırağın çalıştığı bir ayakkabı atölyesindeki ustalar günde 4 çift, çıraklar ise günde 1 çift ayakkabı yapıyor.

Bu atölyede 2 günde 112 ayakkabı yapıldığına göre, usta sayısı kaçtır?

11. Bir litre benzinle şehir içinde 10 km, şehir dışında 13 km gidebilen bir araç 30 litre benzinle bir kısmı şehir içinde bir kısmı da şehir dışında olmak üzere toplam 345 km yol gitmiştir.

Buna göre,

a) Araç şehir içinde kaç litre benzin harcamıştır?

b) Şehir dışında kaç km yol gitmiştir?

12. Taşımacılık yapan bir firma 430 000 TL ödeyerek fiyatları 25 000 TL, 30 000 TL ve 40 000 TL olan araçlardan toplam 13 tane alıyor.

Fiyatı 30 000 TL olan araçların sayısı 25 000 TL olan araçların sayısının 3 katı olduğuna göre, 40 000 TL olan araçlardan kaç tane alınmıştır?

Büyük bir şeyi küçük eş parçalara bölme olayı.

(Ya da eş parçalarla oluşturulan şeylerin soruları ☺)
Canlar, şimdi size anlatacağım sorunun mantığını iyi anlamaya çalışın. Daha doğrusu vereceğim örneğin. Kesinlikle çok önemli bir soru türü bu.
Ona göre.

Dinleyin bakalım.
Diyelim ki bir grupta 4 çocuk var ve 60 tane şekeri bu çocuklara dağıtacaksınız. Bu durumda her çocuğa kaç şeker düşer?
Bunu bulamayan olmaz herhalde?
15 şeker değil mi? (60 ı 4 e böldük.☺)
Peki, şekerleri 4 değil de 6 çocuğa dağıtsaydık. Her birine kaç şeker düşerdi?
10 tane. Öyle değil mi?

Bunları anladıysanız şimdi de şunu görün.
Dağıtılan şeker sayısı = 4.15 = 6.10 = 60 tır.
Yani,
Bu şu demek; **her iki durumda da dağıtılan şeker sayısı aynı olduğuna göre, çocuk sayısı ile her bir çocuğun aldığı şeker sayısının çarpımı eşit ve 60 tır.**
Aslında klasik bir ters orantı sorusu☺

Şimdi bu soruyu problem haline getirip de sorayım mı size?
Hı hı...

Şöyle olabilir meselâ:
Bir miktar şeker 4 çocuğa **eşit olarak (x er tane)** paylaştırılıyor. **Eğer 2 çocuk daha gelirse** (4+2 = 6 çocuk oluyor) kişi başına düşen şeker sayısı 5 azalıyor.
Dağıtılan şeker sayısı kaçtır?
Şeker sayısı = 4.x = 6(x – 5)
Herhalde bulursunuz.☺

Veya şöyle de sorulabilir.
Bir grup öğrenci 60 tane şekeri eşit olarak paylaşıyorlar. 2 öğrenci daha gelirse kişi başına düşen şeker sayısı 5 azaldığına göre, ilk durumda grupta kaç öğrenci vardır?

1. Bir miktar kumaştan **eş boyda** 15 parça perde çıkmaktadır. Boyu bunlardan 60 cm daha kısa olan perdelerden ise 18 tane çıkmaktadır.

Buna göre, kumaşın tamamı kaç m dir?

2. 10 arkadaş **eşit miktarda** para vererek bir hediye almak istiyorlar. Fakat ikisinin parası olmadığı için diğerleri 1 TL daha fazla ödeyerek hediyeyi satın alıyorlar.

Buna göre, hediyenin fiyatı kaç TL dir?

3. Mehmet bir kitaptaki soruları her gün **eşit sayıda** soru çözerek 20 günde bitiriyor. Eğer her gün çözdüğü soru sayısını 10 artırırsa soruların tamamını 18 günde bitiriyor.

Buna göre, kitaptaki soru sayısı kaçtır?

4. Homojen bir çubuk 10 **eşit parçaya** bölünüyor. Parçalardan her biri 6 cm daha kısa olursa 12 eşit parçaya bölünebiliyor.

Buna göre, çubuğun boyu kaç cm dir?

5. Bir ilköğretim okulunda yeni kayıt olan öğrenciler her sınıfta **eşit sayıda** öğrenci olmak koşuluyla 10 sınıfa ayrılıyor. Bu öğrenciler 7 sınıfa ayrılsaydı her sınıfta 12 öğrenci daha fazla olacaktı.

Okula yeni kayıt olan öğrenci sayısı kaçtır?

6. Bir miktar fındığın yarısı 3 çocuğa, diğer yarısı da 4 çocuğa **eşit olarak** paylaştırılıyor.

Payı az olanlar 5 fındık daha az aldığına göre, payı az olanlar kaç fındık almıştır?

7. Bir çocuk belli bir yolu 60 adımda yürüyor. Eğer adımlarını 12 cm daha kısaltırsa aynı yolu 80 adımda gidiyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç metredir?

8. Bir restorana giden 30 kişilik bir gruptan bazıları misafir olduğu için hesap ödememiştir. Bu yüzden ötekiler 2 TL daha fazla ödeyerek 10 TL ödemiştir.

Gruptaki misafir sayısı kaçtır?

9. Bir su deposu 40 litrelik tenekeyle su taşınarak doldurulmuştur. Eğer 30 litrelik teneke ile su taşınarak doldurulsaydı 4 sefer daha fazla yapılacaktı.

Buna göre, deponun hacmi kaç litredir?

10. Bir öğrenci her gün **belli bir miktarda** para harcamaktadır. Eğer her gün harcaması gereken paranın 2 TL fazlasını harcarsa parasını 12 günde, 2 TL eksiğini harcarsa 20 günde bitirmektedir.

Buna göre, bu öğrencinin parası kaç TL dir?

Ağır ağır çıkacaksınız bu merdivenlerden ...

11. **Bir merdivenin basamaklarını 2 şer 2 şer çıkıp 3 er 3 er inen bir kişi inerken 8 adım daha az attığına göre, merdiven kaç basamaklıdır?**

12. **Bir merdivenin basamaklarını 2 şer 2 şer çıkıp 3 er 3 er inen bir kişinin attığı toplam adım sayısı 25 olduğuna göre, merdiven kaç basamaklıdır?**

Puan hesabı...

Puan hesabı yapmak acayip kolay bi şey.
Kural şu: **Kazandığınız puanlardan kaybettiklerinizi çıkarın.☺**
Zor mu ki?

Bunu şu örnekle izah edeyim.
Örneğin,
Diyelim ki bir bilgi yarışmasında kurallara göre yarışmacılar her doğru cevaptan 10 puan kazanıyor, her yanlış cevaptan ise 6 puan kaybediyor.
Bir yarışmacı 20 soruya cevap vermiş olsun.

15 soruya doğru cevap verdiğine göre, kaç puan almıştır?
Çok kolay.☺
Kazandıkları – kaybettikleri = 15.10 – 5.6 = 120 puan kazanmış.
Öyle ya 15 doğru soru için 15.10 = 150 puanı cebe indirirken, 5 yanlış için 5,6 = 30 puanı silinmiş.
Çok kolay. Öyle değil mi?

Peki, şöyle sorsaydım;
x tane soruya doğru cevap verdiğine göre, aldığı puanı veren bağıntı nedir?

Önce yanlış sayısını yazın bakalım. (x tanesi doğru olduğuna göre, geri kalan 20 – x tanesi yanlıştır. Öyle değil mi?)
Puanı = Kazandıkları – kaybettikleri
= 10x – 6(20 – x) olur.
Var mı bir sıkıntı?

Ya puanını verip de doğru sayısını istersem.
72 puan aldığına göre kaç soruya doğru cevap vermiştir?

x tane doğrusu olsun. (Bu durumda 20 – x tane de yanlış oluyor tabii ki☺)
Puanı = 10x – 6(20 – x) = 72 denkleminden
x = 12 bulursunuz artık. ☺

Söyleyin Allah aşkına. Şimdi neresi zor bunun?
Ne demiştim. **"Problemler zor değil ama çözerken yeter ki ezberlemeye çalışmayın ve olayın mantığına yoğunlaşın."**

Bakmayın problemlerin farklı hikâyeleri olmasına. Şunu fark etmişsinizdir. Çoğunun hikâye kısmı farklı olsa da mantığı aynı.
Öyle değil mi?

1. Bir hedefe atış yapan bir atıcı hedefi vurduğu her atış için 10 puan kazanıyor, vuramadığı her atış için ise 4 puanı siliniyor.

25 atış sonunda 124 puan kazandığına göre kaç atışta hedefi vurmuştur?

Şu puan hesabı da üstteki soruya benziyor. Ama biraz daha dikkatli olmak lâzım.(4 yanlış 1 doğruyu götürüyorsa 1 yanlış kaç puan götürüyür. Onu bulup da başlayın.)

2. 160 soruluk bir sınavda doğru cevaplanan her soruya 2,4 puan verilmekte ve 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Bu sınavda tüm soruları cevaplayan bir öğrenci 270 puan aldığına göre, kaç soruyu doğru cevaplamıştır?

3. Galibiyete 3 puan, beraberliğe 1 puan verilen bir futbol liginde mağlubiyetlerde puan değişmemektedir.

Yaptığı maçların üçünde mağlup olan bir takım 20 maç sonunda 43 puan topladığına göre, kaç maçta galip gelmiştir?

4. 60 soruluk bir sınavda 4 yanlış 1 doğruyu götürüyor.

Doğruları yanlışlarının 5 katı olan bir öğrencinin 38 neti olduğuna göre, kaç soruyu boş bırakmıştır?

5. Bir bilgi yarışmasında yarışmacılara her doğru cevap için 10 puan veriliyor. Her yanlış cevap için ise 5 puanları siliniyor.

20 soru yöneltilen bir yarışmacı 17 soruya cevap vererek 125 puan aldığına göre, kaç soruya yanlış cevap vermiştir?

Taksimetre mantığıyla artış☺

Yani, kafadan bir ücret, sonra da belirli bir ücret.

6. Bir şehirdeki ticari taksi ücreti, ilk açılışta belli bir ücret ve sonraki her 200 m de belli bir ücrettir.

3 km giden bir müşteri 6,5 TL ve 4 km giden bir müşteri 8 TL ödediğine göre 1 km giden bir müşteri kaç TL öder?

7. Bir şehirdeki ticari taksi ücreti, ilk açılışta 3 TL ve her 200 m için 40 kuruştur.

Buna göre, x km giden bir müşterinin kaç TL ödemesi gerektiğini veren bağıntı nedir?

Yine buna benzer bir mantık da şunda var.

8. Bir belediye, abonelerinden kullandıkları ilk 15 m^3 suyun her bir m^3 ü için sabit bir ücret, 15 m^3 ten sonraki her m^3 ü için ise öncekinden farklı ve yine sabit bir ücret almaktadır.

Buna göre, 20 m^3 su kullanıldığında 63 TL, 25 m^3 su kullanıldığında ise 81 TL ödeyen bir abone, yalnızca 1 m^3 su kullandığında kaç TL öder?

En az (ya da en çok) kaç grup yapılabilir?

Aslında Temel Kavramlarda anlatmıştım bunu.
Ama orada problem gibi değil de sayı sorusu gibiydi sorular.
Hatırlayın.
Örneğin,
a, b pozitif tam sayıları için
2a + 3 b = 25
olduğuna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

Veya
x, y, z pozitif tam sayıları için
3x + 4y + 5z = 100
olduğuna göre, x + y + z toplamı en çok kaçtır?

Hatırlıyor musunuz bu soruların nasıl çözüldüğünü?

Şimdi şu soruya bakın bakalım farkı var mı?
25 kalem, ikişerli (x grup) ve üçerli (y grup) gruplara ayrılarak öğrencilere dağıtılacaktır.

a) En az kaç grup yapılabilir?
b) En çok kaç grup yapılabilir?

Yani, x tane 2 ve y tane 3 lü grupta toplam 25 kalem var.
Bunu denklem olarak yazarsak 2x + 3y = 25. Ve sorulan da x + y nin en çok ve en az kaç olabileceği.
Grup sayısının az olması için 3 lü grupların sayısı çok olmalı.
Öyle değil mi?
Çok olması için de 2 li.

1. Ağırlığı 70 kg olan bir yağ bidonundaki yağın tamamı 3 ve 5 kilogramlık kaplara doldurulacaktır.

Her iki kaptan da en az birer tane kullanmak koşuluyla en az kaç kap gereklidir?

2. 10 kg fındık içi 0,8 kg ve 1,2 kg lık poşetlere doldurularak satılacaktır.

Buna göre, fındığın tamamı poşetlere doldurulmak ve her poşet tamamen dolu olmak şartıyla en çok kaç poşete ihtiyaç vardır?

3. Bir müşteri tanesi 2 TL, 3 TL ve 5 TL olan bardakların her birinden en az bir tane alarak 41 TL ödemiştir.

Buna göre en az kaç bardak almıştır?

4. 120 litrelik bir depo 3, 5 ve 6 litrelik kaplarla doldurulacaktır.

Her kap en az birer kez kullanılmak koşuluyla depo en az kaç kap suyla doldurulabilir?

İşte ÖSYM deki amcaların sorusu.☺

5. 62 kalem, 5 lik, 6 lık ve 8 lik gruplara ayrılarak paketlenmiştir.

Toplam paket sayısı 11 olduğuna göre, içinde 5 kalem olan paket sayısı en çok kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. 28 kişilik bir sınıfta yapılan bir sınavda sınav sonuçları için 1, 2, 3, 4 ve 5 notları kullanılıyor.

Her notu en az 3 kişi aldığına göre aynı notu alan kişi sayısı en çok kaç olabilir?

7. 45 kişilik bir grupta herkes aklından 1 den 20 ye kadar bir doğal sayı tutuyor.

Her sayı en az bir kişi tarafından tutulduğuna göre, aynı sayıyı tutan en çok kaç kişi olabilir?

8. Bir büfedeki farklı iki gazoz kolisinden büyük olanlar x tane küçük olanlar y tane gazoz almaktadır. ($x > y$ dir.)

2 büyük ve 3 küçük kolideki gazoz sayısı 50 olduğuna göre, x en az kaçtır?

Özel Denklemler ...

Bazen verilen problemi cebirsel olarak ifade ettiğinizde karşınıza iki veya daha fazla bilinmeyenli özel denklemler çıkabilir.
Ama korkmayın. Bu tür sorular acayip kolaydır☺
Gerçekten.
Zaten çoğu zaman bilinmeyenleri tek tek de bulmaya gerek olmadığını göreceksiniz.

9. 2 kg elma 3 kg portakal 13 TL, 3 kg elma 2 kg portakal 12 TL dir.

Buna göre, 1 kg elma ile 1 kg portakalın toplam fiyatı kaç TL dir?

10. 2 kalem, 3 defterin toplam fiyatı 17 TL, 3 kalem, 2 defterin toplam fiyatı ise 18 TL dir.

Buna göre, bir kalemin fiyatı bir defterin fiyatından kaç TL fazladır?

11. 2 kg elma, 3 kg portakal ve 1 kg ayva 13 TL, 1 kg elma ve 2 kg ayva 8 TL dir.

Buna göre, 1 kg elma, 1 kg portakal ve 1 kg ayva kaç TL dir?

12. x kg erik ve y kg kirazın 23 TL, y kg erik ve x kg kirazın fiyatı 22 TL dir.

1 kg erik ile 1 kg kirazın fiyatı 9 TL olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

Sıralara Oturma Muhabbeti☺

Şimdi sıra öğrencileri sıralara, misafirleri masalara oturtup, kuşları dallara kondurmaya geldi. Sonra da veletlere şeker dağıtma.☺
Gelin bakalım. Oturup çözelim.☺

Meseleye şöyle bir gireyim.☺
Sıralara oturtma sorularında öğrencileri oturturken önce sıra sayısını bulmak lazım.
Onun için sıra sayısına x deyin ve öğrenci sayısını x e bağlı olarak ifade edin. Bu önemli işte.
Örneğin,
Diyelim ki bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikişerli oturdular ve 5 öğrenci ayakta kaldı.
Bu durumda öğrenci sayısı ne olur? (x tane sıra var tabii ki)
Öğrenci sayısı = Oturanlar + ayaktakiler = $2x+5$ olur.
Ama diyelim ki 4 er 4 er oturdular ve 3 sıra boş kaldı.
Bu durumda $x - 3$ tane sıraya oturulmuş demektir.(Öyle ya 3 sıra boş kalmış.)
Ve öğrenci sayısı da $4(x - 3)$ tür.
Artık şu eşitliği yazabilirsiniz herhalde☺
Öğrenci sayısı = $2x + 5 = 4(x - 3)$
Buradan da önce x i (sıra sayısını) sonra da öğrenci sayısını bulursunuz gari☺
Anlaşıldı mı bu olay?
Anlamadıysanız bi daha bakın.☺

1. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 3 er 3 er oturursa 2 sıra boş kalıyor. Eğer 2 şer 2 şer otururlarsa 6 öğrenci ayakta kalıyor.

Buna göre,
a) Sınıftaki sıra sayısı kaçtır?
b) Sınıfta kaç öğrenci vardır?

2. Bir kuş sürüsü bir ağacın dallarına 5 er 5 er konarsa 2 dal boş kalıyor. 6 şar 6 şar konarsa 8 dala hiç kuş konmuyor.

Kuş sürüsünde kaç kuş vardır?

3. Bir davetteki misafirler masalara üçerli oturduğunda 7 davetli ayakta kalıyor. İkişerli oturduğunda 21 davetli ayakta kalıyor.

Davetteki misafir sayısı kaçtır?

4. Bir sınıftaki öğrenciler sıralarda üçerli oturmaktadırlar.

Bu sınıftaki öğrencilerin sıralarda ikişerli oturabilmeleri için 7 sıraya daha ihtiyaç olduğuna göre, sınıftaki sıra sayısı kaçtır?

5. Bir kutudaki şekerler bir grup çocuğa 4 er 4 er dağıtılırsa 2 çocuğa şeker kalmıyor. 3 er 3 er dağıtılırsa 6 şeker artıyor.

Kutudaki şeker sayısı kaçtır?

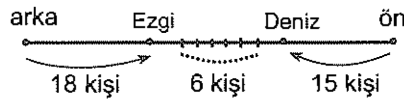
Kuyruğa Girme muhabbeti☺

Kuyruktaki kişilerle ilgili sorularda biraz dikkatli olun. Genelde kuyrukta adı geçenler unutulur da☺ Neyse...
Şimdi şu vereceğim örnekte iki ihtimali de dikkate alın ve öyle düşünün bakalım.
Ve kim daha önde ise ona göre basit bir şekil çizin ve iki kişi arasında kaç kişi olduğunu belirtin. Sonra da sayın. Ama dediğim gibi; sayarken iki kişiyi unutmayın. Bir Deniz'i bir de Ezgi'yi.☺

Örnek soru şu
Bir bilet kuyruğunda Deniz baştan 15. sırada Ezgi ise sondan 18. sıradadır. Ezgi ile Deniz arasında 6 kişi vardır.

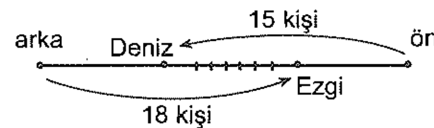
Buna göre, kuyrukta kaç kişi olabilir?

a) **Eğer Deniz öndeyse,**



Bu ilk akla gen sıralama.
Deniz de dahil olmak üzere Deniz'e kadar 15 kişi aradaki 6 kişi ve Ezgi dahil olmak üzere arkadaki 18 kişi. Hepsi eder 39.
Anlaşıldı mı burası?

b) **Ezgi daha öndeyse,**



Bunda biraz daha dikkatli olun. Önden sayınca Deniz'e kadar 15 kişi, arkadan sayınca Ezgi'ye kadar 18 kişi.
Ama bazılarını iki defa saydık. Fark ettiniz mi?
Aradaki 6 kişiyi. Bir de?
Evet, bir de Deniz ve Ezgi'yi.
Yani toplam 8 kişiyi. Öyle değil mi?
Onun için bu 8 i 33 ten çıkarmak lâzım.
Dolayısıyla kuyrukta 25 kişi olmuş oluyor bu durumda.

6. Bir bilet kuyruğunda Esra baştan 12. sırada, Ceyda ise sondan 18. sıradadır.

Esra ile Ceyda arasında 5 kişi var ve Ceyda daha önde olduğuna göre bilet kuyruğunda kaç kişi vardır?

7. Bir bilet kuyruğunda Müjgan baştan n. sırada sondan (2n – 3) . sıradadır.

Bilet kuyruğunda 80 kişi olduğuna göre, n kaçtır?

8. Bir bilet kuyruğunda Barış baştan 18. sırada, sondan ise n. sıradadır. Barış'ın önündeki 5 kişi arkasına geçtiğinde arkasındakilerin sayısı önündekilerin sayısının 3 katı oluyor.

Buna göre, n kaçtır?

9. Mert ve Hüseyin'in de girdiği bir sınavda Mert baştan (n + 3). Hüseyin ise sondan (2n – 5). olmuştur.

Hüseyin'in daha başarılı olduğu bu sınavda ikisinin arasında 16 kişi olduğu ve sınava 100 kişi girdiğine göre, n kaçtır?

Bu da ÖSYM deki amcalara ait☺

1. Ali bir bilet kuyruğunda baştan n. sırada, sondan (2n – 2). sıradadır.

Kuyrukta 81 kişi olduğuna göre, Ali baştan kaçıncı kişidir?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 33 E) 34

2. Bir bilet kuyruğunda Ayşe'nin önündeki kişi sayısı arkasındakinin yarısından 10 fazladır. Önündeki 5 kişi kuyruktan ayrılır ve arkasına 2 kişi gelirse Ayşe kuyruğun tam ortasında oluyor.

İlk durumda kuyrukta kaç kişi vardır?

3. Engin bir bilet kuyruğunda baştan (2x – 3). sırada, sondan (x + 5). sıradadır.

Önden 4 kişi daha bilet alıp kuyruktan ayrıldığında Engin'in önündekilerin sayısı ile arkasındakilerin sayısı eşit olduğuna göre, x kaçtır?

Bu kadar kuyruk muhabbeti yeter. Şimdi sırasıyla izci kampına gidin, koltuklarınıza kurulun, kuruyemişlere saldırın sonra da ellerinizi sabunla yıkayın☺

4. 200 koltuklu bir sinema salonunun x + 10 sayıda koltuğuna oturulduğunda, y + 14 koltuğu boş kalıyor.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

5. Bir tiyatro salonunda 280 koltuk vardır. Koltukların a tanesine oturulduğunda 2a + 10 koltuk boş kalıyor. b tanesine oturulduğunda ise a + 40 koltuk boş kalıyor.

Buna göre, b kaçtır?

Aslında bu bir orantı sorusu. Görebilirseniz. ☺

6. Bir izci kampında 30 kişiye 15 gün yetecek kadar yiyecek vardır. 5 gün sonra kamptan 18 kişi ayrılıyor.

Buna göre, kalan yiyecekler kampta kalanlara kaç gün daha yeter?

7. 10 kg kuruyemiş ağırlığı 250 gram olan paketler halinde paketlenecektir.

Bir paketin paketleme maliyeti 8 kuruş olduğuna göre, 10 kg kuruyemişin paketleme maliyeti kaç TL dir?

8. 8 kalıp yaş sabun 1 kg geliyor.
Bir kalıp yaş sabun kuruduğunda ağırlığı 35 gram azaldığına göre, 1 kg yaş sabun kuruyunca kaç kg gelir?

Ve çubuğun orta noktası meselesi

Çok basit bir soru;
20 cm uzunluğundaki bir çubuğun orta noktası kaç cm dir?
Şimdi bu çubuğun bir ucundan 4 cm kesin ve orta noktasını bulun bakalım.
Şimdi kaç cm oldu orta noktası?
8 cm değil mi?
Peki, orta noktası kaç cm kaydı?
Bunu yaparsınız diye düşünüyorum. Ama ...☺)
Neyse işte...
Bir çubuğun bir ucundan bir miktar kesince orta nokta kesilenin yarısı kadar kayar.
Ya iki ucundan kesilirse?
Kesilen parçaların farkının yarısı kadar.
Değil mi?
Niye ki sahi?

9. 140 cm uzunluğundaki bir çubuğun
a) **Bir ucundan 40 cm kesilirse orta noktası kaç cm kayar?**
b) **İki ucundan 20 şer cm kesilirse orta noktası kaç cm kayar?**
c) **Bir ucundan 10 cm, diğer ucundan 20 cm kesilirse orta noktası kaç cm kayar?**

10. **Bir çubuğun ucundan x cm kesildiğinde orta noktası ilk duruma göre 12 cm kaydığına göre, x kaçtır?**

11. Bir çubuğun ucundan üçte biri kesilirse orta noktası ilk duruma göre 15 cm kayıyor.

Çubuğun kesilmeden önceki boyu kaç cm dir?

12. Bir çubuğun bir ucundan 12 cm diğer ucundan x cm kesildiğinde orta noktası 3 cm kayıyor.

Buna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Problemlerdeki alış - veriş muhabbeti...

İşin içine para girince kafanızın daha iyi çalıştığını biliyorum☺

Ama unutmamak lâzım ki para mal alıp satma aracıdır. (Adam değil. ☺)
Neyse...
Şunu bilirsiniz.
Ne kadar çok para verirseniz o kadar çok mal alırsınız.☺
Yani, alış verişlerde ödenen para ile satın alınan miktar doğru orantılıdır. (Herhalde doğru orantının ne olduğunu hatırlıyorsunuzdur. ☺)

1. **Kilogramı 12 TL olan peynirden 300 gram alan bir kişinin ödeyeceği para kaç TL dir?**

2. **Bir baharatın 250 gramı x lira, 750 gramı (4x – 6) TL olduğuna göre, x kaçtır?**

3. **Bir baharatın (3x – 50) gramı 10 TL ve (x + 50) gramı 6 TL olduğuna göre, x kaçtır?**

4. 5 kilosu (3a + 12) TL olan peynirin, 3 kilosu (a + 24) TL olduğuna göre,

a) **a kaçtır?**
b) **1 kg peynir kaç TL dir?**

5. x tane kalemin fiyatı y TL dir.
Bir kalem 1 TL daha ucuz olsaydı y TL ye kaç tane kalem alınabilir?

6. **4 tanesi a TL olan kurşun kalemlerden 6 tane alan bir öğrenci b TL ödediğine göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?**

7. **a tanesi b TL olan çikolatalardan c tane alan bir çocuk d TL ödediğine göre, a, b, c ve d arasındaki bağıntı nedir?**

Kâr- zarar muhabbeti...

Biliyorsunuz☺

Bir malın maliyet fiyatı ile satış fiyatı arasındaki fark kâr veya zarardır.

Herhalde ne zaman kâr edilir ne zaman zarar edilir? Bunu biliyorsunuzdur.☺

Satış fiyatı maliyet fiyatından fazla ise kâr, az ise zarar edilir.

8. Bir satıcı tanesini 4 TL den aldığı 20 kalemden 10 unu tanesi 8 TL den kalanlarını da tanesi 6 TL den satıyor.

Satıcının kârı kaç TL dir?

9. Bir satıcı 5 tanesini 8 TL ye aldığı kalemlerin 8 tanesini 15 TL ye satıyor.

Satıcı bu satıştan 33 TL kâr ettiğine göre, kaç kalem satmıştır?

10. Bir manav tanesini 12 kuruştan aldığı limonların yarısını, tanesi 15 kuruştan diğer yarısını da tanesi 18 kuruştan satarak 4,5 TL kâr ediyor.

Buna göre, manav kaç limon satmıştır?

11. Bir satıcı x TL ye aldığı bir malı y TL ye satıyor. x ile y arasında $y = 3x - 200$ bağıntısı vardır.

Buna göre, 460 TL ye satılan bir maldan kaç TL kâr edilir?

12. x alış fiyatı, y satış fiyatı olmak üzere, bir malın satışı için iki ayrı seçenek vardır.

I. $y = 3x - 312$
II. $y = 2x + 20$

birinci seçenek daha karlı olduğuna göre, x in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

13. Bir manav aldığı limonların tanesini 0,5 TL den satarsa 4 TL kâr, 0,4 TL den satarsa 2 TL zarar ediyor.

Buna göre, manav kaç limon almıştır?

100 kuruşun kaç TL ki? (Doğru ya 1 TL idi.☺)

14. Bir manav aldığı limonların tanesini 8 kuruştan satarsa 6 TL zarar, 15 kuruştan satarsa 8 TL kâr etmektedir.

Buna göre, manav kaç tane limon almıştır?

Birbirine karıştırıp da satarsak...

İşler karışır mı ki?☺
Bakalım☺

1. Kilosu 10 TL olan fındıktan 7 kg ve kilosu 15 TL olan fıstıktan 3 kg alınarak karıştırılıyor.
Buna göre,

a) **Bu karışımın kilosu kaç TL den satılırsa zarar edilmez?**

b) **Karışımın kilosu kaç TL den satılırsa bu satıştan 17 TL kâr edilir?**

2. **Kilosu 20 TL olan badem ile kilosu 14 TL olan fıstık hangi oranlarda karıştırılırsa elde edilen karışımın kilosu 16 TL olur?**

3. Bir tüccar kilosu 1,2 TL olan pirinçten 60 kg, kilosu 1 TL olan pirinçten 80 kg ve kilosu 1,5 TL olan pirinçten x kg karıştırıyor.

Tüccar karışımın kilosunu 2 TL ye sattığında 150 TL kâr etiğine göre x kaçtır?

Ya satılacak malın bir kısmı telef olursa.☺

Diyelim ki herhangi bir malı satın aldınız ve buna bir sürü para ödediniz. Ama gelin görün ki bir kısmı daha satmadan telef olup gitti. (çürüdü, kurudu, kırıldı, kurt kaptı, .. Her neyse işte...☺)

Fakat daha bu malı satmadan kafanıza koyduğunuz parayı da kazanmak istiyorsunuz. Ne yapardınız bu durumda?

Yeni bir satış fiyatı belirlemez misiniz?

Bu malın satışından aynı parayı kazanmak için yeni satış fiyatını nasıl belirlersiniz?

Buna biraz kafa yorun bakalım.

4. Bir satıcı tanesi 15 kuruştan 240 tane yumurta alıyor. Taşıma sırasında yumurtaların 40 tanesi kırılıyor.

Satıcının yumurtaların satışından 4 TL kâr etmesi için sağlam yumurtaların tanesini kaç kuruştan satması gerekir?

5. Bir manav, bir sandıktaki 60 tane limonun tanesini 50 kuruştan satmayı düşünmektedir.

Sandıktaki limonların 10 tanesi çürük çıktığına göre, manavın aynı parayı kazanabilmesi için, sağlam limonların tanesini kaç kuruş artırmalıdır?

6. Bir manav, bir sandıktaki x tane limonun tanesini y TL den satmayı düşünmektedir.

Sandıktaki limonların 10 tanesi çürük çıktığına göre, manavın aynı parayı kazanabilmesi için, sağlam limonların tanesini kaç TL den satmalıdır?

7. Bir satıcı kilosunu 80 kuruştan aldığı bir miktar yaş üzümü kurutarak kuru üzümün kilosunu 3 TL den satıyor ve bu satıştan 54 TL kâr ediyor.

Yaş üzüm kuruduğunda ağırlığı $\frac{1}{3}$ oranında azaldığına göre, satıcı kaç kilo kuru üzüm satmıştır?

8. Bir sütçü litresini 80 kuruşa aldığı bir miktar süte $\frac{1}{9}$ u kadar su katarak litresini 120 kuruşa satıyor. **Bu satıştan 19,2 TL kâr ettiğine göre, kaç litre süt almıştır?**(Suya para ödemiyor.☺)

9. 6 kalıp yaş sabun 1 kg gelmektedir. Yaş sabun kuruyunca 8 kalıbı 1 kg geliyor.

Buna göre, kilogramı 2 TL den 24 kalıp yaş sabun alarak kuruttuktan sonra kilogramını 4 TL den satan bir satıcı bu satıştan kaç TL kâr eder?

Sayfa boş kalmasın diye yazdığım bir soru☺

10. Bir öğrenci her gün bir önceki gün çözdüğü soru sayısından 10 soru daha fazla çözerek bir test kitabındaki soruları 5 günde bitiriyor.

a) **İlk gün x tane soru çözdüğüne göre, kitaptaki soru sayısını veren bağıntı nedir?**

b) **İkinci gün 100 soru çözdüğüne göre, kitaptaki soru sayısı kaçtır?**

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

11. Hafta

- Kesir Problemleri
- Yaş Problemleri
- işçi - Havuz Problemleri

Dünyada yeteneksiz insan yoktur. Sadece iyi eğitilmemiş ve iyi yönlendirilmemiş insanlar vardır.
Angle Peartri

Zor bir iş, zamanında yapmamız gerekip de yapmadığımız kolay şeylerin birikmesiyle oluşur. .
Henry Ford

Plansız çalışan kimse, ülke ülke dolaşıp hazine arayan bir insana benzer.
Descartes

Zamanında bir adım atmayan tembel, sonradan yüz adım atmak zorunda kalır.
Giovio

KESİR PROBLEMLERİ

Kesir problemine geçmeden önce tanıştığımız ilk günlerde bahsettiğim bir iki hususa temas edeyim. (Etmeden duramıyorum. Ne yapayım.☺)
Ama bahsedeceğim hususları sonuna kadar dinlemeden." Amaaan! Bunlarla mı uğraşacam halen daha. " deyip de erken ötmeyin bakalım☺ Anlatıyorsam bir bildiğim var demek ki. Siz de dinleyin.☺

Ha!
Bir de "Hamama giren terler." (Normal koşullarda öyle olması lâzım☺) Siz de gönüllü girdiğinize göre mırın kırın etmenizin âlemi yok.☺

Hatırlayın bakalım. (Daha önceden bildiğinizi kabul ediyorum tabii ki)
Önce iki rasyonel kesrin nasıl çarpıldığını hatırlayın. (Unutmadığınızı biliyorum☺)

Paylar (üstler) kendi arasında, paydalar da (altlar da) kendi arasında çarpılıyordu.

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2.4}{3.5}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{2x-5}{7}\right)=\frac{2(2x-5)}{3.7}=\frac{4x-10}{21}$$

Burada pek lâzım olmayacak ama yine söyleyeyim. Kesirlerden birinin önünde eksi işareti" – " de olabilir.
Yani,

$$-\frac{4}{3}\left(\frac{2x-3}{3}\right)=\frac{-4(2x-3)}{3.3}=\frac{-8x+12}{9}$$

İkinci olarak şunu hatırlayın.
Çarpılan ifadelerden herhangi biri kesir gibi gelmeyebilir size. (Hayal gücünüzü kullanın o zaman☺)Ama siz onu kesir gibi düşünün.
Ne demek istediğimi şimdi anlayacaksınız.

$$\frac{2}{3}.x=\frac{2}{3}.\frac{x}{1}=\frac{2x}{3.1}=\frac{2x}{3}$$

Aynı şekilde,

$$\frac{2}{3}(x+2)=\frac{2}{3}.\frac{(x+2)}{1}=\frac{2(x+2)}{3.1}=\frac{2x+4}{3}$$

$$\frac{3}{5}(4x+1)=\frac{3}{5}.\frac{(4x+1)}{1}=\frac{3(4x+1)}{5.1}=\frac{12x+3}{5}$$

Yine aynı şekilde,

$$2\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)=\frac{2}{1}.\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)=\frac{2(2x-1)}{1.(x+3)}=\frac{2x-4}{x+3}$$

Sadeleştirme işleminin faydalarını bilmeyen var mı aranızda?
Bilmeyenler lütfen **Antrenmanlarla Matematik Birinci Kitabını** hatmedip de öyle gelsinler bakalım.☺

Burada diyeceğim o ki; kesirleri çarparken yapılabilecek sadeleştirmeler varsa bunu erken fark edin. Yoksa amele gibi uğraşmak zorunda kalabilirsiniz. Ama yine de tercih sizin tabii ki.☺

$x.\frac{3}{\cancel{x}}.\frac{\cancel{x}}{8}=\frac{3x}{8}$ olduğunu

$x.\frac{\cancel{4}}{5}.\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}.\frac{2}{\cancel{3}}=\frac{2x}{5}$ olduğunu görün artık.☺

Artık gönül rahatlığıyla geçebiliriz Kesir Problemlerine.
İnanmayacaksınız ama kesir problemlerinde çok fazla yeni bilgi yok. Belki bir iki temel hususa dikkat etmek lâzım o kadar.
O kadar da olsun artık.☺

Devam edelim.

24 ün $\frac{2}{3}$ ü ne demektir? Ve bunu matematik diliyle nasıl ifade edersiniz?

Bu konuda problem yaşamamak için en azından bu soruya doğru cevap verebilmek ve mantığını da kavramış olmak lâzım.
Bunu hatırlamayanlar için bir kez daha izah edeyim. Bu 24 ün 3 eş parçaya bölünüp 2 parçasının alınması demektir.

Bunun matematikçesi de $24 \cdot \frac{2}{3} = \frac{24}{3} \cdot 2 = 16$ dır.

Aynı mantıkla

20 nin $\frac{2}{5}$ i $\frac{2}{5} \cdot 20 = 8$

36 nın $\frac{5}{9}$ unun 8 fazlası $\frac{5}{9} \cdot 36 + 8 = 20 + 8 = 28$

40 ın 4 eksiğinin $\frac{2}{3}$ ü de

$\frac{2}{3} \cdot (40 - 4) = \frac{2}{3} \cdot 36 = 24$ olur.

Var mı burada anlayamadığınız bir şey?
Daha fazla uzatmaya gerek var mı?
Neyse...
Bundan sonra x i de katalım bakalım işin içine.

Ama herhalde,
Bir sayının (x in) 2 katı deyince bunu 2x,
Bir sayının 5 katı deyince bunu da 5x olarak ifade edebilirsiniz. ☺ (Bu da benim hüsn –ü zannım.☺)

Şunlara da bir göz atın bakalım.

Yine aynı mantıkla,
Bir sayının (diyelim ki x olsun bu sayı☺) yarısı demek bu sayının $\frac{1}{2}$ katı demektir. Ve bu da

$\frac{1}{2} \cdot x = \frac{x}{2}$ biçiminde ifade edilir.

Yine aynı şekilde,
Bir sayının (x in) $\frac{2}{3}$ ü ü demek bu sayının $\frac{2}{3}$ katı anlamına gelir.
Ve bu da $\frac{2}{3} \cdot x = \frac{2x}{3}$ olarak ifade edilir.

Bu olayı biraz daha açalım mı?
Bir sayının 5 eksiğinin $\frac{2}{3}$ ünü $\frac{2}{3}(x-5) = \frac{2(x-5)}{3}$ olarak,

Bir sayının 2 katının 7 fazlasının $\frac{3}{5}$ i,

$\frac{3}{5}(2x+7) = \frac{3(2x+7)}{5} = \frac{6x+21}{5}$

Bir sayının $\frac{3}{5}$ inin 4 fazlasının 2 katını da

$2\left(\frac{3x}{5} + 4\right)$ olarak ifade edebiliriz.

Yine aynı şekilde bir sayının 3 katının 2 eksiğinin $\frac{2}{3}$ ünün 4 fazlasını da $\frac{2}{3}(3x-2) + 4$ olarak ifade edebiliriz.

Şimdi anladınız mı ne demek istediğimi?

Bir iki çözümlü örnek ister misiniz?
(Zaten yapacağım da.... Siz de isteyin ama.☺)

Örnek Soru

Bir sayının $\frac{3}{5}$ inin 4 fazlasının 2 katı 20 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

Bu soruyu size özel derste anlattığım gibi anlatayım. Ne de olsa siz de özel sayılırsınız☺
Adım adım gidelim mi?
Dediklerimi sırasıyla yazın bakalım.
Bir sayı = x

Bir sayının $\frac{3}{5}$ i = $\frac{3x}{5}$

$\frac{3}{5}$ inin 4 fazlası = $\frac{3x}{5} + 4$

$\frac{3}{5}$ inin 4 fazlasının 2 katı = $2\left(\frac{3x}{5} + 4\right)$

İşte bu 20 ye eşit imiş.

Eşitleyelim bakalım kaçmış bu sayı?

$$2\left(\frac{3x}{5} + 4\right) = 20$$

Artık buradan x = 10 bulursunuz herhalde ☺

Örnek Soru

Bir sayının $\frac{2}{3}$ ünün 6 eksiği ile 2 eksiğinin yarısı eşittir.
Buna göre, bu sayı kaçtır?

Çözelim.
Yine adım adım denileni yazalım bakalım.
Bir sayı = x olsun diyelim.

Bu sayının, $\frac{2}{3}$ ü = $\frac{2x}{3}$

$\frac{2}{3}$ ünün 6 eksiği = $\frac{2x}{3} - 6$

Yine bu sayının 2 eksiği = x – 2

2 eksiğinin yarısı = $\frac{x-2}{2}$

İşte bunlar eşit imiş. Yani,

$$\frac{2x}{3} - 6 = \frac{x-2}{2}$$

Bu denklemi çözerseniz bu sayının 30 olduğunu pekâlâ bulabilirsiniz.
Yalnıııız...
Bu denklemleri çözerken sıkıntı yaşıyorsanız. ☺
Ne demek istediğimi anlamışsınızdır artık.☺

Örnek soru

Burcu bir kitaptaki soruların birinci hafta $\frac{1}{5}$ ini ikinci hafta ise $\frac{1}{4}$ ünü çözüyor.

Geriye 660 soru daha kaldığına göre, kitaptaki soru sayısı kaçtır?

Çözelim bakalım.
Bu soruda size iki farklı çözüm yapayım.
Birincisinde kitaptaki soru sayısına x diyelim.
Bu durumda Burcu'nun birinci haftada çözdüğü soru sayısı $\frac{x}{5}$ ve ikinci haftadaki de $\frac{x}{4}$ olur.

Kitaptaki soru sayısı, çözülen sorularla çözülmeyenlerin toplamı kadar değil midir?
Kesinlikle. ☺
Dolayısıyla çözülmeyen soru sayısı (660 soru) ile çözülenlerin $\left(\frac{x}{5} + \frac{x}{4} \text{ ün}\right)$ toplamı x e eşit olacaktır.

Yani,

$\left(\frac{x}{5} + \frac{x}{4}\right) + 660 = x$ eşitliğinden x = 1200 bulunur.

Anladınız mı bu çözümü?
Anladıysanız bir de şunu inceleyin bakalım. (Anlamadıysanız da tabii ki☺)

Kitaptaki soru sayısına $\frac{1}{5}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerinin paydalarının çarpımı 5.4 = 20 olduğundan biz de 20x diyelim.
Ne işe mi yarayacak?
Birazdan görürsünüz.
Kesir mesir kalmayacak ortalıkta☺
Soru sayısı 20x olursa,

Burcu birinci haftada $20x \cdot \frac{1}{5} = 4x$

İkinci haftada ise $20x \cdot \frac{1}{4} = 5x$ olmak üzere toplam 4x + 5x = 9x soru çözmüş olur.
Bu durumda geriye 20x – 9x = 11x soru kalmış olur ki bu da 660 a tekabül ediyor.
Yani, 11x = 660 eşitliğinden x = 60 ve kitaptaki soru sayısı da 20x = 1200 bulunmuş olur.
Sanki daha hoş gibi.
Öyle değil mi?

Örnek soru

Bir otomobilin deposunda 16 litre benzin vardır. Bu depoya boş kısmının $\frac{1}{6}$ sı kadar benzin konulduğunda deponun yarısı doluyor.

Buna göre, deponun tamamı kaç litre benzin alır?

Çözelim.

Peki, deponun hacmi x litre olsun diyelim.
Depodaki benzin 16 litre.
Bu durumda boş kısmın hacmi x – 16 litre olur.

Depodaki 16 litre benzinin üzerine (x – 16) nın $\frac{1}{6}$ sı olan $\frac{x-16}{6}$ litre daha benzin ilave edilince deponun yarısı yani, $\frac{x}{2}$ si dolmuş oluyor.

Bunu denklem olarak ifade etmek lâzım tabii ki.
(Yoksa x i nasıl bulcaz?)
...
Bekliyorum.

$16+\frac{x-16}{6}=\frac{x}{2}$ yazdınız değil mi?

Bu eşitlikten de x i 40 bulmuş olmanız lâzım.
Demek ki bu deponun hacmi 40 litreymiş.
Anladınız mı?

Bilmiyorum dikkat ediyor musunuz?
Bu konuda öyle aman aman yeni şeyler yok.
Zaten sayı problemlerini iyi yapabiliyorsanız kesir problemleri sorun olmaması lâzım.
Size diyeceğim o ki hangi tür problem olursa olsun.
İlk önce problemi çok iyi anlayın ve anladıklarınızı matematik diline çevirin.
Gerisi gelir zaten.

Örnek soru

Oğuz parasının $\frac{1}{4}$ ünü Alp'e vermiş, Alp de da oluşan paranın $\frac{1}{3}$ ünü harcamıştır.

Alp'in başlangıçta 60 TL si, son durumda ise 70 TL si olduğuna göre, Oğuz'un başlangıçta kaç TL si vardır?

Çözelim.
Önce denklem kurarak.
Oğuz'un parasına x diyelim. (Zaten Alp'in 60 TL si var.)
Oğuz parasının $\frac{1}{4}$ ünü Alp'e verince Alp'in parası

$60+\frac{x}{4}$ TL olur.

Alp bu paranın $\frac{1}{3}$ ünü harcadığında geriye $\frac{2}{3}$ ü kalır. Yani, $\frac{2}{3}\cdot\left(60+\frac{x}{4}\right)$ TL.

İşte bu 70 TL ye eşitmiş.

Dolayısıyla $\frac{2}{3}\cdot\left(60+\frac{x}{4}\right)=70$ eşitliğinden

Oğuz'un başlangıçtaki parası olan x = 180 TL bulunmuş olur.
Anladınız mı bu çözümü?
Bence gayet mantıklı☺

İkinci bir yol da ilköğretimlilere anlattığımız tersten başlama yöntemi. (Belki de bunu daha çok seveceksiniz☺)
Alp son durumda parasının üçte birini harcadığına göre, geriye üçte ikisi kalmış. Üçte ikisi 70 TL ise tamamı 105 TL dir.
Öyle değil mi?
Eee...
Başlangıçta 60 TL si olduğuna göre, demek ki Oğuz dan 45 TL almış.
Bu durumda şunu söyleyebiliriz. Demek ki Oğuz'un verdiği para (parasının dörtte biri) 45 TL olmalı. Ve parasının tamamı da 4.45 = 180 TL.
Nasıl çözüm ama?
Her soruda yer mi derseniz?
En azından bunda yedi işte.☺

Bu antrenmana başlamadan daha önce bahsettiğim şu basit soruya cevap verin bakalım.

24 ün $\frac{3}{4}$ ü ne demektir?

Ve bunu matematik diliyle (yani cebirsel olarak) nasıl ifade edersiniz?

Bu antrenmanda bu olayı pekiştirecez.
Ama hatırlamayanlar için bir kez daha izah edeyim.
Bu 24 ün 4 eş parçaya bölünüp 2 parçasının alınması demektir. (24 ü $\frac{3}{4}$ ile çarpmak demek kısaca)

Bunun matematikçesi de $24\cdot\frac{3}{4}=18$ dir.

Aynı mantıkla

20 nin $\frac{3}{10}$ u $\frac{3}{10}\cdot20=6$

36 nın $\frac{5}{9}$ unun 8 fazlası $\frac{5}{9}\cdot36+8=20+8=28$

40 ın 4 eksiğinin $\frac{2}{3}$ ü de $\frac{2}{3}(40-4)=\frac{2}{3}\cdot36=24$ tür.

Var mı burada anlaşılmayan bir nokta?
Daha da uzatmaya gerek yok di mi?
Neyse...
Bundan sonrasına siz devam edin bakalım.

1. **60 ın 5 fazlasının $\frac{1}{5}$ i kaçtır?**

2. **70 in 6 eksiğinin $\frac{1}{8}$ i kaçtır?**

3. **60 ın $\frac{2}{3}$ ünün 4 fazlası kaçtır?**

4. **60 ın $\frac{2}{3}$ ünün 5 eksiği kaçtır?**

5. **60 ın $\frac{2}{3}$ ü ile $\frac{1}{5}$ inin toplamı kaçtır?**

6. **60 ın 12 fazlasının $\frac{2}{3}$ ile 10 eksiğinin $\frac{3}{5}$ inin toplamı kaçtır?**

7. **60 ın $\frac{2}{3}$ ünün $\frac{3}{5}$ i kaçtır?**

8. **24 cevizin $\frac{3}{4}$ yenildiğinde geriye kaç ceviz kalır?**

9. 72 limonun birinci gün $\frac{1}{3}$ ü, ikinci gün $\frac{1}{2}$ si satılıyor.

Satılmayan limon sayısı kaçtır?

10. **Cemal 240 km yolun $\frac{3}{4}$ ünü gittiğine göre, kaç km yol gitmiştir?**

11. Bir manav 80 kg elmanın birinci gün $\frac{1}{5}$ ini, ikinci gün ise $\frac{1}{4}$ ünü satmıştır.

Buna göre, kaç kg elma satmıştır?

12. 96 cm yükseklikten düşen bir top yere vurduktan sonra düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{4}$ ü kadar yükseliyor.

Buna göre, top yere vurduktan sonra kaç cm yükselmiştir?

13. Bir otomobil 120 km yolun $\frac{1}{3}$ ünü gittikten sonra 14 km daha gidiyor.

Geriye kaç km yolu kalmıştır?

14. 60 ton su alan bir havuzun $\frac{4}{5}$ i suyla doludur.

Havuzdaki suyun $\frac{2}{3}$ ü boşaltıldığında geriye kaç ton su kalır?

15. Hacmi 120 litre olan bir kaptaki suya 70 litre daha su konulduğunda kaptan hacminin $\frac{1}{3}$ ü kadar su taşıyor.

Buna göre, kapta başlangıçta kaç litre su vardır?

16. 1500 TL maaş alan bir memur maaşının $\frac{2}{5}$ i ni ev kirasına, kalanın $\frac{2}{3}$ nü mutfak masraflarına ayırıyor.

Buna göre, geriye kaç TL si kalır?

Şu cebirsel ifade olayı☺
Aslında problemler konusunun can damarı bu. Yani, Türkçe olarak verilen bir metni matematikçe- ye çevirme☺
Çevirme konusunda uzmanlaşmanız lâzım. En azından ne zaman çevirmeniz gerektiğini bilirsiniz.
Öyle değil mi?
Gerçi bazen çevirmeden de halledebilirsiniz işinizi... ☺

Hadi bakalım.
Şimdi vereceğim Türkçe ifadeleri Matematik diliyle (Cebirsel olarak) yazın bakalım.

1. **Bir sayının $\frac{2}{3}$ ünün 5 fazlası**

2. **Bir sayının $\frac{3}{5}$ inin 3 eksiği**

3. **Bir sayının $\frac{3}{4}$ ü ile $\frac{2}{3}$ ünün toplamı**

4. **Bir sayının (x in) $\frac{2}{3}$ ünün $\frac{2}{5}$ ini veren cebirsel ifade**

5. **Bir sayının (x in) $\frac{2}{5}$ inin 3 fazlasının $\frac{1}{3}$ ünü veren cebirsel ifade**

6. **Bir sayının 2 katının 5 fazlasının $\frac{1}{3}$ ünü veren cebirsel ifade**

7. **Bir kişi borcunun $\frac{3}{5}$ ini öderse geriye ne kadarı kalır?**

(Bu kişinin borcuna x dersiniz artık☺)

8. Bir otomobil bir yolun (x km) önce $\frac{1}{4}$ ünü gidiyor sonra 10 km daha gidiyor.

a) **Gittiği yolu veren cebirsel ifade**

b) **Kalan yolu veren cebirsel ifade**

9. Bir sayının 12 fazlasının $\frac{2}{3}$ ünün 5 eksiği

10. Bir sayının 4 fazlasının $\frac{2}{3}$ ünün $\frac{1}{2}$ si

Eee...
Artık cebirsel ifadeleri eşitliklerle tanıştıralım...
Hadi bakalım☺

11. Hangi sayının $\frac{2}{5}$ inin $\frac{3}{4}$ ü 18 dir?

12. Bir sayının $\frac{2}{5}$ i ile bu sayının 4 fazlasının $\frac{1}{3}$ ü birbirine eşittir.

Bu sayı kaçtır?

13. Bir otomobil bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü gittikten sonra 16 km daha gittiğinde yolun yarısına geliyor.

Yolun tamamı kaç km dir?

14. Bir sepet elmanın $\frac{3}{4}$ ünün 10 eksiğinin $\frac{1}{5}$ 4 kg olduğuna göre, bir sepet elma kaç kg dir?

15. Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{2}{5}$ i erkektir.
Bu sınıftan 5 erkek öğrenci ayrıldığında öğrencilerin $\frac{1}{4}$ ü erkek oluyor.

Buna göre, ilk durumda sınıf mevcudu kaçtır?

16. Bir memur maaşının $\frac{1}{3}$ ünün 200 TL fazlasını ev kirasına veriyor.

Ev kirası maaşının yarısına eşit olduğuna göre, maaşı kaç TL dir?

Bu antrenmanda da kasıntı şeyler yok.
Kesinlikle çok basit.
Okuduğunuzu anlayın ve doğru ifade edin yeter.☺

1. Bir sayının $\frac{2}{3}$ ünün 5 fazlası 35 ise bu sayı kaçtır?

2. Hangi sayının $\frac{3}{5}$ inin 3 eksiği 12 dir?

3. Bir sayının $\frac{3}{4}$ ü ile $\frac{2}{3}$ ünün toplamı 68 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

4. Hangi sayının $\frac{3}{4}$ ünün 10 eksiği ile aynı sayının yarısı eşittir?

5. Hangi sayının $\frac{1}{4}$ ü ile $\frac{1}{3}$ ünün toplamı yarısından 5 fazladır?

6. Hangi sayının 12 fazlasının $\frac{2}{3}$ ü ile 4 eksiğinin 2 katı eşittir?

7. Burcu parasının önce $\frac{1}{3}$ ünü sonra da $\frac{1}{4}$ ünü harcıyor. Buna göre,
a) Paransın ne kadarını harcamıştır?
b) Parasının ne kadarı kalmıştır?
c) Parası 60 TL olsaydı ne kadar parası kalırdı?
d) Parası x TL olsaydı ne kadar parası kalırdı?

8. Bir salondaki izleyicilerin $\frac{1}{3}$ ü yetişkin bayan, 24 ü çocuktur.

Salondaki yetişkin erkek sayısı 70 ise toplam izleyici sayısı kaçtır?

9. Bir kasa domatesin $\frac{1}{3}$ ü çürüyor.

Geriye kalan domateslerin $\frac{1}{4}$ ü 5 kg olduğuna göre bir kasa domates kaç kg dır?

10. Zeynep bir kitaptaki soruların önce $\frac{1}{4}$ ünü sonra $\frac{1}{3}$ ünü çözüyor.

Geriye 500 soru daha kaldığına göre, kitaptaki toplam soru sayısı kaçtır?

11. Bir deponun $\frac{2}{3}$ ü doludur. Depoya 200 litre daha su doldurulursa $\frac{1}{6}$ sı boş kalıyor.

Deponun tamamı kaç litre su alır?

12. Bir deponun $\frac{2}{3}$ ü doludur. Depoya 1600 litre daha su doldurulduğunda depo hacminin $\frac{1}{5}$ i kadar su taşıyor.

Buna göre, deponun hacmi kaç litredir?

13. Aylık geliri sabit olan bir kişi her ay gelirinin $\frac{1}{6}$ sını taksitlerine veriyor ve $\frac{1}{12}$ sini de biriktiriyor.

Bu kişinin 3 ayda taksitleri için ödediği para ile biriktirdiği paranın tutarı 1200 TL ise bu kişinin aylık geliri kaç TL dir?

14. Aylık geliri sabit olan bir kişi her ay gelirinin $\frac{1}{5}$ ini taksitlerine veriyor ve $\frac{1}{x}$ ini de biriktiriyor.

Bu kişinin 4 ayda taksitleri için ödediği para ile biriktirdiği paranın tutarı bir aylık gelirine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

Demek ki parçaları toplayınca bütüne eşit oluyormuş.

Kesir problemlerinde sıklıkla karşılaşacağınız basit bir mantık var. O da şu; Bir şeyin (yani bir bütünün) (Bu şey bazen bir yol, bazen bir memurun maaşı, bazen bir öğrencinin parası, bazen bir sınıfın mevcudu, bazen bir çiftlikteki ineklerin sayısı,... gibi şeyler olabilir.) parçalarını bir araya getirip o bütüne eşitleme olayı.

Ne demek istediğimi açacağım. Ama acele etmeyin bakalım.

Birazdan hepiniz anlayacaksınız.

Her neyse işte...

Ama şunu iyi bilin ki (Biliyorsunuzdur zaten. ☺)

Bir yolun bir kısmını gittiğinizde gittiğiniz yol ile kalan yolun toplamı yolun tamamına eşittir.

Paranızın bir kısmını harcandığınızda harcadığınız para ile kalan paranızın toplamı ilk baştaki paranıza eşittir.

Gayet mantıklı değil mi bu söylediklerim?

Yine aynı mantıkla,

Bir sınıftaki öğrencilerin bir kısmı kız ise diğerlerinin erkek olduğunu ve hepsinin toplamının sınıf mevcuduna eşit olduğunu (normal koşullarda tabii ki) düşünemeyen olmaz herhalde.☺

Ama bütün bunları söylerken en basit soruları bile içinden çıkılmaz hale getirme konusunda uzmanlaşmış olan sevgili Canları tenzih ederim☺

Onlar zaten özel. Ve özellikli.☺

Neyse işte...

Özet olarak,

Burada diyeceğim en önemli şey şu; unutmayın ki

Parçaların toplamı bütünü verir. Bunu unutmayın. Ok.

1. Tuğba parasının önce $\frac{1}{3}$ ünü, sonra da $\frac{1}{4}$ ünü harcıyor.

Geriye 50 TL si kaldığına göre, parasının tamamı kaç TL dir?

2. Bir memur maaşının $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına $\frac{1}{4}$ ünü ise mutfak masraflarına ayırıyor.

Geriye 500 TL si kaldığına göre, maaşı kaç TL dir?

3. Bir öğrenci parasının $\frac{1}{3}$ ü ile bir kitap $\frac{1}{4}$ ile de bir kalem almıştır.

Kalan parası ile tanesi 1 TL olan öğrenci biletlerinden 5 tane aldığına göre, kitabın fiyatı kaç TL dir?

4. Bir memur maaşının $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına $\frac{1}{4}$ ünü mutfak masraflarına kalanın yarısını ise taksitlerine ayırıyor.

Geriye 300 TL si kaldığına göre, maaşı kaç TL dir?

5. A ve B kentleri arasındaki yolun $\frac{1}{3}$ ünü giden bir otomobil 70 km daha gittiğinde geriye 80 km yol kalıyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç km dir?

6. Bir otomobil gideceği yolun önce $\frac{1}{4}$ ünü gidiyor, sonra 20 km daha gittiğinde geriye bütün yolun $\frac{1}{2}$ si kalıyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç km dir?

7. Bir bahçenin $\frac{1}{3}$ üne domates, $\frac{1}{4}$ üne biber ekiliyor.

Geri kalan $250m^2$ lik kısma ise patlıcan ekildiğine göre, domates ekilen alan kaç metrekaredir?

8. Bir futbol takımı yaptığı maçların $\frac{1}{3}$ ünde berabere kalmış, $\frac{2}{5}$ ini kazanmıştır.

Bu takım 8 maçı kaybettiğine göre, toplam kaç maç yapmıştır?

9. Bir sınıftaki erkek öğrenci sayısı, sınıf mevcudunun $\frac{1}{3}$ ünün 4 fazlasıdır.

Sınıftaki kız öğrenci sayısı 12 olduğuna göre, erkek öğrenci sayısı kaçtır?

Kesir problemlerinde sıklıkla karşılaşacağınız bir durum da şu

... kalanın şu kadarını, kalanın da şu kadarını, ... gibi devam eden sorular.

Bu tür sorularda daima kalanı yazın. Gerisi gerçekten çok kolay. ☺

Diyelim ki bir yolun $\frac{1}{4}$ ünü gittiniz.

Geriye ne kadarı kalır?

Bunu yazın. $\left(1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\right)$ ü kalır öyle değil mi?

Veya daha ayrıntılı anlatayım.
Dikkatli dinleyin bakalım.
Anlamazsanız bir daha anlatırım☺

Diyelim ki bir su deposunun $\frac{5}{8}$ i dolu olsun. Bu depodaki suyun önce $\frac{1}{5}$ i, sonra da kalanın $\frac{1}{4}$ ü kullanılsın.
En son durumda depoda ne kadar su kaldığını bulurken sırasıyla,
İlk önce deponun hacmi ne x deyin.
Dedik diyelim.☺

Depoda başlangıçta $x.\frac{5}{8}$ su var.

Bu suyun $\frac{1}{5}$ i kullanılınca geriye $\frac{4}{5}$ i kalıyor.

Yani, $\left(x.\frac{5}{8}\right).\frac{4}{5}$ kalıyor.

Sonra bunun da $\frac{1}{4}$ ü harcanınca geriye bunun $\frac{3}{4}$ ü kalıyor.

Yani, $\left(x.\frac{5}{8}.\frac{4}{5}\right)\frac{3}{4}=\frac{3x}{8}$ i kalıyor.

Tabii ben bu mantığı sulu bir soruda vermeye çalıştım. Ama bunu siz para harcarken, uzun bir yola çıkarken, hatta soru çözerken bile kullanabilirsiniz☺
Ama iyi bilin ki mantık yine aynı mantık.
Gerçekten.☺
Yeter ki kullanmayı bilin. ☺

1. Bir memur maaşının $\frac{1}{3}$ ünü ev kirasına kalanın $\frac{1}{4}$ ünü ise mutfak masraflarına ayırıyor.

Geriye 540 TL si kaldığına göre, maaşı kaç TL dir?

2. Bir öğrenci parasının $\frac{1}{3}$ ü ile bir kitap, kalanın $\frac{1}{4}$ ile de bir kalem almıştır.

Kalan parası ile tanesi 1 TL olan öğrenci biletlerinden 6 tane aldığına göre, kitabın fiyatı kaç TL dir?

3. Bir terzi elindeki kumaşın önce $\frac{4}{9}$ unu, sonra kalanın $\frac{2}{5}$ ini satıyor. Geriye kalan kumaşın $\frac{1}{3}$ ünü de sattığında geriye 10 metre kumaş kalıyor.

Buna göre, kumaşın tamamı kaç metredir?

4. Bir kasa limonun önce $\frac{1}{3}$ ü sonra kalanın yarısı satılıyor.

10 limon daha satıldığında geriye 40 limon kaldığına göre, bir kasada kaç limon vardır?

5. Bir kişi borcunun önce $\frac{1}{6}$ sını, sonra kalanın borcunun $\frac{2}{5}$ ini ödüyor.

Geriye 120 TL daha borcu kaldığına göre, borcunun tamamı kaç TL dir?

6. Şebnem parasının $\frac{3}{7}$ ini harcadıktan sonra, kalan parasının $\frac{1}{4}$ ünü kardeşine veriyor.

Şebnem'in harcadığı ve kardeşine verdiği paranın toplamı 80 TL olduğuna göre, geriye kaç TL si kalmıştır?

7. Bir bidonun $\frac{3}{8}$ i boştur. Bidondaki suyun $\frac{3}{5}$ i kullanılınca bidonu doldurmak için 30 litre su gerekiyor.

Buna göre, bidon kaç litreliktir?

8. Bir deponun $\frac{1}{4}$ ü su ile doludur.

Depodaki suyun $\frac{1}{6}$ sı kullanıldığında deponun tamamını doldurmak için 114 litre daha su gerektiğine göre, deponun tamamı kaç litre su alır?

9. Bir okuldaki öğrencilerin $\frac{4}{7}$ si erkektir. Kızların $\frac{7}{9}$ u sınıfını geçmiş ve 20 kız öğrenci de bütünlemeye kalmıştır.

Okuldaki erkek öğrenci sayısı kaçtır?

Bu antrenmandaki muhabbet bakalım saracak mı sizi.☺

İlk başta tuhaf gelebilir belki.

Ama göreceksiniz ki acayip kolay bir muhabbet bu " **Bir kesrin değeri...** " muhabbeti.

Şu küçük soruya mantıklı bir cevap verirseniz gerisi kolay aslında.

Şimdi dikkatle dinleyin bakalım.

Diyelim ki bir kesrin değeri $\frac{2}{3}$ denilmiş olsun.

Bu kesrin payının 2 paydasının ise 3 olduğu anlamına mı geliyor sizce?

Ne dersiniz?

Yoksa payı 4, paydası 6 mı?

Ya da payı 10 paydası 15 mi?

Ya da daha genel olarak bu kesrin payı 2x paydası 3x mi?

Hı?

İşte kesrin pay ve paydasının kaç olduğunu bilmediğimize göre, en genel biçimde yani, x türünden ifade etmek en mantıklı olanıdır.

Yani, kesri $\frac{2x}{3x}$ kabul ederek işlem yapmak lâzım.

Anlaşıldı mı?

Anlaşıldıysa antrenmanlara başlayabilirsiniz.

1. Bir kesrin değeri $\frac{3}{4}$ tür.

Bu kesrin payına 3 eklenir ve paydasından 3 çıkarıldığında yeni kesrin değeri $\frac{4}{3}$ olduğuna göre, ilk kesrin payı kaçtır?

2. Bir kesrin değeri $\frac{2}{5}$ tir.

Bu kesrin payına 6, paydasına 2 eklenirse değeri $\frac{5}{6}$ olmaktadır.

İlk kesrin pay ve paydasının toplamı kaçtr?

3. Değeri $\frac{3}{4}$ olan bir kesrin payına paydasının yarısı eklenir paydasından 3 çıkarıldığında yeni kesrin değeri 2 ye eşit oluyor.

Buna göre, ilk kesrin payı kaçtır?

4. Bir kesrin değeri $\frac{3}{2}$ dir. Bu kesrin payına 3 eklenir, paydasından 2 çıkarılırsa değeri $\frac{5}{2}$ oluyor.

Buna göre, ilk kesrin payı kaçtır?

5. Bir kesrin payı ile paydasının toplamı 20 dir.
Bu kesrin payına 2, paydasına 3 eklendiğinde değeri $\frac{3}{2}$ olduğuna göre, ilk durumda payı kaçtır?

6. Bir sporcu grubundaki kız sporcu sayısı erkek sporcu sayısının $\frac{2}{3}$ ine eşittir. Gruba 5 erkek sporcu gelir, 6 kız sporcu ayrılırsa kız sporcu sayısı erkek sporcu sayısının $\frac{2}{5}$ katı oluyor.

Buna göre, ilk durumda sınıfta kaç kız sporcu vardır?

7. Oranları $\frac{3}{4}$ olan iki doğal sayıdan küçüğünün birler basamağı 3 artırılır, büyüğünün onlar basamağı 4 artırılırsa oranları $\frac{3}{8}$ oluyor.

Buna göre, büyük sayı kaçtır?

8. Bir işyerinde çalışan bayanların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür. Bu işyerine 4 erkek gelir 2 bayan ayrılırsa erkeklerin sayısının bayanların sayısına oranı $\frac{8}{3}$ oluyor.

İlk durumda işyerindeki bayan sayısı kaçtır?

9. Ahmet'in yaşının Cem'in yaşına oranı $\frac{5}{6}$ dır.

3 yıl sonra bu oran $\frac{6}{7}$ olacağına göre, Ahmet'in şimdiki yaşı kaçtır?

10. Bir işyerinde çalışan bayanların sayısı erkeklerin sayısının $\frac{5}{7}$ si kadardır.

Bu işyerinde çalışan erkeklerin sayısı 25 ten fazla olduğuna göre, bayan sayısı en az kaçtır?

Bir kap içindekiyle tartılırsa...

Bir kabın yarısı ya da bilmem ne kadarı suyla doludur... gibi devam eden soruları çözerken dikkat etmeniz gereken en önemli nokta **tartarken sadece içindekini değil aynı zamanda boş kabı da tartmış olduğunuzdur.**

Örnek vereyim.
Diyelim ki bir kasa elma kasasıyla tartılınca12 kg geliyor. İçindeki elmaları satınca toplam 10 kg sattığınızı görüyorsunuz.
Terazi yanlış mı tartıyor sizce?
Ne dersiniz?
Kafayı çalıştırın bakalım☺

Veya bunu bir de x li mix li ifade edeyim.☺
Diyelim ki bir kap boş iken ağırlığı x gram, suyla dolu iken y gram geliyor olsun.
Bu durumda kaptaki suyun ağırlığını bulabilir misiniz?
y – x gram olmaz mı?
Diyeceğim o ki her kabın bir ağırlığı vardır. Yani, hiçbir kap ağırlıksız değildir.
Kabın ağırlığını hesaba katmazsanız yamulma olasılığınız yüksek.
Ona göre... ☺

1. Bir kasa elma 22 kg geliyor. Elmaların yarısı satıldığında ise 12 kg geliyor.

Boş kasanın ağırlığı kaç kg dır?

2. Bir kabın ağırlığı boş iken a gram, yarısı su ile dolu iken b gramdır.

Buna göre, tamamı dolu iken kaç gramdır?

3. Süt dolu bir şişenin ağırlığı 1000 gramdır.

Şişedeki sütün $\frac{1}{4}$ ü içildiğinde şişenin ağırlığı 800 gram geldiğine göre, boş şişenin ağırlığı kaç gramdır?

4. Bir kasa mandalina kasasıyla birlikte tartıldığında 26 kg geliyor. Mandalinaların $\frac{1}{5}$ i satıldığında ise 22 kg geliyor.

Buna göre, mandalinaların yarısı satıldığında kaç kg gelir?

5. Bir kabın $\frac{1}{3}$ ü su ile dolu iken ağırlığı a gram, yarısı dolu iken b gramdır.

Buna göre, boş kabın ağırlığı kaç gramdır?

6. Bir kabın tamamı sıvı ile dolu iken ağırlığı a gram, $\frac{1}{3}$ ü dolu iken b gram olduğuna göre, boş kabın ağırlığı kaç gramdır?

7. Bir kap suyla dolu iken ağırlığı a gram, içindeki suyun yarısı kullanıldığında ise b gram geliyor.

Buna göre, boş kabın ağırlığı kaç gramdır?

8. Bir kasanın boş ağırlığı x gram, $\frac{2}{3}$ ü meyve dolu iken y gram olduğuna göre, tamamı dolu iken ağırlığı kaç gramdır?

Daha önce anlattıklarımı unutmadınız değil mi? Görelim.☺

9. Ece parasının $\frac{1}{3}$ ü ile oyuncak, $\frac{1}{4}$ ü ile de çikolata alıyor.

Kalan parasının $\frac{1}{5}$ i ile tanesi 1 TL olan kalemlerden 3 tane aldığına göre, parasının tamamı kaç TL dir?

10. Bir musluk boş bir deponun $\frac{1}{4}$ ünü 10 saatte dolduruyor.

Buna göre, boş kalan kısmın $\frac{3}{5}$ ini kaç saatte doldurur?

11. Bir araç gideceği yolun $\frac{1}{5}$ ini gittikten sonra, aynı hızla 30 dakika daha giderek kalan yolun $\frac{1}{8}$ ini gidiyor.

Buna göre, araç yolun tamamını bu hızla kaç saatte gider?

1. Bir lastik çekildiğinde boyu ilk boyunun $\frac{5}{3}$ ü kadar uzuyor.

Çekilmiş halde boyu 80 cm olan lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç cm dir?

2. Serpil $\frac{1}{3}$ ü başkası tarafından yapılmış olan bir işin kalan kısmını 12 saatte bitirmiştir.

Buna göre, Serpil bu işin tamamını kaç saatte bitirebilir?

3. Ece gideceği yolun $\frac{1}{3}$ ünü bisikletle kalan yolun $\frac{2}{5}$ ini de yürüyerek gidiyor.

Bisikletle 100 m daha fazla gittiğine göre, yolun tamamı kaç metredir?

4. 90 TL üç arkadaş arasında şöyle paylaştırılıyor.

Birincisi, ikincinin $\frac{1}{3}$ ü kadar, üçüncüsü ise birincinin yarısı kadar para alıyor.

Buna göre, üçüncüsü kaç TL almıştır?

5. Bir otomobilin deposunda 20 litre benzin vardır. Bu depoya boş kısmının $\frac{1}{3}$ ü kadar benzin konulduğunda deponun yarısı doluyor.

Buna göre, deponun tamamı kaç litre benzin alır?

6. Bir depoda bir miktar su vardır. Depoya 200 litre daha su konulursa deponun yarısı doluyor. Oysa depoya su konulmayıp da 100 litre su boşaltılsaydı deponun $\frac{1}{4}$ ü dolu olacaktı.

Buna göre deponun hacmi kaç litredir?

İki şeyden biri azalırken diğeri artıyorsa...

7. Buse'nin A TL, Mehmet'in B TL parası vardır.

Mehmet parasının $\frac{2}{5}$ ini Buse'ye verirse paraları eşit oluyor.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

8. Azra parasının $\frac{1}{5}$ ini Ferzan'a verdiğinde Ferzan'ın parası $\frac{1}{3}$ oranında artıyor.

Azra'nın parasının Ferzan'ın parasına oranı kaçtır?

9. Şule parasının $\frac{1}{3}$ ünü Engin'e a vermiş, Engin'de oluşan paranın $\frac{1}{4}$ ünü harcamıştır.

Engin'in başlangıçta 100 TL si, son durumda ise 120 TL si olduğuna göre, Şule'nin başlangıçta kaç TL si vardır?

Yüksekten bırakılan top muhabbeti...

10. Belli bir yükseklikten bırakılan top her yere vuruşundan sonra bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{2}{3}$ ü kadar yükseliyor.

a) **540 cm yükseklikten bırakılan bir top ikinci kez yere vurduktan sonra kaç metre yükselir?**

b) **Top x cm yükseklikten bırakılırsa 4. kez yere vurduktan sonraki yüksekliği x türünden ne olur?**

c) **Top yere üçüncü kez vurduktan sonra a cm yükseldiğine göre, dördüncü kez yere vurduktan sonraki yüksekliğinin a türünden değeri nedir?**

Kesir ve kâr zarar muhabbeti iç içe ...

1. x TL ye alınan bir malın satış fiyatı

a) **Alış fiyatının $\frac{4}{3}$ katı ise satış fiyatının x türünden değeri nedir?**

b) **Satış fiyatı alış fiyatının $\frac{2}{3}$ katı daha fazla ise satış fiyatının x türünden değeri nedir?**

2. **Bir tüccar metresini 12 TL den aldığı x metre kumaşın $\frac{1}{3}$ ünü metresi 15 TL den, yarısını 20 TL den, kalan son kısmını ise 10 TL den satarak 560 TL kar ettiğine göre, x kaçtır?**

3. Bir miktar çikolatanın tanesi x TL den alınıyor. Çikolataların $\frac{1}{3}$ ünün tanesi $\frac{3x}{2}$ TL den, kalanların tanesi de 2x TL den satılarak y TL kâr ediliyor.

Buna göre, çikolataların sayısı nedir?

Şunları da çözün. Bitsin bu da.

4. Bir sinema salonundaki izleyicilerin $\frac{1}{3}$ ü öğrenci bileti, geri kalanlar tam bilet almıştır.

Salonun $\frac{1}{4}$ ü dolu olduğuna göre, öğrenci bileti alanlar salonun ne kadarını doldurmuştur?

5. A ve B sınıflarının toplam mevcudu 70 tir. A sınıfındaki öğrencilerin $\frac{1}{3}$ ü, B sınıfındaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ ü kızdır. İki sınıftaki kız öğrenci sayısı eşit olduğuna göre,

a) **A sınıfındaki kız öğrenci sayısı kaçtır?**

b) **B sınıfındaki erkek öğrenci sayısı kız öğrenci sayısından kaç fazladır?**

6. Bir çubuğun $\frac{3}{5}$ i 6 eş parçaya kalan kısmı da 8 eşit parçaya bölünüyor.

Uzun parçalar 2 cm daha uzun olduğuna göre, çubuğun tamamı kaç cm dir?

7. Bir işletmedeki iki makine birlikte günlük 340 parça mal çıkarıyor. Makinelerden birincisi günlük üretiminin $\frac{1}{3}$ ünü, ikincisi de günlük üretiminin $\frac{1}{4}$ ünü gerçekleştirdiğinde çıkaracakları mal miktarları eşit oluyor.

Buna göre, ikinci makineden günlük kaç parça mal çıkmaktadır?

8. Bir öğrenci parasının $\frac{1}{3}$ ü ile 3 kitap ve 4 defter, geri kalanı ile 4 kitap, 8 defter ve 6 silgi alıyor.

Buna göre, 1 kitabın fiyatı 1 silginin fiyatının kaç katıdır?

9. Bir öğrenci bir test kitabındaki soruların $\frac{1}{3}$ ünü günde 60 soru, kalan kısmını ise günde 100 soru çözerek tamamını 11 günde bitiriyor.

Buna göre, kitapta toplam kaç soru vardır?

10. Bir kişi taksitle satın aldığı bir televizyonun borcunun $\frac{1}{4}$ ünü ayda 80 TL, kalanını ise ayda 120 TL ödeyerek 15 ayda bitiriyor.

Buna göre, televizyonun taksitli fiyatı kaç TL dir?

11. Bir tüccar borcunu t ayda ödemiştir. t ayın $\frac{1}{3}$ ünde ayda 60 TL, $\frac{2}{3}$ ünde ise ayda 90 TL ödeyerek tüm borcunu ödemiştir.

Buna göre, tüccar ayda ortalama kaç TL borç ödemiştir?

YAŞ PROBLEMLERİ

Yaş problemleri bütün problemler içinde belki de en kolay olanı. Mantığınızı ön plana çıkardığınızda çözemeyeceğiniz soru yok bu konuda. Yeter ki soru kasıntı olmasın.☺

Tabii ki burada da dikkat etmeniz gereken şeyler yok değil. Her şeyden önce şunu bilmek lâzım ki iki kişiden biri büyüyorsa öteki armut toplamaz. O da büyür. Biri gençleşirse öteki de... ☺

Yani, **büyüme ve gençleşme olayı herkes için geçerlidir.**

Meselâ siz hiçbir zaman annenizle aynı yaşa gelemezsiniz. Tabii ki babanızla da. ☺ (Yaşadıkları sürece elbette.)☺

Gerçi gün gelecek herkes aynı yaşta olacak. Ama o ayrı mesele.☺ En azından yaşarken böyle bir şey söz konusu değil.

1. Ali'nin bugünkü yaşı 13 olduğuna göre,

a) **2 yıl sonraki yaşı kaçtır?**

b) **4 yıl sonraki yaşı kaçtır?**

c) **x yıl sonraki yaşı kaçtır?**

d) **5 yıl önceki yaşı kaçtır?**

e) **4 yıl önceki yaşı kaçtır?**

f) **x yıl önceki yaşı kaçtır?**

2. Ayşe'nin bugünkü yaşının 2 katının 5 fazlası 45 olduğuna göre, 2 yıl sonraki yaşı kaçtır?

3. Ferdi'nin 5 yıl önceki yaşı 12 olduğuna göre, 4 yıl sonraki yaşı kaç olur?

4. Özlem' in bugünkü yaşı x + 7 dir.

8 yıl sonra ki yaşı 2x – 5 olacağına göre, x kaçtır?

5. Cemal'in 2 yıl önceki yaşının 3 katı 36 olduğuna göre, 4 yıl sonraki yaşı kaçtır?

6. Mert'in 12 yıl sonraki yaşı bugünkü yaşının 3 katından 4 eksik olacağına göre, bugünkü yaşı kaçtır?

7. Ece ve Gözde'nin bugünkü yaşları toplamı 36 olduğuna göre, 3 yıl sonraki yaşları toplamı kaçtır?

8. **Gizem, Emel ve Berkay'ın bugünkü yaşları toplamı 53 olduğuna göre, 4 yıl önceki yaşları toplamı kaçtır?**

9. **Tuğba ile Zeynep'in yaşları toplamı 35 ve Zeynep Tuğba'dan 1 yaş küçük olduğuna göre, Zeynep'in yaşı kaçtır?**

10. Dört kardeşin yaşları toplamı 34 tür.

Buna göre, 2 yıl sonraki yaşları toplamı kaçtır?

11. 12 kişinin bulunduğu bir grubun yaşları toplamı 210 dur.

Kişi sayısı değişmeyen bu grubun 3 yıl sonraki yaşları toplamı kaç olur?

12. 8 kişilik bir gruptakilerin yaşları toplamı 99 dur.

Buna göre, bu gruptakilerin 3 yıl önceki yaşları toplamı kaçtır?

13. Berra 13 yaşında, Ferzan x yaşındadır.

Ferzan 2x + 5 yaşına geldiğinde Berra kaç yaşında olur?

14. Zelâl 10 yaşında, Zeynep x yaşındadır.

Zeynep 2x + 3 yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı kaç olur?

15. Ece x yaşında Salih 15 yaşındadır.

Ece 3x + 4 yaşına geldiğinde Salih kaç yaşında olur?

16. Mete'nin bugünkü yaşı a, Buğra'nın ise b dir.

Mete 3a yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı ne olur?

17. Ahmet 12 yaşında iken Mehmet 17 yaşındaydı.

Buna göre, Mehmet 23 yaşına geldiğinde Ahmet kaç yaşında olur?

1. Ayşe 17 yaşında iken Serpil 13 yaşındaydı.

Buna göre, Serpil 7 yaşındayken Ayşe kaç yaşındaydı?

2. Esat 13 yaşında iken Ertuğrul 7 yaşında idi.

Buna göre, ikisinin yaşları toplamı 36 olduğunda Esat'ın yaşı kaç olur?

3. Rana 15 yaşında iken Ayşe'nin yaşı 8 idi.

Buna göre, Ayşe 15 yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı kaç olur?

4. Tuba ile kızının yaşları toplamı m dir.

Buna göre, 3 yıl sonraki yaşları toplamı nedir?

5. Özlem ile iki kızının bugünkü yaşları toplamı 44 tür.

Buna göre, x yıl sonra üçünün yaşları toplamı ne olur?

6. Ömer'in bugünkü yaşı x, babasının 56 – x tir.

Buna göre, Ömer'in yaşı bugünkü yaşının 2 katına geldiğinde babasının yaşı kaç olur?

7. Ali'nin bugünkü yaşı a, Murat'ın b, Cem'in a + b dir.

Buna göre, Ali'nin yaşı 2a+1 olduğunda Murat ile Cem'in yaşları toplamı kaç olur?

Bir annenin yaşı kızının yaşının 4 katı ise bilmem kaç yıl sonra (veya önce)...olur?

Hatırlayın. Sayı problemlerini anlatırken iki sayıdan biri diğerinin 3 katı ise, sayılardan birine x diğerine 3x diyorduk.
Aynı şeyi burada da yapmanızda bir sakınca yok. Hatta büyük yarar var.☺

Diyelim ki soruda bir annenin yaşı kızının yaşının 4 katı diyor.
Bu durumda kızının yaşına x, anneninkine ise 4x diyebilirsiniz.
Öyle değil mi?
Gerisi zaten çok kolay. Göreceksiniz.☺
Sizden sadece bir şey istiyorum. Sabırlı ve kararlı olun. Ve matematiği öğrenirken kalan yola değil aldığınız yola bakın lütfen. Ve matematiğin tek konusunun çalıştığınız konu olduğunu düşünün.
Tamam mı canlar?

8. Bir annenin yaşı kızının yaşının 4 katıdır.
4 yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 3 katı olacağına göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

9. Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 5 katıdır.
8 yıl sonra babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katı olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

10. Bir annenin yaşı kızının yaşının 3 katıdır.
Kızı doğduğunda anne 28 yaşında olduğuna göre, kızının bugünkü yaşı kaçtır?

11. Bir annenin yaşı kızının yaşının 4 katıdır.
3 yıl önce annenin yaşı kızının yaşının 5 katından 3 fazla olduğuna göre, kızının bugünkü yaşı kaçtır?

12. Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katıdır.
3 yıl önce babanın yaşı oğlunun yaşının 2 katından 16 fazla olduğuna göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

13. Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katıdır.
8 yıl sonra babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katından 6 eksik olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

14. Bir babanın yaşı 37, kızının yaşı 5 tir.
Buna göre, kaç yıl sonra babanın yaşı kızının yaşının 5 katına eşit olur?

15. Bir annenin yaşı 42, kızının yaşı 10 dur.
Buna göre, kaç yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 3 katına eşit olur?

1. Bir babanın bugünkü yaşı 41 dir.
4 yıl sonra babanın yaşı kızının yaşının 3 katına eşit olacağına göre, kızının bugünkü yaşı kaçtır?

2. Emine'nin bugünkü yaşı 7 dir.
5 yıl sonra babasının yaşı Emine'nin yaşının 4 katına eşit olacağına göre, babasının bugünkü yaşı kaçtır?

3. Can ile annesinin yaşları toplamı 42 dir.
3 yıl sonra annesinin yaşı Can'ın yaşının 3 katına eşit olduğuna göre, Can'ın yaşı kaçtır?

4. Beyza ile babasının bugünkü yaşları toplamı 52 dir.
5 yıl önce babasının yaşı Beyza'nın yaşının 5 katı olduğuna göre, babasının bugünkü yaşı kaçtır?

Üç – dört çocuk muhabbeti ☺

Dikkatli olmazsanız yamulabileceğiniz bir hareket bu. Lütfen birazcık dikkat!

İki – üç çocuklu muhabbetlerde en sık yapılan hata çocukların yaşlarının toplamı söz konusu olduğunda çocuklardan sadece biri büyüyormuş gibi işlem yapılmasıdır. Sanki sadece biri büyüyor.☺

Unutmayın ki her çocuk büyür.☺

Demek istediğim şu:

Diyelim ki iki çocuğun bugünkü yaşları toplamı 15 olsun.

3 yıl sonra yaşları toplamı 15 + 3 + 3 = 21 olur.

x yıl sonra ise 15 + 2x olur.

Peki, 2 yıl önceki yaşları toplamı?

15 – 2 – 2 = 11 değil mi?

Ya x yıl önceki yaşları toplamı?

O da 15 – 2x öyle değil mi?

Ne demek istediğimi anladınız mı?

Anladıysanız devam ediyorum. (Anlamadıysanız da☺)

5. 5 kardeşin yaşları toplamı 27 dir.
Buna göre, 4 yıl sonra yaşları toplamı kaç olur?

6. 4 arkadaşın bugünkü yaşları toplamı 32 dir.
Buna göre, kaç yıl sonra yaşları toplamı bugünkü yaşları toplamının 2 katı olur?

7. Bir babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının 3 katıdır.

6 yıl sonra babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının 2 katı olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

8. Bir anne ile dört çocuğunun yaşları toplamı 60 tır. **4 yıl sonra annenin yaşı ile çocukların yaşları toplamı eşit olduğuna göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?**

9. Bir baba ile üç çocuğunun yaşları toplamı 62 dir. **5 yıl önce babanın yaşı çocukların yaşları toplamının 2 katı olduğuna göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?**

10. Bir annenin bugünkü yaşı üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katıdır.

4 yıl sonra annenin yaşı üç çocuğunun yaşları toplamından 10 fazla olacağına göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

11. Bir babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamından 20 fazladır.

3 yıl sonra babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının 2 katından 1 eksik olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

12. Bir babanın yaşı iki çocuğunun yaşları toplamından 18 fazladır.

5 yıl sonra üçünün yaşları 57 olacağına göre babanın bugünkü yaşı kaçtır?

13. Bir babanın yaşı 34, üç çocuğunun yaşları toplamı 12 dir.

Buna göre, kaç yıl sonra babanın yaşı çocuklarının yaşları toplamının 2 katı olur?

14. Bir anne ile üç çocuğunun yaşları toplamı 48 dir. **5 yıl sonra annenin yaşı üç çocuğunun yaşları toplamına eşit olacağına göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?**

1. Bir babanın yaşı yaşları 6 dan büyük olan üç çocuğunun yaşları toplamına eşittir.

6 yıl önce babanın yaşı üç çocuğunun yaşları toplamının 2 katına eşit olduğuna göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

2. Bir annenin bugünkü yaşı iki çocuğunun yaşları toplamından 20 fazladır.

5 yıl sonra annenin yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının $\frac{3}{2}$ katı olacağına göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

3. Bir babanın yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamından 27 büyüktür.

Üç yıl sonra babanın yaşı, çocukları yaşları toplamının 2 katı olacağına göre, baba bugün kaç yaşındadır?

4. Ali doğduğunda Emine 5 yaşında, Gizem 8 yaşındaydı.

Buna göre, Kaç yıl sonra Emine ile Gizem'in yaşları toplamı Ali'nin yaşının 3 katından 1 eksik olur?

5. Bir babanın yaşı kızının yaşının 4 katı oğlunun yaşının 3 katına eşittir.

15 yıl sonra babanın yaşı ile çocuklarının yaşları toplamı eşit olacağına göre, bugün kızı kaç yaşındadır?

Eğer yaşlar oranı verilirse...

Eğer iki kişinin yaşları oranı verilmiş ise yaşları k sabiti türünden yazmak yeterli. Zaten göreceksiniz. Çok kolay☺

6. İki kardeşin yaşları oranı $\frac{3}{2}$ dir.

Bu kardeşlerin yaşları toplamı 25 olduğuna göre, yaşları farkı kaçtır?

7. Cem ile Yeşim'in bugünkü yaşları oranı $\frac{7}{6}$ dır.

Bu oran 3 yıl sonra $\frac{8}{7}$ olacağına göre, Cem'in bugünkü yaşı kaçtır?

8. Bugünkü yaşları 4 ve 5 ile orantılı olan iki kardeşin 2 yıl sonraki yaşları 9 ve 11 ile orantılı olacaktır.

Buna göre, büyük kardeşin bugünkü yaşı kaçtır?

Elif Ayşe'nin yaşında iken... ya da Ayşe Elif'in yaşına geldiğinde... muhabbeti...

Bunların temel mantığı : "Kim daha büyük?" Sorusunun cevabında saklı.

- **Soruda A, B nin yaşında iken diyorsa A daha büyük demektir.**
  Ama ne kadar büyük?
  A – B (yaş farkı) kadar tabii ki.

- **Soruda A, B in yaşına geldiğinde diyorsa B daha büyük demektir.**
  Peki, B, A dan ne kadar büyük?
  B – A (yaş farkı) kadar tabii ki.

9. Zeynep bugün yaşı 18 yaşında, Berra 23 yaşındadır.

a) **Zeynep Berra'nın bugünkü yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı kaç olur?**

b) **Berra Zeynep'in bugünkü yaşında iken ikisinin yaşları toplamı kaçtı?**

10. Büşra'nın yaşı $x - y$, Tuğba'nın yaşı $2x + y$ dir.
Buna göre, Büşra, Tuğba'nın bugünkü yaşına geldiğinde Tuğba'nın yaşı kaç olur?

11. Yusuf bugün 30 yaşındadır. Yusuf, Ahmet'in bugünkü yaşında iken, Ahmet'in yaşı, bugünkü yaşının $\frac{1}{3}$ üne eşitti.

Buna göre, Ahmet'in bugünkü yaşı kaçtır?

12. Mine ile Beril'in yaşları toplamı 56 dır.
Mine, Beril'in bugünkü yaşında iken Beril 22 yaşında olduğuna göre, Mine'nin bugünkü yaşı kaçtır?

13. Ahmet'in bugünkü yaşı 17 dir. Ahmet, Ömer'in bugünkü yaşına geldiğinde ikisinin yaşları toplamı 43 olacaktır.

Buna göre, Ömer'in bugünkü yaşı kaçtır?

14. Tuğba, Büşra ve Elif'in bugünkü yaşları toplamı 60 tır.

Tuğba, Büşra'nın bugünkü yaşına geldiğinde Elif'in yaşı Tuğba'nın yaşının 2 katı olacağına göre, Elif'in bugünkü yaşı kaçtır?

İŞÇİ – HAVUZ PROBLEMLERİ

Birlikte Yapılan İş Problemleri ve Havuz Problemleri

Daha önceleri işçi havuz problemi deyince; "Üffff... yine o sinir şey mi?" diyor olsanız bile sıkıntı değil.
Acayip kolay bir konu☺
Göreceksiniz☺
Gerçi ilk birkaç hareketi ben göstereceğim. Yalnız siz sadece bir şeyden emin olun ki bu konu sizin çok kolay dediğiniz konuların bir çoğundan daha kolay.
Dalga geçmediğimi birazdan anlayacaksınız☺
Başlayayım mı?
Hı hı... ☺
Önce beni dinleyin ve anlattıklarıma kulak verin bakalım.

Diyelim ki bir işi 12 saatte yapıyorsunuz.
Bu durumda,
1 saatte ne kadarını yaparsınız?
12 de birini yani, $\frac{1}{12}$ sini öyle değil mi?
Peki, 2 saatte?
1 saatte yaptığınızın iki katını. Yani, $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$ sini değil mi?
Ya 3 saatte dersem?
O da $3 \cdot \frac{1}{12} = \frac{3}{12}$ ü olur.
Anladınız mı bu kısmı?

Peki, t saatte ne kadarını yaparsınız diye sorsam? (Sordum zaten☺)
$\frac{t}{12}$ sini. Ok. ☺

Şimdi şu soruyu çözün bakalım.
Ayşe bir işin tamamını 10 saatte yaptığına göre,

a) **1 saatte ne kadarını yapar?**

b) **2 saatte ne kadarını yapar?**

c) **6 saatte ne kadarını yapar?**

d) **t saatte ne kadarını yapar?**

Eğer tek değil de iki, üç ya da daha çok kişi çalışırsanız.

Örneğin,
Diyelim ki Ali bir işi 12 günde, Ceren 24 günde ve Defne 36 günde yapabiliyor olsun.

Üçü birlikte bir günde işin ne kadarını yaparlar sizce?
Her birinin 1 günde yaptıkları işlerin toplamı kadar. Öyle değil mi?
Yani, $\frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36}$ sını yaparlar.

Peki, üçü birlikte 2 gün çalışsa?
O zaman da 1 günde yaptıklarının 2 katını,
Yani, $2\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36}\right)$ sını yaparlar.

Eğer birlikte t gün çalışırlarsa o zaman da
$t\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36}\right)$ sını yapmış olurlar.

Soruyu bir de şöyle sorayım.

Diyelim ki Ali 3 gün, Ceren 4 gün çalıştı. O zaman işin ne kadarı yapılmış olur?

$\frac{3}{12}+\frac{4}{24}$ ü yapılmış olur.

Anlıyorsunuz değil mi?

Peki, biraz daha ilerleteyim sorumu☺

Üçü birlikte işin tamamını kaç günde bitirirler?

$t\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}\right)=1$ eşitliğini sağlayan t kaç ise o kadar zamanda işte.

Hımm... ☺

Her bir işçinin yaptığı işlerin toplamı işin tamamına eşit ise yani, iş bitiyor (bitecek veya bitmiş) ise sonuç 1 e eşitlenir.(bu acayip önemli. Ona göre☺)

Sahiden yukarıda t yi kaç buldunuz?

O zaman şunu yapın bakalım.

Ali 4 gün çalıştıktan sonra işi bırakırsa kalan işi Ceren ile Defne birlikte kaç günde bitirirler?

Ali'nin 4 günde yaptığı iş artı Ceren ile Defne'nin yaptığı iş işin tamamına eşittir. Onun için 1 e eşitliyoruz yine.

$\frac{4}{12}+t\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{36}\right)=1$ eşitliğinden $t=\frac{48}{5}$ mi ki?

Demek ki ikisi kalan işi $\frac{48}{5}$ günde bitiriyormuşlar.

Son olarak da şunu yapalım. (Böyle bir şey gelmez. Ama en zorunu da görün diye soruyorum.☺) **Ali işe başlayıp 2 gün çalıştıktan sonra Ceren ile Defne 'de işe başlıyor ve birlikte 3 gün çalışıyorlar. Sonra Defne işi bırakıyor. Kalan işi ise Ali ile Ceren tamamlıyor. İşin tamamı kaç günde biter?**

Önce Ali 2 gün çalışsın.

İşin ne kadarını yapar?

$\frac{2}{12}$ sini.

Öyle değil mi?

Sonra Ceren ile Defne de geliyor ve üçü birlikte 3 gün çalışıyorlar.

Bu 3 günde de $3\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}\right)$ sını yaparlar.

Sonra Defne ayrılınca kalan işi Ali ile Ceren yapacak. Ali ile Ceren ikisi birlikte t gün çalışsın ve işi bitirsinler.

Ali ile Ceren ikisi birlikte bu t günde işin

$t\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}\right)$ ünü yaparlar ve işi bitirirler.

İşte ayrı ayrı yapılan bütün bu işlerin toplamı (Ali'nin tek başına + üçünün birlikte 3 günde yaptıkları + Defne ayrıldıktan sonra Ali ile Ceren'in ikisinin birlikte yaptıkları işlerin toplamı) **işin tamamına eşittir.**

Bunu ifade edersek

$\frac{2}{12}+3\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{36}\right)+t\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{24}\right)=1$ dir.

Ama dikkatli olmakta fayda var. Soruda sorulan işin tamamının bitme süresidir.

Yani, 2 + 3 + t nin kaç olduğu☺

Başka da bir şey yok.

Birlikte yapılan iş problemlerindeki temel mantık anlattığım gibi. Daha da ötesi yok bunun. Ama kasıntı sorular her zaman olabilir tabii ki. Bence kasmaya gerek yok bu konu da.

Daha zor sorulamaz mı yani?

Tabii ki daha zor sorular sorulabilir. Ama ÖSYM deki amcalar o kadar kötü niyetli değil. Yüz binlerce sıfırcıyı da hesaba kattıkları için olsa gerek ki son yüzyılda☺ bu kadar bile zor sormamışlar.

Ama bizim gibi üstatlar için sorabilirler diye düşünüyorsanız o ayrı.☺

1. Bir işi Emir 20 günde, Gizem ise 30 günde yapabiliyor.

a) **Emir 1 günde işin ne kadarını yapar?**

b) **Gizem 1 Günde işin ne kadarını yapar?**

c) **İkisi birlikte 1 günde işin ne kadarını yaparlar?**

d) **İkisi birlikte 3 gün çalıştıklarında işin ne kadarı biter?**

e) **Emir 5 gün, Gizem 6 gün çalıştığında işin ne kadarı biter?**

f) **İkisi birlikte işin $\frac{2}{3}$ ünü kaç günde bitirebilirler?**

g) İkisi birlikte çalışmaya başladıktan 4 gün sonra Emir işi bırakıyor.

Kalan işi Gizem kaç günde yapabilir?

2. **Bir işi Eda 20 günde, Seda 30 günde, Yağmur 60 günde bitirebiliyor.**

a) **Üçü birlikte 1 gün çalışırsa işin ne kadarı biter?**

b) **Üçü birlikte 4 gün çalışırsa işin ne kadarı biter?**

c) **Üçü birlikte 6 gün çalıştığında geriye işin ne kadarı kalır?**

d) **Üçü birlikte kaç gün çalışırsa işin yarısı biter?**

e) **Üçü birlikte kaç gün çalışırsa işin $\frac{2}{3}$ ü biter?**

f) **Üçü birlikte 4 gün çalıştıktan sonra Eda işi bırakırsa kalan işi Seda ile Yağmur kaç günde bitirir?**

g) Üçü birlikte işe başladıktan 4 gün sonra Yağmur işi bırakıyor. Kalan işi Eda ile Seda tamamlıyor.

Buna göre işin tamamı kaç günde biter?

3. **Bir musluk boş bir havuzun tamamını 20 saatte doldurabildiğine göre, 5 saatte ne kadarını doldurur?**

4. **Bir musluk boş bir havuzun tamamını 20 saatte doldurabildiğine göre, 8 saat aktığında havuzun ne kadarı boş kalır?**

5. **Dolu bir depodaki suyun tamamını dibindeki bir musluk 18 saatte boşalttığına göre, 8 saatte ne kadarını boşaltır?**

6. Bir işi Esin 4 günde, Işıl ise 12 günde bitiriyor.

İkisi birlikte bu işin tamamını kaç günde bitirirler?

7. Ahmet ve Sinan bir işi birlikte 10 saatte bitiriyorlar.

Ahmet işin tamamını 30 saatte bitirebildiğine göre, Sinan kaç saatte bitirebilir?

8. Boş bir havuzu dolduran iki musluk aynı anda açıldığında havuz 30 saatte doluyor.

Musluklardan biri boş havuzu tek başına 90 saatte doldurabildiğine göre, diğeri kaç saatte doldurabilir?

9. Boş bir havuzu A musluğu 20 saatte, B musluğu ise 30 saatte tamamen doldurabiliyor.

a) **Havuz boş iken iki musluk birlikte açıldığında 6 saatte ne kadarı dolar?**

b) **İki musluk birlikte açıldıktan 2 saat sonra B musluğu kapatılırsa kalan kısmı A musluğu kaç saatte doldurur?**

c) İki musluk birlikte açıldıktan 3 saat sonra B musluğu kapatılıyor.

Kalan kısmı A musluğu tek başına doldurduğuna göre, havuzun tamamı kaç saatte dolar?

1. Boş bir havuzu iki musluktan biri 20 saatte diğeri ise 60 saatte dolduruyor.

Havuz boş iken iki musluk birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?

2. Ahmet bir işi a günde, Mehmet ise 3a günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 3 günde bitirdiklerine göre, Ahmet tek başına kaç günde bitirir?

3. Engin bir işi x günde, Serkan aynı işi $\frac{x}{2}$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 2 günde bitirdiklerine göre, x kaçtır?

4. Melike bir işi 2x saatte, Esat ise aynı işi x saatte bitirmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 10 saatte bitirdiklerine göre, Melike kaç saatte bitirmektedir?

5. Bir iş makine ile 24 dakikada elle 72 dakikada yapılabiliyor.

Bu iş önce makine ile yapılmaya başlanıp 20 dakika çalışıldıktan sonra elle devam edilirse işin tamamı kaç dakikada biter?

6. **Bir işi usta 12 günde, kalfa ise 20 günde tamamlıyor.**

Buna göre, ikisi birlikte işin $\frac{2}{3}$ ünü kaç günde tamamlarlar?

7. Akın ile Beren bir işi birlikte 30 günde bitiriyorlar. Birlikte işe başlayıp 20 gün çalıştıktan sonra Akın işi bırakıyor. Beren 40 gün daha çalışıp işi bitiriyor.

Bu işin tamamını Beren kaç günde bitirir?

8. Bir işi Ebru x saatte Özlem ise 12 saatte bitirebilmektedir.

İkisi birlikte bu işi 3 saatte bitirdiklerine göre, x kaçtır?

9. Serpil ve Zeynep bir işi birlikte 6 saatte bitiriyor. Serpil aynı işi Zeynep'in tek başın bitirebileceğinden 5 saat daha geç bitiriyor.

Buna göre, Zeynep bu iş tek başına kaç saatte bitirir?

10. Bir havuza açılan iki musluktan birincisi boş havuzu 12 saatte ikincisi ise 24 saatte doldurabilmektedir.

Buna göre, havuz boş iken iki musluk birlikte açılırsa havuz kaç saatte dolar?

11. Boş bir havuzu iki musluktan biri x saatte, diğeri ise 2x saatte doldurabilmektedir.

İki musluk birlikte bu havuzu 30 saatte doldurduklarına göre, x kaçtır?

12. Boş bir havuzu iki musluktan biri 20 saatte, diğeri ise 60 saatte doldurabilmektedir.

Havuz boş iken iki musluk birlikte açılırsa havuzun $\frac{2}{3}$ ü kaç saatte dolar?

13. Bir işi Kemal 12 günde, Ayşe ise 6 günde tamamlıyor. İkisi birlikte 2 gün çalıştıktan sonra Ayşe işi bırakıyor.

Buna göre, kalan işi Kemal kaç günde bitirir?

14. Ali ile Burak bir işi 15 günde bitiriyorlar. Birlikte işe başladıktan 9 gün sonra Ali işi bırakıyor.

Kalan işi Burak 10 günde tamamladığına göre, Burak işin tamamını kaç günde bitirir?

15. Erdem ile Erkan bir işi birlikte 6 günde bitiriyorlar.

Erkan 2 gün Erdem 5 gün çalıştığında işin $\frac{8}{15}$ i bittiğine göre, Erkan işin tamamını tek başına kaç günde bitirir?

16. Berra ile Zelâl bir işi birlikte 12 dakikada bitiriyorlar.

Zelâl 6 dakika, Berra 4 dakika çalıştığında işin $\frac{2}{5}$ i bittiğine göre, işin tamamını Berra kaç dakikada bitirir?

1. Boş bir havuzu A musluğu tek başına 20 saatte doldurabiliyor. Havuzun dibindeki B musluğu ise dolu havuzu 30 saatte boşaltabiliyor.

Havuz boş iken iki musluk açıldığında 12 saat sonra havuzun kaçta kaçı dolar?

2. Boş bir havuza açılan A, B, C ve D muslukları birlikte açılırsa boş havuz 15 saatte, A, B ve C birlikte açılırsa 20 saatte doluyor.

Buna göre, D musluğu boş havuzu yalnız başına kaç saatte doldurur?

3. Dolu bir havuzu dibindeki A musluğu 12 saatte, B musluğu ise 24 saatte boşaltabiliyor.

Buna göre, havuzun $\frac{3}{4}$ ü dolu iken iki musluk aynı anda açılırsa suyun tamamı kaç saatte boşalır?

4. Boş bir havuzu A musluğu 20 saatte B musluğu ise 60 saatte dolduruyor.

Havuz boş iken A musluğu açıldıktan 10 saat sonra B musluğu da açılırsa havuzun tamamı kaç saatte dolar?

5. Boş bir havuzu A musluğu tek başına 20 saatte, B musluğu ise 60 saatte doldurabiliyor. Havuzun dibindeki C musluğu ise dolu havuzu x saatte boşaltabiliyor.

Havuz boş iken üç musluk aynı anda açıldığında havuzun tamamı 30 saatte dolduğuna göre, x kaçtır?

6. Bir havuzu A musluğu 6 saatte doldurmaktadır. Havuzun dibindeki B musluğu ise dolu havuzu 12 saatte boşaltabilmektedir. Havuz boş iken önce A musluğu açılıyor ve 3 saat sonra da B musluğu açılıyor.

Buna göre, havuzun tamamı kaç saatte dolar?

7. Bir havuzu A musluğu 2x saatte, B musluğu 3x saatte dolduruyor. Havuzun dibindeki C musluğu ise dolu havuzu 6x saatte boşaltıyor.

Üç musluk aynı anda açıldığında boş havuz 15 saatte dolduğuna göre, x kaçtır?

8. Bir havuzu A musluğu 18 saatte doldurmaktadır. Havuzun dibindeki B musluğu ise dolu havuzu 36 saatte boşaltabilmektedir.

Havuzun $\frac{2}{3}$ ü dolu iken iki musluk aynı anda açılırsa havuzun boş kısmı kaç saatte dolar?

9. Mert bir işin $\frac{1}{4}$ ünü 5 saatte, Elif ise aynı işin i $\frac{1}{5}$ ini 6 saatte bitirebiliyor.

Buna göre, Mert 4 saat, Elif 5 saat çalışırsa işin ne kadarı yapılır?

10. Ahmet bir işin yarısını 6 saatte, Nuray ise aynı işin $\frac{2}{3}$ ünü 6 saatte bitiriyor.

Buna göre, ikisi birlikte işin tamamını kaç saatte bitirebilirler?

11. Ezgi bir işin $\frac{2}{5}$ ini 8 günde, Buket ise aynı işin $\frac{1}{3}$ ünü 10 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte bu işin yarısını kaç saatte bitirebilirler?

12. Ecem bir işi her gün 8 saat çalışarak 3 günde, Rana ise aynı işi her gün 6 saat çalışarak 3 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte işin $\frac{7}{9}$ unu kaç saatte bitirebilirler?

1. Nurgül bir işin $\frac{1}{4}$ ünü 3 saatte, Şenay ise aynı işin $\frac{1}{3}$ ünü 2 saatte bitiriyor.

Buna göre, ikisi birlikte işin tamamını kaç saatte bitirebilirler?

2. Selim bir işi her gün 10 saat çalışarak 3 günde, Ece ise aynı işi her gün 8 saat çalışarak 5 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte işin $\frac{7}{8}$ ini her gün 5 saat çalışarak kaç günde bitirebilirler?

3. Üç muslukla doldurulan bir havuz, birinci ve ikinci musluklar açılırsa 12 saatte, ikinci ve üçüncü musluklar açılırsa 20 saatte, birinci ve üçüncü musluklar açılırsa 15 saatte doluyor.

Buna göre, boş havuzu üçüncü musluk tek başına havuzu kaç saatte doldurur?

4. Boş bir havuzu bir musluk 20 saatte dolduruyor. Havuzun tabanında bulunan başka bir musluk ise dolu havuzu 24 saatte boşaltıyor.

Buna göre, havuzun $\frac{2}{3}$ ü boş iken iki musluk aynı anda açılırsa havuzun tamamı kaç saatte dolar?

5. Boş bir havuzu üç musluktan birincisi 10 saatte, ikincisi ise 20 saatte doldurmaktadır. Üçüncü musluk ise dolu havuzu 15 saatte boşaltmaktadır.

Buna göre, üç musluk 9 saat açık kaldıklarında havuzun kaçta kaçı dolar?

6. A, B, C muslukları bir havuzu sırasıyla 20, 12, 30 saatte doldurmaktadır. Üç musluk aynı anda açıldıktan 2 saat sonra C musluğu kapatılıyor.

Buna göre, havuzun boş kalan kısmını A ve B muslukları birlikte kaç saatte doldurur?

7. Bir işi Gökhan 12 saatte, Pınar ise 18 saatte yapabiliyor. Bu işi önce Gökhan yapmaya başlıyor ve 4 saat çalıştıktan sonra, kalan işi Pınar tek başına tamamlıyor.

Buna göre, Pınar kaç saat çalışmıştır?

8. Dolu bir depoyu dibindeki A ve B muslukları birlikte 12 saatte boşaltabiliyor. C musluğu ise boş depoyu tek başına 20 saatte doldurabiliyor.

Deponun $\frac{1}{3}$ ü dolu iken üç musluk da aynı anda açılırsa deponun tamamı kaç saatte boşalır?

9. Boş bir havuzu A musluğu 24 saatte, B musluğu 12 saatte dolduruyor.

Buna göre, havuzun $\frac{1}{4}$ ü boş iken iki musluk aynı anda açıldığında havuz kaç saatte dolar?

10. Bir havuza açılan iki musluktan; birincisi havuzun tamamını x saatte, ikincisi havuzun tamamını $\frac{2x}{3}$ saatte doldurmaktadır.

Bu havuzun tamamını, muslukların ikisi birlikte, 6 saatte doldurabildiğine göre, ikinci musluk tek başına kaç saatte doldurur?

11. Nehir ile Merve, birlikte çalışarak 10 saatte bitirebilecekleri bir işi yapmaya başlıyorlar. İkisi birlikte 4 saatte çalıştıktan sonra Nehir işi bırakıyor.

Geriye kalan işi Merve 9 saatte bitirdiğine göre, bu işin tümünü Nehir tek başına kaç saatte bitirebilirdi?

12. Makineyle 12 dakikada yapılan bir iş elle 36 dakikada yapılabilmektedir. Bir işçi bu işi yapmaya önce makineyle başlayarak 8 dakika çalışmış, sonra elle devam ederek işi tamamlamıştır.

Buna göre, işçi elle kaç dakika çalışmıştır?

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

12. Hafta

- *Hız Problemleri*

Daha iyi olmaya çalışmayan iyi olarak ta kalamaz.

Oliver romwell

Dün yaptığınız şey size hala çok iyi görünüyorsa bugün yeterli değilsiniz demektir.

Earle Wilson

Hayatta bir gayesi olmayan insanlar, bir nehir üzerinde akıp giden saman çöplerine benzerler; onlar gitmezler, ancak suyun akışına kapılırlar.

Seneca

Sonu olmayan hiçbir yol yoktur.

Hafız Şirazi

HIZ PROBLEMLERİ

Zor gibi duran kolay bir konu daha.
Çok formül var diye biliyorsanız yanılıyorsunuz.
Tamamen mantıkla halledilmesi gereken bir konu bu.
İzah edecem.
Şimdi şu dediklerime kulak verin . (Tabii aklınız da bende olsun. Başka şeyler düşünmeyin☺)

Diyelim ki saatteki hızı 50 km olan bir araç var.
Bu araç 1 saatte kaç km yol alır?
50 km. Öyle değil mi?
Peki, 2 saatte?
2.50 = 100 km. Yanlış mı bu?
Ya 3 saatte? Ya da 4 saatte diye sorsam?
Bulamaz mısınız kaç km yol aldığını? (Ha! Bu arada 1km = 1 kilometre = 1000 metre demek.☺ Metreyi de bilmiyorsanız... ☺)

Peki,
Yukarıda aracın gittiği yolu nasıl buldunuz?
Aracın hızıyla geçen zamanı çarparak.
Öyle değil mi?
Evet. Kesinlikle öyle *Bay X.*
O halde ilk bileceğiniz şey şu:
Alınan yol(x) = Hız(v) . Geçen zaman(t)
Yani, x = v.t kısacası.
Eğer buna formül demek istiyorsanız da siz bilirsiniz.
Diyebilirsiniz. Müsaade ediyorum. ☺
Peki, şimdi de şunlara cevap verin bakalım.

İlki şu:
Saatteki hızı 60 km olan bir araç 5 saatte kaç km yol alır?
Alınan yol eşittir hız çarpı zaman idi.☺
Yani x = 5.60 = 300 km
Var mı bunda bir zorluk?
İkincisi şu:
Saatteki hızı v km olan bir araç 240 km yolu 3 saatte gittiğine göre, v kaçtır?
Alınan yol = hız . zaman diye düşünün yine.
Yani, 240 = v.3 eşitliğinden v = 80 km/sa olur.

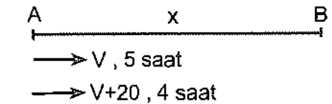
Üçüncüsü şu:
Bir araç A ve B kentleri arasındaki 400 km yolu saatte 100 km hızla kaç saatte gider?

Nasıl bulacaksınız şimdi bunu?
400 ü 100 e bölerek öyle değil mi?
Yol (x) = hız(v) . zaman(t) eşitliğinden
$\text{zaman}(t) = \dfrac{\text{yol (x)}}{\text{hız (v)}}$ olduğunu da görebilirsiniz. (Ama çok iyi bakmanız lâzım. Tabii biraz da cebirsel yetenek şart .☺) Neyse işte... t = 4 saat imiş yukarıda.
Hımm...!
Demek ki yolu hıza bölünce zaman bulunabiliyormuş.
Way be! Nelere muktedir şu matematik.☺

Bir araç A dan B ye farklı hızlarla giderse...
Çok basit. Örnekle izah edeyim.

Örnek Soru
Bir araç A kentinden B kentine saatte V km hızla 5 saatte gidiyor. Eğer hızını 20 km artırırsa 4 saatte gidiyor.
a) **Buna göre, V kaçtır?**
b) **AB arası kaç km dir?**

Önce güzel bi şekil yapalım☺



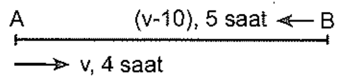
Şimdi söyleyin bakalım. Hız ve zaman belli iken yolu nasıl buluyorduk?
Aracın hızı ile o yolu alması için geçen zamanı çarparak.
Öyle değil mi?
Yani, AB yolu V.5 e eşit.
Aynı zaman da da (V+20).4 e.
Yol aynı yol değil mi nasılsa?
Araç iki durumda da aynı yolu gidiyor. Birinde başka ötekinde başka yol gitmiyor ya.☺
Bunu bir eşitlik hali olarak düşünebilirsiniz herhalde.☺
Hı hı...☺
$|AB| = 5V = 4(V+20)$ dir kısacası.
Buradan V = 80 km/sa ve bu V değeri için AB yolu da $|AB| = 5V = 5.80 = 400$ km olur.
Anladınız mı bunu?
Önünüze en çok gelecek soru türünün bu olduğunu söyleyebilirim. Onun için bunun mantığını acayip iyi öğrenin. Yutun hatta. Ama sadece mantığını. ☺

Yani, belli bir yolu farklı hızlarla ve zamanlarla alan araçların (Veya aynı aracın) olduğu sorularda iki durumda da yolun aynı yol olduğunu unutmayın.
Tamam mı?
Tamamsa yine aynı mantıkla şu soruya cevap verin bakalım.
Cevaplayın ve bir önceki soruyla hiçbir farkı olmadığını görün.

Bir araç A dan B ye gidip de farklı bir hızla geri dönerse...
Aynı yolu gidip geldiğine göre fark eden bir şey yok.
Yollar yine aynı olacak.
Aracın gidiş ve gelişte aynı yolu aldığını bilin yeter.

Örnek Soru
Bir araç A kentinden B kentine saatte v km hızla 4 saatte giderek hiç durmadan saatte v – 10 km hızla 5 saatte geri dönüyor.
a) Buna göre, v kaçtır?
b) AB arası kaç km dir?

Çözelim.
Ama yine önce güzel bi şekil yapalım☺



Giderken de dönerken de aynı yolu gitmemiş mi?
Evet gitmiş.
O halde giderken ve dönerken aldığı yolları (zaten aynı yol☺) eşitleyelim.
Giderken aldığı yolu $|AB| = 4V$
Dönerken ise $|AB| = 5(v-10)$ olarak ifade edebiliriz.
Artık ikisini eşitleyerek $|AB| = 4v = 5(v-10)$ eşitliğinden $v = 50$ km/sa ve . $|AB| = 4.50 = 200$ km olduğunu bulursunuz. ☺
Bunu anladınız mı?
Anladıysanız ne âlâ.

A ve B den iki araç aynı anda birbirine doğru hareket ederse...

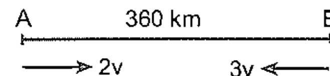
Çarpışırlar mı ki.☺
İkisinin aldığı yolların toplamının neye eşit olduğunu görün.

Bunun mantığını görmek için şöyle düşünelim.

Örnek Soru
Aralarında 360 km olan A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla 2v ve 3v km olan iki araç aynı anda birbirine doğru hareket ediyorlar.

Bu araçlar 2 saat sonra karşılaştığına göre, hızlı olanın saatteki hızı kaç km dir?

Çiziminiz nasıl?
Önce güzel bir şekil çizin bakalım.
Çizdiniz mi?



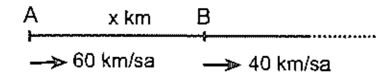
Şu anda araçlar durmuş vaziyette. Şimdi çalıştılar. 2 saat boyunca yol aldılar. Ve 2 saat sonunda kafa kafaya geldiler.
Şekille de görün.☺

Şimdi şunu söyleyemez mi siniz?
İkisinin aldığı yolların toplamı 360 km dir.
Öyle değil mi?
Kafa kafaya geldiklerine göre öyle olması lâzım.☺
Birinin 2 saatte aldığı yol 2.2v = 4v, diğerinin ki ise 2.3v = 6v dir.
İkisinin aldığı yolların toplamı da AB arasındaki yoldur zaten.
Onun için $|AB| = 2.2v + 2.3v = 360$ tır.
Bu eşitlikten v = 36 km/saat ve hızı fazla olanın hızı da 3v = 3.36 = 108 km/saat bulunur.
Anladınız mı?

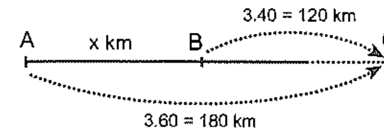
İki araç A ve B den aynı anda aynı yöne doğru hareket ederse...

Bir kere arkadakinin öndekine yetişmesi için hızının daha fazla olması lâzım. Bu bir.
İkincisi de güzel bir şekil çizmek lâzım.
Örneğin,
Aralarında x km olan A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla 60 km ve 40 km olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket etmiş olsunlar.

Ve diyelim ki A dan hareket eden araç diğerini 3 saat sonra yetişmiş olsun.
Şekil şöyle olabilir burada.

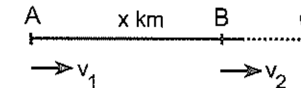


Şimdi şunu söyleyemez misini?
Burada ki x iki aracın 3 saatte aldıkları yolların farkına eşittir.



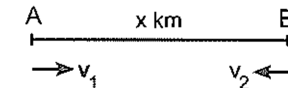
Yani, x = 3.60 – 3. 40 = 60 km dir.
Anladınız mı ne yaptığımızı?

Bu sayfayı özetleyeyim mi isterseniz? (İsteyin ama☺)



A ve B den iki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket eder ve t saat sonra arkadaki öndekine yetişirse
$|AB| = x = (v_1 - v_2).t$ dir.

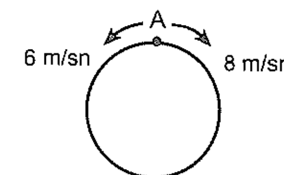
Bir önceki de şuydu;



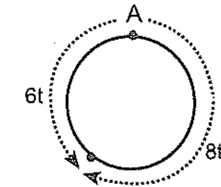
A ve B den iki araç aynı anda birbirine doğru hareket eder ve t saat sonra karşılaşırlarsa
$|AB| = x = (v_1 + v_2).t$ dir.

Dairesel pistteki hareketler
İki araç aynı anda noktadan zıt yöne giderse...

Bunu güzel bir şekil çizip basit bir örnekle göstereyim☺

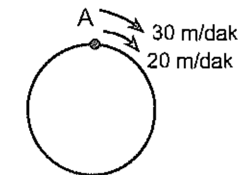


Çevresi 280 m olan bir dairesel pistte aynı anda aynı noktadan zıt yönde hareket eden iki aracın saniyedeki hızları 8 m ve 6 m olsun.
Bu iki aracın kaç saniye sonra karşılaşacağını bulalım.
Çözelim.
Diyelim ki iki araç t saniye sonra karşılaşmış olsunlar .
Karşılaştıklarında ikisinin aldıkları yolların toplamı 280 m değil midir?



Yani, t saniyede aldıkları yolların toplamı
6t + 8t = 280 den t = 20 sn bulunur.
Var mı bunda bir zorluk?
Hiçbir özelliği yok gördüğünüz gibi.

İki araç aynı noktadan aynı anda aynı yöne doğru giderse...
Basit bir örnekle izah edeyim.
Hızları dakikada 20 m ve 30 m olan iki araç çembersel bir pistin bir A noktasından aynı anda aynı yönde hareket etsinler.
12 dakika sonra iki araç yan yana geldiklerine göre, pistin çevresinin kaç metre olduğunu bulalım.
Çözelim.



Bir kere hareket ettikten hemen sonra hızlı olan öne geçmiştir. Diğeriyle tekrar yan yana gelmesi için ona tur bindirmesi lâzım.
Öyle değil mi?
Bir tur da pistin çevresi kadar olduğuna göre, demek ki 12 dakika da diğerinden 1 tur fazla yol almış oluyor bu durumda.
O halde ikisinin 12 dakikada aldıkları yolların farkı pistin çevresine eşittir.
Dolayısıyla pistin çevresi 30.12 – 20. 12 = 120 m dir.
Anladınız mı?
Anlamış olmanız lâzım☺
Özetleyelim mi?
Buyurun.

Dairesel bir pistte aynı noktadan aynı anda hareketlerde karşılaşma zamanı t olsun.
Pistin çevresi = $(v_1 + v_2).t$ dir.

Yani, pistin çevresi eşittir hızlar toplamı çarpı zaman.☺
Eğer aynı yöne giderlerse
Pistin çevresi = $(v_1 - v_2).t$ dir.

Yani, hızlar farkı çarpı zaman.☺

Yollar oranı = Hızlar oranı...

Doğru. İki aracın aldığı yolların oranı eşittir hızlarının oranı. Ama ne zaman?
Bu her zaman mümkün değil tabii ki. Sadece **iki araç aynı süre hareket etmişse bu sürede aldıkları yolların oranı hızlarının oranına eşittir.**

Bunun mantığı da çok basit.

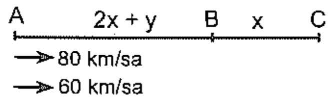
x = v.t eşitliğinden $t = \frac{x}{v}$ olarak yazılabilir.

Bu eşitliği iki araç için de yazar ve küçük bir ayar da yaparsanız t ler aynı iken $t = \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2}$ olduğundan

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2}$ olduğunu görebilirsiniz.

Demek ki iki araç aynı süre hareket ettiğinde gittikleri yolların oranı ile hızlarının oranı eşit oluyormuş. Görmek lâzım☺
Bunu şu örnekte göstereyim size.

Örnek soru



Hızları saatte 80 km ve 60 km olan iki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda yola çıksınlar. Hızı fazla olan C yer varıp hiç durmadan geri döndüğünde diğeriyle B karşılaşmış olsun diyelim.

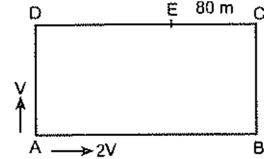
Bu durumda $\frac{x}{y}$ oranı kaç olur?

Bunu bulalım.
İki araç da aynı süre hareket ettiğine göre, aldıkları yolların oranı ile hızlarının oranı eşittir.

Hızı 80 km olanın aldığı yol : (2x+y) + x + x = 4x + y
60 km olanın ise 2x + y dir.
Bu durumda hızlar oranı = yollar oranından

$\frac{80}{60} = \frac{4x+y}{2x+y}$ eşitliğinden $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$ bulunuyor.

Örnek Soru



Şekildeki, dikdörtgen biçimindeki ABCD koşu pistinin A köşesinde iki koşucu durmaktadır. Koşuculardan biri B ye doğru saatte 2V hızıyla, öteki de D ye doğru saatte V hızıyla aynı anda koşmaya başlıyor. Koşucular ilk kez [DC] üzerindeki E noktasında karşılaşıyorlar.

|EC| = 80 m olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç m dir?

Şekilli bi soru☺
|AB| = |DC| = x ve |BC| = |AD| = y olsun diyelim. Bu durumda |DE| = x – 80 olur.(Bunu da sormayın yani.☺)

İki koşucu aynı süre hareket ettiğinden bu süre içinde aldıkları yolların oranı ve hızlarının oranına eşit olacak.
Bu sürede hızı v olanın aldığı yol y + x – 80 m,
2v olanın ise x + y + 80 m dir.

Dolayısıyla $\frac{v}{2v} = \frac{y+x-80}{x+y+80}$ dir.

Bu eşitlikten x + y = 240 m yi bulursanız çevresini de 2(x + y) = 480 m olarak bulursunuz gari.☺

Şimdi desem size ki bu ÖSYM deki amcaların bu konudan sorduğu en zor sorular bu kısımla ilgili. İnanmazsınız.☺
Ama bu anlattığım hususu iyi kavrarsanız bu bile çocuk oyuncağı.☺ Gerçi ne tür oyuncaklardan hoşlandığınızı da bilmiyorum☺

Gerçi bu konuda bir de ortalama hız muhabbeti vardı. Ama yerim kalmadı.☹

1. **Saatte 90 km hızla giden bir araç 3 saatte kaç km yol alır?**

2. **Saatteki hızı 120 km olan bir otomobil 240 km yolu kaç saatte gider?**

3. **Bir araç 320 km yolu saatte v km hızla 4 saatte gittiğine göre, v kaçtır?**

4. Bir bisikletli 60 km lik bir yolu saatte 20 km hızla giderse a saatte, 15 km hızla giderse b saatte gidiyor.

   Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

5. Bir araç 240 km lik bir yolun ilk yarısını saatte 60 km hızla, diğer yarısını da saatte 40 km hızla gidiyor.

   Yolun tamamını kaç saatte almıştır?

6. Saatteki hızları 90 km ve 108 km olan iki araç A kentinden B kentine gidiyor.

   Hızı fazla olan araç 5 saatte gittiğine göre, hızı az olan kaç saatte gider?

7. Bir araç 520 km lik yolda saatte 80 km hızla 3 saat, v km hızla 4 saat giderek yolu tamamlıyor.

   Buna göre, v kaçtır?

8. Bir araç saatte v km hızla 2 saat, v + 10 km hızla da 3 saat giderek 230 km yol gidiyor.

   Buna göre, v kaçtır?

9. Bir minibüs aralarında 320 km uzaklık olan A ve B şehirleri arasını 40 km hızla t saat, 50 km hızla t + 1 saat giderek alıyor.

Buna göre, t kaçtır?

10. Bir otomobil saatte 60 km hızla t saat, 80 km hızla 6 – t saat giderek 440 km yol alıyor.

Buna göre, t kaçtır?

11. Bir otobüs A kentinden B kentine 5 saatte gidiyor. Otobüsün saatteki hızı 20 km daha fazla olsaydı 4 saatte gidecekti.

Buna göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?

12. Bir yolu Ahmet dakikada 2v hızıyla 12 dakikada yürüyor.

Buna göre, aynı yolu 3v hızıyla kaç dakikada yürür?

13. Bir hareketli 340 km lik bir yolu saatte V km hızla 2 saat, (V+10) km hızla 4 saat giderek tamamlıyor.

Buna göre, V kaçtır?

14. A ve B şehirleri arası 580 km dir. Bir araç A şehrinden yola çıkarak, 80 km/sa hızla 3 saat, 70 km/sa hızla 2 saat, v km/sa hızla 4 saat giderek B ye varıyor.

Buna göre, v kaçtır?

15. **Hızları oranı $\frac{2}{3}$ olan iki araçtan hızlı olanın 4 saatte aldığı yolu yavaş olan kaç saatte alır?**

16. Saatteki hızı 2v olan bir otomobilin 3 saatte aldığı yol saatteki hızı v olan otomobilin 5 saatte aldığı yoldan 40 km fazladır.

Buna göre, v kaçtır?

1. Bir hareketli belli bir yolu 5 saatte alıyor. Eğer hızını saatte 20 km artırırsa aynı yolu 4 saatte alıyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç km dir?

2. A ve B kentlerinin arası 300 km dir. A kentine geldiğinde hızı saatte 50 km olan bir araç 4 saat sonra B ye varmak istiyor.

Buna göre, hızını kaç km artırmalıdır?

3. Bir araç A kentinden B kentine 5 saatte gidiyor. B den A ya ise saatte 75 km hızla 4 saatte dönüyor.

Buna göre, A dan B ye saatte kaç km hızla gitmiştir?

4. A ve B şehirleri arasındaki yolu saatte (v – 10) km hızla 4 saatte alan bir otomobil, saatteki hızını 20 km artırdığında aynı yolu 3 saatte alıyor.

Buna göre, AB arası kaç km dir?

5. Hızları saatte v km ve (v + 30) km olan iki araç A kentinden B kentine doğru yola çıkıyor.

Araçlardan biri 3 saatte, diğeri 4 saatte B kentine vardığına göre, v kaçtır?

6. Saatteki hızları 2v ve 3v olan iki otomobil aynı anda A kentinden B kentine doğru harekete başlıyor.

Hızı fazla olan B kentine 4 saat daha erken vardığına göre, hızı az olan otomobil B kentine kaç saatte varır?

7. Bir kamyon A kentinden B kentine 80 km hızla 6 saatte gidiyor.

Buna göre, B den A ya saatte 120 km hızla kaç saatte döner?

8. Bir motosikletli A ve B kentleri arasındaki yolu 4 saatte almaktadır. Motosikletli, saatteki hızını 10 km azaltırsa, aynı yolu 5 saatte almaktadır.

Buna göre, A ve B kentleri arasındaki yol kaç km dir?

9. A kenti ile B kenti arası 320 km dir. A dan B ye doğru hareket eden bir araç belirli bir hızla 3 saat gittikten sonra saatteki hızını 10 km artırarak kalan yolu 2 saatte tamamlayıp B ye varmıştır.

Buna göre, aracın ilk hızı saatte kaç km dir?

10. Bir araç A ve B arasındaki yolu 60 km/saat hızla 10 saatte alıyor.

Buna göre, bu araç yolun yarısında 75 km/saat hızla, diğer yarısında 100 km/saat hızla giderse yolun tamamını kaç saatte alır?

11. Hızı sabit olan bir araç 2 saatte 160 km yol almıştır.

Bu aracın daha 3 saatlik yolu kaldığına göre, bu yolun tamamını saatteki hızı 100 km olan başka bir araç kaç saatte alır?

12. 400 km lik yolun bir kısmı toprak, bir kısmı asfalttır.

Toprak yoldaki hızı saatte 40 km, asfalttaki hızı 60 km olan bir araç bu yolun tamamını 8 saatte aldığına göre, toprak kısım kaç km dir?

1. A kentinden B kentine giden ve durmadan geri dönen bir otomobil, gidişinde ortalama 40 km, dönüşünde 30 km hız yapmıştır.

Bu otomobil 7 saatte gidip geldiğine göre, A dan B ye kaç saatte gitmiştir?

2. Bir araç A kenti ile B kenti arasındaki yolu ortalama v km/saat hızla giderek 12 saatte alıyor.

Bu araç aynı yolun yarısını ortalama 3v km/saat hızla aldıktan sonra, tüm yolu yine 12 saatte tamamlamak için kalan kısmını ortalama kaç km/saat hızla gitmelidir?

3. Bir öğrenci evden okula yürüyerek 12 dakikada gidip koşarak 8 dakikada dönüyor.

Bu öğrencinin yürüme hızı dakikada 100 m olduğuna göre, koşma hızı dakikada kaç metredir?

4. Bir araç A kentinden B kentine saatte v km hızla gidip, v + 30 km hızla geri dönüyor.

Araç A dan B ye 5 saatte gidip 3 saatte döndüğüne göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?

5. Bir hareketli K ve L kentleri arasındaki yolu saatte 40 km hızla gidip, 50 km hızla dönüyor.

Gidiş ve dönüş süreleri toplamı 9 saat olduğuna göre, K ve L kentleri arası kaç km dir?

6. Bir hareketli A kentinden B kentine saatte v km hızla 5 saatte gidip, saatte v + 20 km hızla 4 saatte dönmüştür.

Buna göre, v kaçtır?

7. Bir hareketli belli bir yolu saatte v+20 km hızla 5 saatte gidiyor ve aynı yolu saatte v–10 km hızla 8 saatte dönüyor.

Buna göre, V kaçtır?

8. Bir bisikletli iki kasaba arasındaki yolu saatte ortalama 20 km hızla gidip, hiç mola vermeden saatte ortalama 15 km hızla dönerek yolculuğu 7 saatte tamamlıyor.

Bu iki kasaba arasındaki uzaklık kaç km dir?

9. Hızları saatte 40 km ve 60 km olan iki araç A kentinden B kentine doğru yola çıkıyor.

Hızı fazla olan araç B kentine 2 saat daha önce vardığına göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?

10. Bir hareketli, belli bir yolu saatte ortalama v km hızla t saatte almıştır.

Hareketli, ortalama hızını saatte 1 km eksiltirse aynı yolu kaç saatte alır?

11. K ——— L

Saatteki hızları 4v ve 3v olan iki araç K noktasından aynı anda L noktasına doğru harekete başlamıştır.

Hızı fazla olan araç öbüründen 2 saat önce L noktasına vardığına göre, hızı az olan araç L noktasına kaç saatte gitmiştir?

12. A kentinden B kentine gitmek için aynı anda yola çıkan iki otomobilden birincisi saatte 60 km, ikincisi de saatte 80 km hızla gidiyor.

İkinci otomobil B kentine 2 saat daha önce vardığına göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?

1. **Hızları sırasıyla v_1, v_2, $(3v_1 - 2v_2)$ olan üç taşıttan birincinin t saatte aldığı yol a, ikincinin t saatte aldığı yol b olduğuna göre, üçüncünün t saatte aldığı yol nedir?**

2. Bir araç A kentinden B kentine saatte 60 km hızla giderse varması gereken zamandan 2 saat sonra, 90 km hızla giderse 2 saat önce varıyor.

Buna göre, AB arası kaç km dir?

3. Ahmet bir A noktasından B noktasına dakikada 200 m hızla gidip, 120 m hızla geri dönüyor.

Gidiş dönüş süresi 8 dakika olduğuna göre, AB arası kaç metredir?

4. Bir araç gideceği yolun yarısına geldiğinde hızını iki katına çıkararak yolun tamamını 6 saatte gitmiştir.

Buna göre, araç yola ilk hızıyla devam etseydi yolun tamamını kaç saatte gidebilirdi?

5. Saatteki hızı 120 km olan bir araç her saat sonunda hızını yarıya düşürerek iki kent arasındaki yolu 3 saatte gitmiştir.

Buna göre, iki kent arası kaç km dir?

6. Bir yüzücü akıntıya karşı dakikada 16 m hızla, akıntıyla aynı yönde ise 24 m hızla yüzüyor.

Akıntıyla aynı yönde yüzmeye başlayıp bir süre sonra geri gönen yüzücü 15 dakika sonra ilk harekete başladığı noktaya geldiğine göre, akıntıya karşı kaç metre yüzmüştür?

7. Saatteki hızı 80 km olan bir araç saat 12:00 da A kentinden B kentine doğru yola çıkarak 14:30 da B kentine varıyor.

Buna göre, saatte 100 km hızla saat 15:00 da B kentinden A ya doğru yola çıkarsa saat kaçta A ya varır?

8. 500 km lik bir yolun bir kısmı toprak, bir kısmı asfalttır. Bu yolu gidecek olan bir aracın topraktaki ve asfalttaki ortalama hızı sırası ile 60 km/saat ve 100 km/saattir.

Araç yolunun tamamını 7 saatte aldığına göre, yolun asfalt kısmını kaç saatte gider?

9. Saatteki hızı V olan bir hareketli A ve B arasındaki yolu 12 saatte almıştır.

Bu hareketli yolun yarısında saatte $\frac{V}{2}$ hızıyla, diğer yarısında da 3V hızıyla giderse yolun tamamını kaç saatte alır?

10. Bir koşucunun x metre yolu t saatte koşması isteniyor.

Koşucu yolun $\frac{1}{4}$ ünü $\frac{t}{2}$ saatte koştuğuna göre, geri kalan yolu zamanında tamamlaması için hızını kaç katına çıkarması gerekir?

11. A ve B kentleri arasındaki yolun $\frac{1}{4}$ ünde onarım yapılmaktadır. Yolun düzgün kısmında saatte v km hızla giden bir araç, onarım olan kısmında $\frac{v}{3}$ km hızla gitmiştir.

Bu koşullarda A ile B kentleri arasındaki yolun tamamını 10 saatte giden bu araç, onarım yapılan kısmı kaç saatte gitmiştir?

12. Sabit bir hızla yürüyen İrem, evden okula giderken yolun $\frac{1}{4}$ ünü yürüdüğünde matematik kitabını yanına almadığını fark ediyor. Eve dönerek kitabını alıp tekrar okula giderse yolda harcadığı süre 6 dakika artıyor.

Buna göre, İrem evden okula kaç dakikada yürümektedir?

Birbirine Doğru hareket soruları...

1. A ve B şehirlerinden karşılıklı olarak, aynı anda yola çıkan iki otomobilin saatteki hızları 70 km ve 100 km dir.

İki hareketli yola çıktıktan 2 saat sonra karşılaştıklarına göre, A ve B şehirleri arası kaç km dir?

2. Aralarında 150 km mesafe olan A ve B şehirlerinden karşılıklı olarak aynı anda, birbirine doğru, saatte v km ve (v + 10) km hızlarla harekete başlayan iki hareketli 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, v kaçtır?

3. Aralarında 1800 m olan A ve B noktalarından dakikadaki hızlarının farkı 100 m olan iki hareketli aynı anda birbirine doğru harekete başlıyorlar.

Hareketliler 5 dakika sonra karşılaştıklarına göre, hızı fazla olanın hızı kaç m/dak dır?

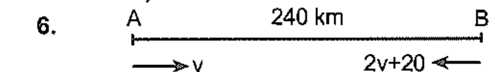
4. A ve B şehirlerinden saatteki hızları sırasıyla 40 km ve 30 km olan aynı anda birbirine doğru harekete başlıyor.

Bu iki otomobil B den 120 km uzakta karşılaştığına göre, A ve B şehirleri arası kaç km dir?

5. Saatteki hızları 40 km ve 60 km olan iki otomobil A ve B şehirlerinden aynı anda birbirine doğru harekete başladıktan 2 saat sonra karşılaşıyorlar.

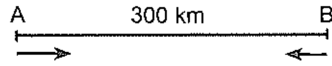
Buna göre, hızı az olan otomobil karşılaştıktan kaç saat sonra karşı şehre varır?

6.



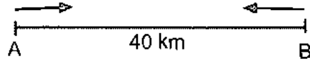
Aralarında 240 km olan A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla v ve 2v + 20 km olan iki araç aynı anda birbirine doğru hareket ediyorlar.

İki araç 3 saat sonra karşılaştıklarına göre, v kaçtır?

7. 

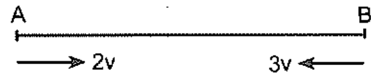
Hızların farkı 10 km/sa olan iki araç aralarında 300 km olan A ve B kentlerinden aynı anda birbirine doğru hareket ettiklerinde 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, araçlardan hızlı olanın hızı kaç km/sa dir?

8. 

Şekildeki A ve B kentleri arasındaki uzaklık 40 km dir. A dan hızı saatte 4 km olan bir yaya, B den saatte hızı 16 km olan bir bisikletli aynı anda birbirine doğru yola çıkıyor.

Yaya kaç km yol yürüdüğünde bisikletli ile karşılaşır?

9. 

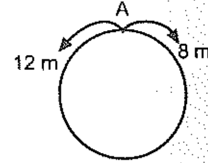
Hızları 2v ve 3v olan iki araç A ve B kentlerinden aynı anda birbirine doğru hareket ederek 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, hızı az olan araç bu yolun tamamını kaç saatte gider?

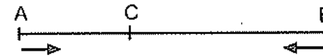
10. Aralarındaki yol 300 km olan A ve B kentlerinden aynı anda, sabit hızla birbirine doğru hareket eden iki araç 4 saat sonra karşılaşıyor.

Bu iki araçtan birinin hızı değiştirilmediğine göre, diğerinin saatteki hızı kaç km artırılırsa karşılaşma, hareketten 3 saat sonra gerçekleşir?

11. Hızları dakikada 12 metre ve 8 metre olan iki hareketli, bir çember üzerindeki A noktasından aynı anda, ters yönde hareket ettikten 6 dakika sonra karşılaşıyorlar.



Hareketlilerden hızlı olanı, karşılaşmadan kaç dakika sonra A ya ulaşır?

12. 

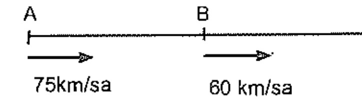
Hızları toplamı saatte 150 km olan iki araç A ve B noktalarından aynı anda ve birbirine doğru hareket ederek 4 saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar.

A dan hareket eden araç C ile B arasındaki uzaklığı 8 saatte gittiğine göre bu aracın saatteki hızı kaç km dir?

Aynı yöne aynı anda hareket soruları.

1. A ve B kentleri arası x km dir. Saatteki hızları 60 km ve 45 km olan iki araç aynı anda, aynı yöne doğru harekete başlıyorlar.

Hızı fazla olan diğerine 6 saat sonra yetiştiğine göre x kaçtır?

2. 

İki otomobil A ve B noktalarından aynı anda, aynı yöne hareket ediyorlar. A dan hareket edenin hızı 75 km/saat, diğerininki 60 km/saat tir.

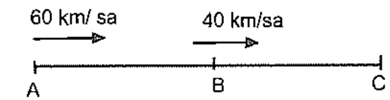
A dan hareket eden araç 3 saat sonra diğerine yetiştiğine göre, A ile B arası kaç km dir?

3. Aralarında 60 km olan A ve B noktalarından saatteki hızları 3v ve 2v olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru hareket ediyorlar.

2 saat sonra hızlı olan araç diğerine yetiştiğine göre, v kaçtır?

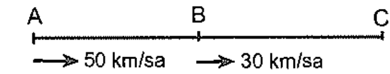
4. İki otomobil aralarında 100 km olan A ve B kentlerinden, saatte 70 km ve 50 km hızla aynı anda, aynı yöne doğru harekete başlıyorlar.

Buna göre, arkadaki öndeki otomobile kaç saat sonra yetişir?

5. 

A dan, B den aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki aracın saatteki hızları 60 ve 40 km dir.

İki araç aynı anda C ye vardıklarına göre, $\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

6. 

Saatteki hızı 50 km olan bir araç A kentinden hareket ettikten 2 saat sonra saatteki hızı 30 km olan başka bir araç da B kentinden hareket ediyor.

A dan hareket eden araç harekete başladıktan 5 saat sonra diğer araca yetiştiğine göre, |AB| kaç km dir?

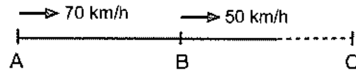
7. A kentinden saatteki hızı 60 km olan bir araç harekete başladıktan 1 saat sonra saatteki hızı 75 km olan ikinci bir araçta aynı istikamette yola çıkıyor.

Buna göre, ikinci araç birinci araca A dan kaç km uzakta yetişir?

8. A ve B kentleri arasındaki uzaklık 300 km dir. A ve B kentlerinde bulunan iki otomobil birbirine doğru hareket ederlerse 3 saat sonra karşılaşıyorlar. Aynı yönde hareket ederlerse 10 saat sonra biri diğerine yetişiyor.

Buna göre, hızı daha fazla olan otomobilin saatteki hızı kaç km dir?

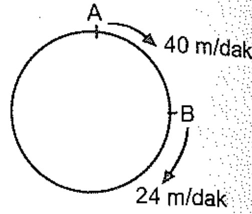
9.



Hızı saatte 70 km olan bir araç A kentinden B kentine harekete başladıktan 2 saat sonra, saatteki hızı 50 km olan başka bir araç B kentinden C ye doğru harekete başlıyor.

A kentinden harekete başlayan araç ilk hareketinden 4 saat sonra B kentinden hareket eden araca yetiştiğine göre, |AB| arası kaç km dir?

10. Hızları dakikada 40 m ve 24 m olan iki hareketli, dairesel bir pistin A ve B noktalarından aynı anda harekete başlıyorlar.



A dan hareket eden hareketli 2 dakika sonra diğerine yetiştiğine göre, AB yolu kaç metredir?

11. A ve B şehirlerinden hızları sırasıyla V_1 ve V_2 olan $(V_1 > V_2)$ iki araç aynı anda birbirine doğru hareket ettiklerinde 3 saat sonra karşılaşıyorlar. İki araç aynı anda aynı yöne doğru giderlerse 7 saat sonra yan yana geliyorlar.

Buna göre, $\frac{V_1 + V_2}{V_1 - V_2}$ **oranı kaçtır?**

12. Çevresi 600 m olan dairesel bir pistin bir A noktasından aynı anda harekete eden iki araç aynı yöne giderse 40 saniye sonra yan yana geliyorlar. Zıt yönde hareket ederse 20 saniye sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, hızı fazla olan aracın saniyedeki hızı kaç metredir?

Aynı noktadan hareket soruları...

1. K L M
20 km/sa ← → 30 km/sa

Hızları saatte 20 km ve 30 km olan iki araç bir L noktasından aynı anda zıt yönlerde harekete başlıyorlar.

Buna göre, 3 saat sonra aralarındaki uzaklık kaç km olur?

2. **Aynı noktadan, aynı anda birbirine zıt yönlerde hareket eden iki otomobilin hareketlerinden 2 saat sonra aralarındaki mesafe 340 km olduğuna göre, bu iki otomobilin saatteki hızları toplamı kaç km dir?**

3. Saatteki hızları (v+20) km ve 70 km olan iki araç aynı anda, aynı noktadan zıt yönlerde harekete başlıyorlar.

7 saat sonra aralarındaki uzaklık 700 km olduğuna göre, v kaçtır?

4. Hızlarının farkı 20 km/saat olan iki araç, aynı noktadan, aynı ada zıt yönde harekete başlıyorlar.

Harekete başladıktan 2 saat sonra aralarındaki uzaklık 180 km olduğuna göre, hızı fazla olan aracın saatteki hızı kaç km dir?

5. Hızları dakikada 60 m ve 80 m olan iki kişi dairesel bir pistte aynı noktadan, aynı anda zıt yönlerde harekete başlıyorlar.

İlk kez harekete başladıktan 3 dakika sonra karşılaştıklarına göre, pistin çevresi kaç metredir?

6. Hızlarının toplamı 60 km olan iki bisikletli aynı noktadan aynı yöne doğru harekete başladıktan 2 saat sonra aralarında 12 km oluyor.

Buna göre, hızı az olan bisikletlinin saatteki hızı kaç km dir?

7. Hızları farkı 6 km/saat olan iki bisiklet, aynı noktadan aynı anda, zıt yönde hareket ediyorlar.

Hareketlerinden 1 saat sonra aralarındaki uzaklık 30 km olduğuna göre, daha hızlı giden bisikletlinin hızı kaç km/saat tir?

Ortalama hız muhabbeti...

8. Ferzan evden okula dakikada 60 m hızla gidip okuldan eve dakikada 40 m hızla dönüyor.

Buna göre, Ferzan'ın ortalama hızı dakikada kaç metredir?

9. Bir araç K kentinden M kentine saatte 30 km hızla gitmiş ve saatte v km hızla dönmüştür.

Bu gidiş dönüşte aracın ortalama hızı saatte 24 km olduğuna göre, v kaçtır?

10. Bir otomobil A kentinden yola çıkarak saatte 50 km hızla 2 saat, 70 km hızla 2 saat ve 60 km hızla 3 saat giderek B kentine varıyor.

Otomobilin ortalama hızı saatte kaç km dir?

11. Bir araç A kentinden saatte V km hızla harekete başlayarak ilk 1 saatten sonra hızının 20 km, ikinci saatten sonra ise 5 km daha artırarak 3 saatte B kentine varıyor.

Aracın yol boyunca ortalama hızı 65 km/sa olduğuna göre, V kaçtır?

12. Bir araç A kentinden B kentine V km/sa hızla 3 saatte gidip V + 40 km/sa hızla 2 saatte dönüyor.

Buna göre, aracın hareketi süresince ortalama hızı kaç km/sa tir?

Yollar oranı = hızlar oranı muhabbeti...

1. A 40 km B 120 km C

→ 80 km/h → v

Aralarında 40 km olan A ve B şehirlerinden saatteki hızları sırasıyla 80 km ve v olan iki araç aynı anda aynı yöne doğru harekete ediyorlar.

Araçlar B den 120 km uzaklıktaki C şehrine aynı anda vardıklarına göre, v kaçtır?

2. **Hızları 3v ve 2v olan iki araç t saatte sırasıyla 180 km ve x + 20 km yol aldığına göre, x kaçtır?**

3. A B C

→ 80 km/sa → 60 km/sa

A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla 80 km ve 60 km olan iki araç aynı anda C ye doğru hareket ediyorlar.

İki araç aynı anda C ye vardıklarına göre, $\frac{|AB|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

4. A (x+20) km B (2x-10) km C

2v ← → 3v

Hızları 2v ve 3v olan iki araç B noktasından zıt yönlerde hareket ederek aynı anda A ve C kentlerine varıyorlar.

$|AB| = x + 20$ km , $|BC| = 2x - 10$ km **olduğuna göre, A ve B kentleri arası kaç km dir?**

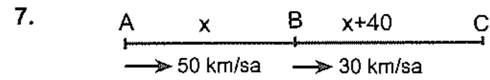
5. **Hızları v+10 km/saat ve v – 10 km/saat olan iki aracın 3 saatte aldıkları yolların oranı $\frac{2}{3}$ olduğuna göre v kaçtır?**

6. A — C — B

Hızları saatte 40 km ve 60 km olan iki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda hareket ediyorlar. Hızlı olan araç B ye varıp hiç durmadan geri dönüyor ve C noktasında diğer araçla karşılaşıyor.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

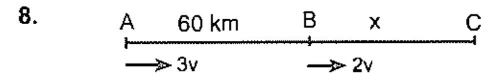
7.



Hızları saatte 50 km ve 30 km olan iki araç A ve B kentlerinden aynı anda hareket ederek C de yan yana geliyorlar.

$|AB| = x$ km , $|BC| = x + 40$ km **olduğuna göre, x kaçtır?**

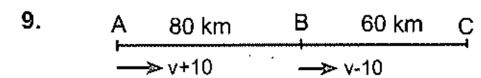
8.



Hızları 3v ve 2v olan iki araç aralarında 60 km olan A ve B kentlerinden aynı anda hareket ederek C de yan yana geliyorlar.

$|AB| = 60$ km **olduğuna göre,** $|BC| = x$ **kaç km dir?**

9.

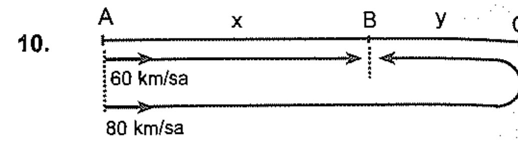


$|AB| = 80$ km , $|BC| = 60$ km

Hızları saatte v+10 km ve v – 10 km olan iki araç A ve B kentlerinden aynı anda hareket ediyor.

A kentinden hareket eden araç diğerine C kentinde yetiştiğine göre, v kaçtır?

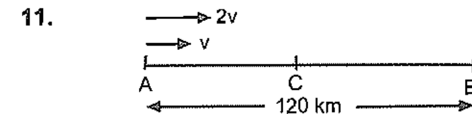
10.



Hızları saatte 60 km ve 80 km olan iki araç A kentinden C kentine doğru aynı anda hareket ediyorlar. Hızlı olan araç C ye varıp hiç durmadan geri dönüyor ve B noktasında diğer araçla karşılaşıyor.

Buna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ **oranı kaçtır?**

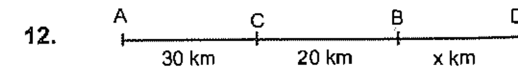
11.



ACB yolu 120 km dir. Hızları saatte v ve 2v km olan iki araç A dan aynı anda hareket ediyor. Araçlardan biri B ye gidip hiç durmadan dönerek C ye vardığı anda, diğeri A dan C ye ulaşıyor.

Buna göre, BC yolu kaç km dir?

12.



$|AC| = 30$ km, $|BC| = 20$ km, $|BD| = x$ km

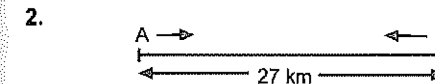
Şekilde gösterilen A ve B noktalarından aynı anda hareket eden iki araç birbirine doğru gittiklerinde C de, aynı yönde gittiklerinde ise D de buluşuyorlar.

Verilen uzunluklara göre, x kaç km dir?

1. Birinin hızı öbürünün hızının 3 katı olan iki koşucu, bir çembersel pistin başlangıç noktasından, aynı anda koşmaya başlıyorlar.

Bu iki koşucu, ilk kez aynı anda pistin başlangıç noktasına geldiklerinde hızı daha fazla olan koşucu kaç tur yapmış olur?

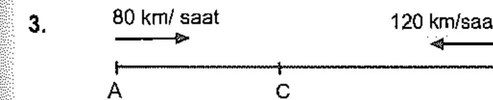
2.



Birbirinden 27 km uzakta olan A ve B noktalarından aynı anda ve birbirlerine doğru harekete başlayan iki hareketli 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Bu iki hareketliden sadece biri saatteki hızını kaç km artırırsa, karşılaşma 2 saat sonra gerçekleşir?

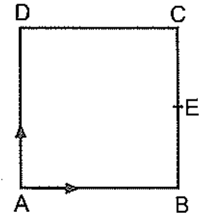
3.



Hızı saatte 80 km olan bir hareketli A noktasından, hızı saatte 120 km olan diğer bir hareketli B noktasından birbirine doğru aynı anda hareket ederek C noktasında karşılaşıyorlar.

B den hareket eden, karşılaştıktan 2 saat sonra A noktasına vardığına göre, AB arası kaç km dir?

4. İki yarışmacı şekildeki A noktasından aynı anda koşuya başlıyor. Birisi AB yönünde V_1 hızı ile diğeri AD yönünde V_2 hızı ile ABCD karesi çevresinde koşuyorlar.



İki yarışmacı, ilk kez BC nin orta noktasında karşılaştıklarına göre, $\frac{V_2}{V_1}$ **oranı kaçtır?**

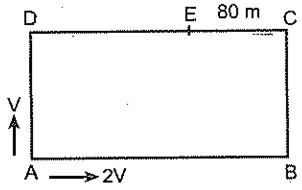
5. Hızlarının oranı $\frac{2}{3}$ olan iki hareketli aynı noktadan zıt yönlerde harekete başladıktan 2 saat sonra aralarındaki mesafe 60 km oluyor.

Buna göre, bu hareketliler aynı anda, aynı yönde hareket etselerdi 2 saat sonra aralarındaki mesafe kaç km olurdu?

6. A şehrinden saatte 60 km hızla B şehrine giden bir otomobil, 1 saat mola verdikten sonra saatte 80 km hızla A ya geri dönüyor.

Otomobil A dan yola çıktıktan 8 saat sonra A ya geri döndüğüne göre, A ve B arası kaç km dir?

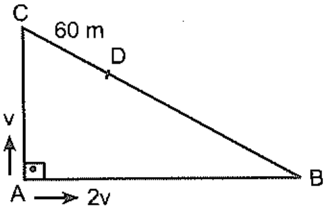
7.



Şekildeki, dikdörtgen biçimindeki ABCD koşu pistinin A köşesinde iki koşucu durmaktadır. Koşuculardan biri B ye doğru saatte 2V hızıyla, öteki de D ye doğru saatte V hızıyla aynı anda koşmaya başlıyor. Koşucular ilk kez [DC] üzerindeki E noktasında karşılaşıyorlar.

|EC| = 80 m olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç m dir?

8.



Şekildeki ABC dik üçgeninin, A köşesinde bulunan iki hareketliden biri B ye doğru saatte 2v metre sabit hızla, öteki de C ye doğru v metre sabit hızla aynı anda harekete başlıyor ve ilk kez [BC] üzerindeki D noktasında karşılaşıyorlar.

3.|AB| = 4.|AC| **ve** |CD| = 60 **m olduğuna göre, |BC| uzunluğu kaç m dir?**

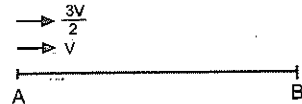
9. Hızlarının oranı $\frac{49}{50}$ olan iki koşucudan hızlı olanı koşuyu diğerinden 2 saniye önce bitirmiştir.

Buna göre, hızlı olan koşucu koşuyu kaç saniyede bitirmiştir?

10. Saatteki hızları 10 km ve 30 km olan iki hareketli sırasıyla A ve B kentlerinden aynı anda birbirlerine doğru harekete başladıktan 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, bu iki hareketli A ve B nin orta noktasından kaç km uzakta karşılaşırlar?

11.



Saatteki hızları sırasıyla V km ve $\frac{3V}{2}$ km olan iki araç AB yolunu sırasıyla a ve b saatlerde alıyorlar.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ **oranı kaçtır?**

"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."

Cahit ARF

Son Hafta

- *Yüzde Problemleri*
- *Karışım Problemleri*
- *Faiz Problemleri*

Başarıya giden yolda önce başarısızlığı sollamalısınız.

Mickey Rooney

Hata yapmayan bir insan genellikle hiçbir şey yapmıyordur.

William Conor Magee

Matematiğin hiçbir dalı yoktur ki, ne kadar soyut olursa olsun, bir gün gerçek dünyada uygulama alanı bulmasın.

LOBACHEVSKİ

Bir insan birçok kez başarısızlığa uğrayabilir ama başkalarını suçlamaya başlamadığı sürece başarısız bir insan değildir.

YÜZDE PROBLEMLERİ

Günlük yaşamın da içine sinmiş önemli ama önemli olmakla birlikte çok da basit bir konu☺

Eğer verilen bir metni matematik diline çevirebiliyorsanız burada zorlanmayacaksınız. (Tabii ki mantığınızı devre dışı bırakmazsanız. ☺ (Demek ki siz de mantık var☺))

Neyse işte...

Diyeceğim o ki çok basit bir iki mantıksal yaklaşımla kolaylıkla halledebileceğiniz bi şey bu.

Ama ilk önce size şimdi soracağım sorulara cevap verin bakalım. (Korkmayın kolay soracağım. ☺)

İlk sorum şu:

40 ın dörtte biri kaçtır? (Yani, 40 ın $\frac{1}{4}$ ü kaçtır?)

İkincisi de şu:

40 ın 5 te 2 si kaçtır? (Yani, $\frac{2}{5}$ i kaçtır?)

Şimdi bunları bulamayacak olan çıkar mı ki aranızda? (Olmaması lâzım. Eğer varsa... ☺ Lütfen kesir problemlerine tekrar bakıla☺)

Devam edeyim.

Peki, aynı mantıktaki başka bir soruyu şöyle sorayım size,

40 ın yüzde 25 i kaçtır? (Yani, $\frac{25}{100}$ ü kaçtır?)

Ya da 60 ın yüzde 50 si? (Yani, $\frac{50}{100}$ ü kaçtır?)

İşte bunu ilk kim uydurduysa yüzde yerine % sembolünü kullanmış. (Ne benzerliği varsa. Bilmiyorum gerçekten.☺)

İyi de % gösteriminin ne anlama geldiğini bilmeyen var mı ki?

Bildiğinizi sanıyorum. Çünkü ilköğretimden beri bahsi geçer kitaplarda.☺ Onun için bilirsiniz.☺

Karizmayı o kadar da çizdirmezsiniz di mi? (Olmayan şey de çizilir mi ki? Olsa bu kitapla işimiz ne? der gibisiniz.☺)

Anlıyorum sizi.

Hem de çok iyi.

Ama emin olun ki 9, 10, 11, 12, ... sene öğretim ve eğitim görüp de dört işlem bile yapmayı beceremeyen, 35 tane 4 ün toplamını bile alt alta 35 tane 4 yazıp toplayan (Ve sonra da sürpriz olmayan bir şekilde yanlış bulan☺) çok öğrenci Antrenmanlarla Matematik mantığıyla çok iyi yerleri kazandılar.

Onun için diyeceğim o ki. Bir iş başta ne kadar zor olursa olsun sizin için. O işe zaman ayırdığınız her dakikadan sonra o iş daha bi kolaylaşır.

Zaten hepiniz ortalama bir zekâya sahip olduğunuza göre, matematiği yapamamanız gibi bir olasılık yok. Ama zaman ayırmayıp işi savsaklayan(Daha doğrusu başka şeylere! daha çok zaman ayırıp) ve sonra da pes edip sonun da başaran da yok gibi.

Kararlı ve sabırlı olun. Sürekli ve programlı çalışın.

Unutmayın ki **"Matematikte zekâdan önce sabır gelir."**

Yeter bu kadar geyik.☺

Devam edelim.

İlk önce şunu söyleyeyim. Yüzde 40 ı % 40 şeklinde gösteriyoruz.

Diyelim ki bir sayı (x) var.

Bu sayının % 20 si $x \cdot \frac{20}{100}$

Bu sayının % 20 sinin 5 fazlası $x \cdot \frac{20}{100} + 5$

Bu sayının 20 fazlasının % 10 u $(x+20) \cdot \frac{10}{100}$

Bu sayının % 30 u ile % 20 sinin toplamı (yani, % 50 si)

$$x \cdot \frac{30}{100} + x \cdot \frac{20}{100} = x \cdot \frac{50}{100}$$

Soruyorum Allah aşkına. Ne farkı var bunun kesir problemlerinden?

Var mı sizce?

Bence yok da☺

Yani, bir sayının % 40 ı 30 ise bu sayı kaçtır?

Bu sayı x olsun diyelim.

Bu durumda $x \cdot \frac{40}{100} = 30$ eşitliğindeki x aradığımız sayıdır.

Var mı bir zorluğu?

Yok di mi?

Şimdi de şunu cevaplayın bakalım.

120 nin % 20 si kaçtır?

Neyi soruyor soru?

120 nin yüzde 20 sini. Olay bunu ifade edebilmekte bitiyor aslında.

Yani, $120 \cdot \frac{20}{100} = 24$ tür.

Bunda bi zorluk var mı?

Bir de daha genel bir açıdan bakalım mı olaya.

Aslında yüzde meselesi orantının ta kendisi. Doğru orantı.

Örnek vereyim.

Biraz basit olacak ama idare edin artık. ☺

%20 si 30 olan sayının % 50 si kaçtır?

% 20 si 30 ise

<u>% 50 si x tir.</u> ☺ (Doğru orantı var.)

20x = 30.50 den x = 75 miş.

Veya

% 60 ı 45 olan sayı kaçtır?

Bunu da orantıyla çözelim.

% 60 ı 45 ise,

<u>% 100 ü x tir.</u> ☺

Buradan da 60.x = 45.100 eşitliğinde güzelce bir sadeleştirmeden sonra x = 75 i bulunuyor.

Bildiğiniz! ☺ orantı değil mi bu. Hiçbir farkı yok. Hatta daha kolay. Zaten ilköğretimde de böyle görmüş olmanız lâzım.

Ama her soruda bunun çok da pırt olduğunu söylemek zor.

Örnek soru

Bir sayının % 20 sinin 2 fazlası ile % 30 unun 3 eksiği eşit olduğuna göre bu sayı kaçtır?

Çözelim.

Bu sayıya x diyelim.

Bu sayının(x in) % 20 sinin 2 fazlası $x \cdot \frac{20}{100} + 2$ dir.

Yine bu sayının % 30 unun 3 eksiği $x \cdot \frac{30}{100} - 3$ tür.

Var mı burada problem?

Bunlar eşitmiş işte.

Yani,

$x \cdot \frac{20}{100} + 2 = x \cdot \frac{30}{100} - 3$ ve bu eşitlikten de x = 50 yi bulursunuz artık.

Başka bir örnek soru

Zeynep haftalık harçlığının % 20 sini biriktiriyor.

3 haftada 24 TL biriktirdiğine göre, haftalık harçlığı kaç TL dir?

Çözelim.

Haftalık harçlığı x olsun.

Bir haftada $x \cdot \frac{20}{100}$ TL biriktiriyor.

İşte bunun 3 katı 24 TL imiş.

Yani,

$3\left(x \cdot \frac{20}{100}\right) = 24$ eşitliğinden x 40 TL olarak bulunuyor. (Tabii siz işlemleri yapın. Benim yerim kalmadığı için kısa kesiyorum.

1. 150 nin % 20 si kaçtır?

2. 400 ün % 3 ü kaçtır?

3. 50 nin % 130 u kaçtır?

4. 60 ın % 120 si kaçtır?

5. 150 nin % 10 u ile % 20 sinin toplamı kaçtır?

6. Hangi sayının % 10 u 50 dir?

7. Hangi sayının % 25 i 40 tır?

8. 200 ün yüzde kaçı 40 tır?

9. 3000 in yüzde kaçı 15 tir?

10. %20 si 60 olan sayının % 1 i kaçtır?

11. % 4 ü 3,2 olan sayı kaçtır?

12. % 7 si 0,028 olan sayı kaçtır?

13. % 3 ü $\frac{3}{25}$ olan sayı kaçtır?

14. Binde 4 ü 8 olan sayı kaçtır?

15. Hangi sayının yüzde 10 unun 2 eksiği 18 dir?

16. Hangi sayının % 40 ının 5 fazlası 55 tir?

17. Hangi sayının %23 ü % 12 sinden 22 fazladır?

18. Bir sayının %70 i ile % 30 unun farkı 16 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

19. % 60 ile % 24 ünün farkı 1800 olan sayının % 50 si kaçtır?

20. **%12 si ile % 14 ünün toplamı 130 olan sayının %13 ü kaçtır?**

21. **% 21 i ile % 17 sinin toplamı 190 olan sayının % 19 u kaçtır?**

22. **Bir sayının %10 ile binde 5 inin toplamı 210 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?**

23. **% 1 i 3 olan sayının % 30 u kaçtır?**

24. **%75 i 225 olan bir sayının % 85 i kaçtır?**

25. **% 120 si 192 olan sayının % 80 i kaçtır?**

26. Bir sayı ile bu sayının %30 unun toplamı 390 dır.

Bu sayı kaçtır?

27. **Bir sayı ile bu sayının % 25 inin toplamı 150 olduğuna göre, bu sayının % 40 ı kaçtır?**

28. **25 in % 60 ı 60 ın yüzde kaçına eşittir?**

29. **56 nın % 25 i ile 80 in % 30 unun toplamı kaçtır?**

30. Bir sayıdan bu sayının % 10 u çıkarıldığında sonuç 72 oluyor.

Bu sayı kaçtır?

31. **Bir sayının 2 katının 5 fazlasının % 40 ı 22 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?**

1. **Bir sayının % 4 ünün 5 katı 16 olduğuna göre, bu sayı kaçtır?**

2. **Ali'nin parasının %10 nun 3 katı 18 TL olduğuna göre, Ali'nin parası kaç TL dir?**

3. Ali haftalık harçlığının % 10 unu biriktiriyor.

6 hafta sonunda 36 TL biriktirdiğine göre, haftalık harçlığı kaç TL dir?

4. Bir gömleğin fiyatı bir pantolonun fiyatının % 70 idir.

Bir gömlek ve pantolonun toplam fiyatı 85 TL olduğuna göre, gömleğin fiyatı kaç TL dir?

5. Aşağıdaki ifadelerin matematikçelerini yazın bakalım.

x in % 30 u :

x in % 120 si :

x in % 20 fazlası :

x in % 30 eksiği :

x in % 40 ının % 30 u:

6. Bir grubun % 20 si gözlüklüdür.

Gruptaki gözlüklü olmayanların sayısı 28 olduğuna göre, gözlüklülerin sayısı kaçtır?

7. Bir çuval buğdayın % 60 ı satıldığında geriye 16 kg buğday kalıyor.

Bir çuval buğday kaç kg dır?

8. Bir sınava katılan öğrencilerin % 80 i başarılı olmuştur.

Başarısız olan öğrenci sayısı 24 olduğuna göre, sınava katılan öğrenci sayısı kaçtır?

9. %80 i dolu olan bir depoyu doldurmak için 3200 litre daha suya ihtiyaç vardır.

Buna göre deponun tamamı kaç litredir?

10. % 70 i boş olan bir depoya 21 ton su doldurulduğunda depo doluyor.

Deponun tamamı kaç ton su alır?

11. Cem parasının % 30 ile bir gömlek, % 40 ile de bir çift ayakkabı alıyor.

Geriye 45 TL si kaldığına göre, gömleğin fiyatı kaç TL dir?

12. 40 kişilik bir sınıfın % 30 u kızdır.

Buna göre, sınıftaki erkek sayısı kaçtır?

13. Bir manav 150 limonun % 40 ını satmış ve % 10 unu ise çürüdüğü için atmıştır.

Geriye kaç limonu kalmıştır?

14. Hacmi 3600 litre olan bir depoda 1300 litre su vardır.

Depoya kaç litre su eklenirse deponun % 40 ı dolmuş olur?

15. Hacmi 900 litre olan bir depoda 600 litre su vardır.

Depodaki suyun kaç litresi kullanılırsa deponun % 60 ı dolu olur?

16. Hacmi 1200 litre olan bir depoda 360 litre su vardır.

Bu depoya içindeki suyun % 50 si kadar su eklendiğinde deponun % kaçı dolu olur?

1. % 70 i dolu olan bir kaba içindeki suyun % 60 ı kadar daha su eklenirse kabın hacminin yüzde kaçı kadar su taşar?

2. **% 50 i dolu olan bir kaba içindeki suyun %40 ı kadar daha su eklenirse kabın yüzde kaçı boş kalır?**

3. Bir kabın % 60 ı su ile doludur. Bu kaba 80 litre daha su doldurulursa kabın hacminin % 40 ı kadar su taşıyor.

Kabın tamamı kaç litre su alır?

4. Ahmet parasının % 30 unu harcayınca geriye 140 lirası kalıyor.

Ahmet'in parası kaç liradır?

5. Ayşe ve Fatma bir kutudaki şekerleri paylaşıyorlar. Ayşe şekerlerin %40 ını alınca Fatma'ya 36 şeker kalıyor.

Kutuda başlangıçta kaç şeker vardır?

6. Bir otomobil gideceği yolun % 70 ini gittiğinde geriye 45 km yolu kalıyor.

Yolun tamamı kaç km dir?

7. Bir kasa domatesin % 30 u satıldığında geriye 14 kg daha domates kalıyor.

Buna göre, bir kasa domates kaç kg dır?

8. Yaş incir kurutulunca ağırlığı % 36 azalmaktadır.

Buna göre, 192 kg kuru incir elde etmek için kaç kg yaş incir kurutulmalıdır?

9. Bir yay sıkıştırıldığında boyu % 60 oranında azalıyor.

Buna göre, sıkıştırılmış halde boyu 12 cm olan yayın sıkıştırılmadan önceki boyu kaç cm dir?

10. Bir lastik çekildiğinde boyu % 150 artıyor.

Buna göre, çekilmiş halde boyu 120 cm olan lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç cm dir?

11. **Hangi sayının %20 sinin % 40 ı 16 dır?**

12. **x sayısı y sayısının % 35 i olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?**

13. A sayısı B sayısının % 20 sine, B sayısı da C sayısının % 40 ına eşittir.

Buna göre, A sayısı C sayısının yüzde kaçına eşittir?

14. Bir okuldaki öğrencilerin % 45 i erkek, erkeklerin de % 20 si mavi gözlüdür.

Buna göre, okuldaki öğrencilerin yüzde kaçı mavi gözlü erkektir?

15. Özlem parasının % 40 ını harcadıktan sonra kalan parasının % 70 i ile bir oyuncak alıyor.

Geriye tüm parasının % kaçı kalmıştır?

16. Yusuf bir test kitabındaki soruların önce % 20 sini, sonra kalan soruların %50 sini çözüyor.

150 soru daha çözdüğünde geriye tüm soruların %30 u kaldığına göre, kitapta kaç soru vardır?

1. Bir miktar domatesin % 30 u çürümüştür.

Sağlam domateslerin %20 si 7 kg olduğuna göre, kaç kg domates çürümüştür?

2. Buğdaydan ağırlığının % 80 i kadar un, un dan da ağırlığının % 120 si kadar hamur elde ediliyor.

Buna göre, 288 kg hamur elde etmek için kaç kg buğday gerekir?

3. A sayısı B nin 2 katıdır.

A nın %30 u ile B nin % 20 sinin toplamı 32 olduğuna göre, A kaçtır?

4. Ahmet'in parası Mehmet'in parasının % 40 ına eşittir.

Buna göre, Mehmet parasının yüzde kaçını Ahmet'e verirse ikisinin paraları eşit olur?

5. Bir işyerinde x ve y makineleriyle üretim yapılmaktadır. x makinesinin kapasitesi %20 artırılır, y nin ki % 25 azaltılırsa üretim miktarı değişmiyor.

Buna göre x ile y arasında nasıl bir bağıntı vardır?

6. **Emel'in parasının % 60 ı ile Berkay'ın parasının % 75 i eşit olduğuna göre, ikisinin paraları oranı kaçtır?**

7. Bir işyerindeki A, B ve C makinelerinden A nın kapasitesi % 20 azaltılır, B ve C nin kapasiteleri % 15 artırılırsa üretim miktarında herhangi bir değişme olmuyor.

Buna göre, A, B ve C arasındaki bağıntı nedir?

8. Bir sınıftaki öğrencilerin % 40 ı kızdır. Bu sınıfa 8 kız öğrenci gelir ve 3 erkek öğrenci ayrılırsa kızlar sınıfın % 60 ı oluyor.

Buna göre, ilk durumda sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

Neyi 100 seçelim? (Altlarını çizdim☺)

9. **A sayısı B sayısının % 80 ine eşit olduğuna göre, B sayısı A nın yüzde kaçına eşittir?**

10. A sayısı B nin %40 ına, B sayısı C nin %30 una eşittir.

Buna göre, A sayısı C nin yüzde kaçıdır?

11. Bir sınıftaki kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür.

Kızların % 70 i matematik dersinden başarılı olduğuna göre, başarısız olan kızlar sınıfın yüzde kaçıdır?

12. Deniz parasının % 25 ini Özge'ye verirse paraları eşit oluyor.

Buna göre, Özge'nin parası Deniz'in 'in parasının yüzde kaçıdır?

13. Bir malın fiyatı % 30 artırılınca günlük satış miktarı % 20 düşüyor.

Buna göre, bu malın satışından kasaya giren günlük para miktarı yüzde olarak nasıl değişir?

14. Bir kişi parasının, $\frac{2}{3}$ ü ile 1 pantolon, kalanı ile de bir gömlek almıştır.

Gömleğin fiyatı pantolonun fiyatının yüzde kaçıdır?

15. 3 üniversite öğrencisi, ev kirasını eşit olarak bölüştükleri bir ev kiralıyorlar. Ev sahibi ev kirasını % 20 artırınca eve bir kişi daha alıyor ve kirayı yine eşit olarak bölüşüyorlar.

Buna göre, ilk durumda evde kalanlardan her birinin ödediği miktar yüzde kaç azalmıştır?

16. **Bir dikdörtgenin eni % 40 artırılır, boyu % 30 azaltılırsa alanı yüzde olarak nasıl değişir?**

Kâr ve Zarar Problemleri

Hayatın her deminde lazım olacak bir konu daha.
Kâr-zarar olayına girip biraz ekonomi yapacağız anlayacağınız..
Acayip yararlı bir konu.
Neyse...
Şimdi detaya fazla girmeyelim. Ama en azından sezon sonunda mağazaların camlarında %80 indirimi görünce daha önce o malları alanların ne kadar kazık yediklerini rahatlıkla hesaplayabilmek lazım.☺
Öyle değil mi?

Peki... Kâr nedir? Zarar nedir?
Bilmeyen yoktur herhalde☺
Bir malı maliyetinden daha ucuza satarsanız zarar, pahalıya satarsanız kâr edersiniz.
Bu kadarını bilmeyen var mı?
Peki, kâr veya zarar nasıl hesaplanır?
Bunu birazdan vereyim. Ama ilk önce kâr ve zarar problemlerinde satış fiyatını tek işlemde bulmayı göstereyim size.

Örneğin,
Maliyeti 80 TL olan bir malın satış fiyatı,

% 20 kârla hesaplanırsa $80.\frac{120}{100}=96$ TL,

% 50 kârla hesaplanırsa $80.\frac{150}{100}=120$ TL,

% 30 zararla hesaplanırsa $80.\frac{70}{100}=56$ TL,

% 40 zararla hesaplanırsa $80.\frac{60}{100}=48$ TL olur.

Anladınız mı satış fiyatını nasıl bulduğumuzu?

1. **Maliyeti 40 TL olan bir mal 50 TL ye satılırsa bu malın satışından maliyet fiyatına göre yüzde kaç kâr edilir?**

2. **Maliyeti 120 TL olan bir mal % 20 kârla satılırsa satış fiyatı kaç TL olur?**

3. **Alış fiyatı 20 TL olan bir ürün alış fiyatı üzerinden % 70 kârla satılırsa kaç TL ye satılmış olur?**

4. Maliyeti 210 TL olan bir akülü arabanın satış fiyatı % 60 kârla hesaplanmıştır.

Buna göre, satış fiyatı kaç TL dir?

5. **Bir mal % 20 kârla 54 TL ye satıldığına göre, maliyeti kaç TL dir?**

6. **% 40 kârla 98 TL ye satılan bir malın maliyeti kaç TL dir?**

7. **% 20 zararla 72 TL ye satılan bir malın maliyeti kaç TL dir?**

8. **% 30 zararla 140 TL ye satılmakta olan bir mal % 20 kârla kaç TL ye satılır?**

9. **% 50 kârla 240 TL ye satılan bir mal 144 TL ye satılırsa yüzde kaç zarar edilir?**

10. Bir satıcı bir malı % 40 kârla 196 TL ye satıyor.

Buna göre, bu malı 126 TL ye satarsa yüzde kaç zarar eder?

11. Bir kitap A TL ye satılırsa % 40 kâr, B TL ye satılırsa % 30 zarar ediliyor.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

12. Bir LCD televizyon A TL ye satılırsa % 50 kâr, B TL ye satılırsa % 10 zarar ediliyor.

A + B = 4800 olduğuna göre, A kaçtır?

13. Bir kitap x TL ye satılırsa % 20 kâr, y TL ye satılırsa % 40 zarar ediliyor.

x + y = 45 TL olduğuna göre, bu kitabın maliyeti kaç TL dir?

14. Bir mal A TL ye satılırsa % 25 kâr, B TL ye satılırsa % 15 zarar edilmektedir.

A – B = 10 TL olduğuna göre, bu malın maliyeti kaç TL dir?

1. x TL ye alınan bir kalem $\frac{6x}{5}$ TL ye satılıyor.

Kalemin satışındaki kâr oranı yüzde kaçtır?

2. A TL ye alınan bir oyuncak bebek $\frac{3A}{4}$ TL ye satılıyor.

Bu satıştan yüzde kaç zarar edilir?

3. Maliyeti x TL olan bir ürünün satış fiyatı maliyet fiyatı üzerinden % 80 kârla hesaplanmıştır.

Buna göre, satış fiyatı nedir?

4. Maliyeti x TL olan bir mal % 20 kârla 2x – 20 TL ye satılıyor.

Buna göre, x kaçtır?

5. Maliyeti x TL olan bir ürünün satış fiyatı maliyet fiyatı üzerinden % 30 indirimle hesaplanmıştır.

Buna göre, satış fiyatı nedir?

6. Etiket fiyatı 140 TL olan bir mal sezon sonunda etiket fiyatı üzerinden % 40 indirimle satılıyor.

Sezon sonundaki satış fiyatı kaç TL dir?

7. **Bir mal % 30 kârla 52 TL ye satıldığına göre, maliyeti kaç TL dir?**

8. Bir mal etiket fiyatı üzerinden % 30 indirim yapılarak 84 TL ye satılıyor.

Buna göre, etiket fiyatı kaç TL dir?

9. Bir malın etiket fiyatı maliyet fiyatı üzerinden % 40 kârla belirlenmiştir.

Bu malın etiket fiyatı üzerinden % 30 indirim yapılırsa maliyet fiyatına göre kâr zarar durumu ne olur?

10. Bir malın satış fiyatı alış fiyatının $\frac{7}{5}$ katı olduğuna göre, bu malın satış fiyatı yüzde kaç kârla hesaplanmıştır?

11. Bir malın alış fiyatının satış fiyatına oranı $\frac{4}{5}$ olduğuna göre, satış fiyatı yüzde kaç kârla hesaplanmıştır?

12. Maliyeti 50 TL olan bir elbisenin satış fiyatı %20 kârla hesaplanmıştır.

Elbisenin satış fiyatı kaç TL dir?

13. Bir malın etiket fiyatı, maliyet fiyatı üzerinden %40 kârla hesaplanmıştır.

Etiket fiyatı 42 TL olan bir malın maliyet fiyatı kaç TL dir?

14. Bir mal % 20 zararla 3200 TL ye satılmaktadır.

Bu mal 5200 TL ye satılırsa yüzde kaç kâr edilir?

15. Etiket fiyatı 75 TL olan bir pantolon, indirimli satışlarda 60 TL ye satılmıştır.

Buna göre, yapılan indirim oranı yüzde kaçtır?

16. A TL ye alınıp, B TL ye satılan bir malın alış ve satış fiyatları arasında $B = 3A - 12$ bağıntısı bulunmaktadır.

Buna göre, 10 TL ye alınan bir malın satışından % kaç kâr edilir?

1. x TL ye alınan bir mal %40 kârla x + 24 TL ye satılıyor.

Buna göre, bu mal %10 kârla kaç TL ye satılır?

2. A TL ye alınan bir mal %30 zararla A – 21 TL ye satılıyor.

Buna göre, bu mal %30 kârla kaç TL ye satılır?

3. x TL ye alınan bir kalem % 50 kârla (2x – 12) TL ye satılıyor.

Buna göre, x kaçtır?

4. Maliyeti x TL olan bir kalemin etiket fiyatı $x + \frac{3x}{5}$ TL olarak belirlenmiştir.

Bu kalemin etiket fiyatı yüzde 30 indirim yapılırsa maliyet fiyatına göre, yüzde kaç kâr edilir?

5. Maliyeti x TL olan bir silginin etiket fiyatı $x + \frac{2x}{5}$ TL olarak belirlenmiştir.

Buna göre, bu silginin etiket fiyatı yüzde kaç kârla belirlenmiştir?

6. Bir satıcı tanesini $\frac{4x}{5} + 1$ TL ye aldığı kalemlerin, tanesini 2x – 4 TL ye satıyor.

Satıcı bir kalemin satışından 1 TL kâr ettiğine göre, x kaçtır?

7. Bir satıcı tanesini $\frac{5x}{3} + 4$ TL ye aldığı gömleklerin, tanesini 2x + 6 TL ye satıyor.

Satıcı bir gömleğin satışından 6 TL kâr ettiğine göre, kâr oranı yüzde kaçtır?

8. Bir satıcı 20 tanesini 7,2 TL ye aldığı limonların 5 tanesini 2,7 TL ye satmıştır.

Buna göre, satıcının kârı yüzde kaçtır?

9. Bir aktarda 250 gramı 12 TL ye satılmakta olan bir baharat a zam yapılınca 300 gramı 18 TL ye satılmaya başlanıyor.

Buna göre, yapılan zam oranı yüzde kaçtır?

10. 40 TL ye alınan bir gömlek % 25 karla x TL ye, 60 TL ye alınan bir pantolon ise % 20 zararla y TL ye satılıyor.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

11. Bir satıcı elindeki iki maldan birini %25 zararla 30 TL ye, diğerini de %20 karla 12 TL ye satıyor.

Buna göre, iki malın satışındaki toplam kâr zarar durumu için ne söylenebilir?

12. Maliyetleri aynı olan farklı iki çift ayakkabıdan biri % 20 kârla (3A + 6) TL ye, diğeri ise %10 zararla (3A –3) TL ye satılmıştır.

Buna göre, bir çift ayakkabının maliyeti kaç TL dir?

13. Bir satıcı 1 sepet yumurtanın % 60 ını % 50 kârla, geri kalanını da % 30 zararla satmıştır.

Buna göre, satıcının bu satıştaki kâr-zarar durumu için ne söylenebilir?

14. Bir satıcı maliyetleri sırasıyla A TL ve B TL olan iki maldan birincisini %40 kârla, ikincisini %30 zararla satıyor.

A = 4B olduğuna göre, satıcı bu mallardan birer tane sattığında satışlardaki toplam kâr-zarar durumu ne olur?

15. Bir satıcı 50 tane kalemin % 40 ını 3 TL den kalanları ise 6 TL den satarak bu satıştan % 20 kâr ediyor.

Bir kalemin maliyeti kaç TL dir?

16. Fındığın kilogramı x TL dir.

Fındığa % 20 zam yapıldığında x TL ye kaç kilogram fındık alınabilir?

Zam üstüne zam! Ve İndirim üstüne indirim! Soruları☺

Önce alıştırma babından minik hareketler, sonra da biraz daha karmaşık gibi olanları.
Hadi bakalım.☺

1. Bir sayının % 20 fazlasının % 40 ı bu sayının yüzde kaçına eşittir?

2. Bir sayının % 70 inin % 80 i bu sayının yüzde kaçına eşittir?

3. Bir sayının % 120 sinin % 80 i bu sayının yüzde kaçına eşittir?

4. Ahmet parasının önce % 30 unu sonra da kalanın % 40 ını harcıyor.

Geriye bütün parasının yüzde kaçı kalmıştır?

5. Ebru bir kitabın birinci hafta % 60 ını ikinci hafta ise kalanın % 70 ini okuyor.

Buna göre, kitabın yüzde kaçını okumuştur?

6. Bir manav elindeki domateslerin önce % 20 sini, sonra da kalanın % 20 sini çürüdüğü için atmıştır.

Geriye domateslerin yüzde kaçı kalmıştır?

7. Bir malın fiyatı önce % 20 daha sonra da yeni fiyat % 30 artırılıyor.

Bu malın son fiyatı ilk fiyatından yüzde kaç fazladır?

8. Maliyet fiyatına göre, % 60 kârla satılmakta olan bir kitaba etiket fiyatı üzerinden % 20 indirim uygulanarak 19,2 TL ye satılıyor.

Kitabın maliyet fiyatı kaç TL dir?

9. Bir satıcı bir malın etiket fiyatını maliyet fiyatına göre % 40 kârla hesaplamıştır. Satışların iyi olduğunu görünce de bu mala etiket fiyatı üzerinden % 10 daha zam yapıyor.

Buna göre, kâr oranı maliyet fiyatının yüzde kaçıdır?

10. Bir mala etiket fiyatı üzerinden önce % 30 daha sonra da yeni fiyat üzerinden % 20 daha indirim yapılıyor.

Son durumda 280 TL ye satılan bu malın ilk etiket fiyatı kaç TL dir?

11. Bir malın etiket fiyatı maliyet fiyatı üzerinden % 40 kârla belirlenmiştir.

Sezon sonunda bu mala etiket fiyatı üzerinden % 50 indirim uygulandığına göre, indirimli satışlardaki zarar maliyet fiyatının yüzde kaçıdır?

12. Bir manav elindeki domatesleri bitirmek için belirlediği satış fiyatı üzerinden önce %20 indirim yapıyor. Satışların az olduğunu görünce yeni satış fiyatı üzerinden %20 daha indirim yapıyor.

Buna göre, yaptığı toplam indirim, ilk belirlediği satış fiyatının yüzde kaçına eşittir?

13. Bir gömleğin etiket fiyatı, maliyet fiyatı üzerinden % 70 kâr ile belirlenmiştir. Sezon sonunda bu gömleğin etiket fiyatı üzerinden %40 indirim yapılıyor

Buna göre, sezon sonunda satılan gömleğin satışındaki kâr oranı maliyet fiyatı üzerinden yüzde kaçtır?

14. Bir mağaza etiket fiyatı üzerinden % 30 indirimle sattığı bir malın satışının az olduğunu görünce indirimli satış fiyatı üzerinden %10 daha indirim yapıyor.

Buna göre, yapılan son indirim ilk etiket fiyatının yüzde kaçıdır?

1. Bir satıcı bir malı maliyet fiyatının % 10 eksiğine alarak aldığı fiyatın % 40 fazlasına satmıştır.

Satıcı bu malın satışından maliyet fiyatına göre yüzde kaç kâr etmiştir?

2. Bir malın satış fiyatı, maliyet fiyatı üzerinden %25 kârla hesaplanmıştır.

Buna göre, bu malın satış fiyatı üzerinden yüzde kaç indirim yapılırsa mal maliyetine satılmış olur?

3. Bir satıcı bir malı etiket fiyatının %10 eksiğine alarak aynı malı aldığı fiyatın %30 fazlasına satmıştır.

Buna göre, satıcının bu alışverişten kârı etiket fiyatının yüzde kaçıdır?

4. Maliyet fiyatının % x eksiğine alınan bir kitap alış fiyatının % 40 fazlasına satılıyor.

Bu satıştan maliyet fiyatına göre, % 12 kar edildiğine göre, x kaçtır?

5. Maliyet fiyatı üzerinden % 60 karla satılmakta olan bir gömleğin satış fiyatı 12 TL indirildiğinde maliyet fiyatına göre % 10 kâr ediliyor.

Buna göre, gömleğin maliyeti kaç TL dir?

6. Etiket fiyatı 30 TL olan bir gömlek indirimli satışlarda 24 TL ye satılarak maliyet fiyatına göre %30 daha az kar elde ediliyor.

Buna göre, gömleğin indirimli satışındaki kâr oranı yüzde kaçtır?

Üzüm ve incir kurur, elma armut çürür, bardaklarda kırılırsa maliyet artar☺
Ama odun su çeker, süte su katılırsa maliyet azalır... ☺

Hepsinde olduğu gibi bu da tamamen mantık işi.
Buradaki olay şu aslında.
Gel şimdi beraber düşünelim.
Diyelim parayı verip bir malı satın aldınız.
Ama siz daha bu malı satamadan bir kısmı eksildi. (Çürüdü, kurudu, kırıldı... Her neyse işte... ☺) ve sizin de bu maldan kazanmanız gereken veya kazanmayı kafaya koyduğunuz bir para var.
Var mı buraya kadar bir problem?
Peki, yoksa şimdi şu soruma cevap verin bakalım.
Elinizdeki malı satarak kafanızdaki parayı nasıl kazanabilirsiniz?
Cevabı basit.☺
Elinizde kaç tane (kaç kilo) kalmışsa kazanmayı düşündüğünüz parayı buna bölersiniz.
Öyle değil mi?

7. Bir manav kilosu 0,5 TL den 120 kg elma alıyor. Aldığı elmaların 20 kg ı çürüdüğü için atıyor.

a) **Elmaların satışından zarar etmemek için kalan elmaların kilosunu en az kaç TL den satması gerekir?**

b) **Elmaların satışından 15 TL kâr edebilmesi için kalan elmaların kilosunu kaç TL den satması gerekir?**

c) **Tüm elmaların satışından % 20 kâr edebilmesi için kalan elmaların kilosunu kaç TL den satması gerekir?**

8. Kilosu 60 kuruşa alınan bir kasa elmanın %20 si çürük çıkmıştır.

Buna göre, sağlam elmaların kilosu kaç kuruşa satılırsa bu alış verişten % 20 kar edilir?

9. Yaş incir kuruyunca ağırlığı %50 azalıyor.

Yaş iken kilogramı 0,5 TL ye alınan bir miktar incir kuruduktan sonra kaç TL ye satılmalıdır ki satıştan %20 kâr edilmiş olsun?

10. Bir satıcı tanesini 5 TL den aldığı tabakların % 40 ını taşıma sırasında kırmıştır.

Buna göre, satıcı kalan tabakların tanesini kaç TL den satmalıdır ki, tüm tabakların satışından % 20 kar etsin?

11. Kuru odun ıslanınca kalınca kütlesi % 20 artıyor. Kuru olarak satın alınan bir miktar odun ıslandıktan sonra satılıyor.

Buna göre, odunların satışından %50 kâr etmek için yaş odunların satış fiyatı maliyet fiyatına göre yüzde kaç kârla hesaplanmalıdır?

12. Bir satıcı litresini 0,5 TL den aldığı bir miktar süte $\frac{1}{10}$ oranında (10 da biri kadar) su katarak satıyor.

Buna göre, satıcı sütün litresini kaç TL den satarsa satıştan %32 kâr eder?

Karışım problemleri

Karışım sorusu deyince aklınıza neler geliyor?
Bazıları tuzla suyu, bazıları şekerle suyu karıştırır.
Bazıları da önce alkolle suyu sonra da trafiğe çıkıp kırmızı ışıkta renkleri ve burnunu☺
Zaten bu tipler en sonunda da ortalığı karıştırlar.☺

Ama biz o kadar karıştırmıycaz burada.
Korkmayın onun için.☺

Bir kere şunu bilmek lazım.

Ağırlıkça % 20 şeker içeren 50 gramlık bir şekerli su karışımı denildiğinde bu karışımın (yani 50 gramın) % 20 sinin (yani 10 gramının) şeker olduğunu bilmek lâzım.

İlk önce karışımdaki şeker, tuz, asit, ... vs miktarını bulmayı öğrenin bakalım.

1. **Ağırlıkça % 40 ı şeker olan 70 gramlık bir şekerli su karışımındaki şeker miktarı kaç gramdır?**

2. **Ağırlıkça % 20 si yağ olan 60 litrelik bir sütteki yağ kaç litredir?**

3. **Ağırlıkça % 10 asit içeren 90 gramlık bir karışımdaki asit miktarı kaç gramdır?**

4. 60 litrelik bir tuzlu su karışımındaki tuz oranı % 15 tir.

Bu karışımdaki tuz miktarı kaç litredir?

5. **Alkol oranı %20 olan 70 litrelik bir karışıma 20 litre daha su ilave edildiğinde elde edilen karışımdaki alkol miktarı kaç litre olur?**

6. **Tuz oranı %70 olan 60 gramlık bir karışıma 20 gram daha tuz ilave edildiğinde elde edilen karışımdaki tuz miktarı kaç gram olur?**

7. **Şeker oranı % 30 olan 60 litrelik bir karışımdaki suyun 10 litresi buharlaştırılırsa yeni karışımda kaç litre şeker olur?**

8. **Ağırlıkça % 30 ı şeker olan 60 gramlık bir şekerli su karışımı ile % 40 şeker içeren 40 gramlık şekerli su karışımdaki toplam şeker miktarı kaç gramdır?**

9. Hacimce % 30 u tuz olan bir tuzlu su karışımındaki su miktarı tuz miktarından 12 litre daha fazladır.

Bu karışımdaki tuz miktarı kaç litredir?

10. Tuz oranı %10 olan 60 gramlık bir karışım ile tuz oranı %25 olan 40 gramlık bir karışım karıştırıldığında elde edilen yeni karışımdaki tuz miktarı kaç gramdır?

11. Şeker oranı % 20 olan 30 litrelik bir şerbete şeker oranı %60 olan 20 litrelik şerbet karıştırılırsa elde edilen yeni şerbetteki şeker miktarı kaç litre olur?

12. Ağırlıkça %20 şeker içeren 20 kg lık şeker - un karışımına 6 kg daha şeker ilave ediliyor.

Buna göre, son durumda $\frac{un(kg)}{şeker(kg)}$ **oranı kaçtır?**

13. Bir imalatçı şeker oranı % 10 olan bir meyve suyu imal etmek için 12 kg şeker satın alıyor.

Buna göre, en çok kaç kg meyve suyu imal edebilir?

14. A gram su ve B gram tuzdan oluşan bir karışımdaki tuz miktarının toplam karışıma oranı nedir?

15. 12 gram su ve 28 gram şekerden oluşan bir karışımdaki şeker miktarının toplam karışıma oranı kaçtır?

16. $\frac{2}{5}$ i şeker olan 40 gramlık bir karışıma 10 gram daha şeker ekleniyor.

Son durumdaki şeker miktarının karışımın toplam miktarına oranı kaçtır?

Gelelim esas olaya.

Karışım soruları nasıl gelebilir karşınıza?

- Oranları farklı olan iki veya daha fazla karışım karıştırılabilir,
- Bir karışıma tuz (şeker, asit, yağ, v.s...) eklenebilir veya çıkarılabilir,
- Bir karışıma su eklenebilir,
- Bir karışımdan su buharlaştırılabilir,
- Bir karışımın içinden bir miktarı alınarak yerine başka bir karışım, su veya tuz filan eklenebilir.

İşte bu gibi durumların hepsinde şu hareketi yapabilirsiniz. Hiçbir sakıncası yok☺

Son durumdaki karışımın saf madde(en sonunda neyin yüzde oranını soruyorsa onu saf madde kabul edin. Tuz yüzdesini soruyorsa tuzu, su yüzdesini soruyorsa suyu, şeker yüzdesini soruyorsa da şekeri) **yüzdesi %x olmak üzere,**

$$\frac{\text{Karışımdaki saf madde miktarı}}{\text{Karışımın toplam miktarı}} = \frac{x}{100}$$

İşte bütün mesele bu aslında.

Kesinlikle ezber değil. Kafayı çalıştırın biraz. Nedenini anlayacaksınız☺

1. 18 kg şeker ile 32 kg su karıştırıldığında elde edilen karışımın şeker oranı yüzde kaç olur?

2. 12 gram tuz, 21 gram su ve 7 gram şekerden oluşan bir karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

3. 50 kg un, 24 kg su ve 6 kg şeker karıştırılarak bir hamur elde ediliyor.

Elde edilen hamurun su oranı yüzde kaçtır?

4. 15 gram tuz, 25 gram su ve 10 gram şeker karıştırılıyor.

Elde edilen karışımın su oranı yüzde kaçtır?

5. a gram şeker ve 4a gram suyun karıştırılmasıyla elde edilen karışımın su oranı yüzde kaçtır?

6. A kg şeker ve B kg undan oluşan bir karışımdaki şeker oranı yüzde kaçtır?

7. Alkol oranı % 80 olan 20 litre alkollü su ile su oranı %30 olan 30 litre alkollü su karıştırılıyor.

Elde edilen karışımın su oranı yüzde kaç olur?

8. Şeker oranı % 30 olan 40 kg lık bir karışıma 2 kg şeker, 8 kg saf su ilave ediliyor.

Buna göre, yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

9. Ağırlıkça % 40 şeker içeren 70 gram meyve suyu ile ağırlıkça % 20 şeker içeren 30 gram meyve suyu karıştırılıyor.

Elde edilen yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

10. **Asit oranı %10 olan 40 litrelik bir asit çözeltisinin asit oranını %28 e çıkarmak için bu çözeltiye kaç litre asit ilave edilmelidir?**

11. x gram şeker ile y gram su karıştırılarak bir karışım elde ediliyor.

3x = y olduğuna göre, bu karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

12. 45 gram un ile 5 gram kakao karıştırılıyor.

Bu karışımın 1 gramında kaç gram un vardır?

13. Tuz oranı % 40 olan 70 gramlık bir karışım ile tuz oranı % 20 olan x gramlık bir karışım karıştırılarak yeni bir karışım elde ediliyor.

Yeni karışımın tuz oranı % 34 olduğuna göre, x kaçtır?

14. **Tuz oranı % 15 olan 60 gramlık tuzlu su karışımına kaç gram su ilave edilirse tuz oranı % 10 olur?**

15. Şeker oranı % 10 olan bir miktar şerbet ile şeker oranı % 20 olan 40 gram şerbet karıştırılıyor.

Yeni karışımın şeker oranı % 18 olduğuna göre, şeker oranı % 10 olan şerbet kaç gramdır?

1. **Tuz oranı % 30 olan 60 litrelik bir karışıma 15 litre daha tuz eklenirse yeni karışımın tuz oranı yüzde kaç olur?**

2. **Tuz oranı % 15 olan 60 gramlık tuzlu su karışımına kaç gram tuz ilave edilirse su oranı % 60 olur?**

3. **Şeker oranı % 25 olan 60 gramlık şekerli su karışımına kaç gram şeker ilave edilirse şeker oranı % 40 a çıkar?**

4. **Tuz oranı %20 olan 40 litre tuzlu - su karışımının su oranını % 84 e çıkarmak için bu karışıma kaç litre su ilave edilmelidir?**

5. **Tuz oranı %40 olan 30 litre tuzlu-su karışımının tuz oranını % 25 e düşürmek için bu karışıma kaç litre su ilave edilmelidir?**

6. **Tuz oranı %50 olan 60 litre tuzlu-su karışımının tuz oranını % 40 a düşürmek için bu karışıma tuz oranı % 25 olan karışımdan kaç litre ilave edilmelidir?**

7. 20 gram un ile 5 gram şeker karıştırılıyor.

Bu karışımın 1 gramındaki un miktarı şeker miktarından kaç gram fazladır?

8. Şeker oranı % 30 olan 60 gramlık bir karışım ile şeker oranı % 10 olan x gramlık bir karışım karıştırılarak yeni bir karışım elde ediliyor.

Yeni karışımın şeker oranı % 25 olduğuna göre, x kaçtır?

9. Şeker oranı % 20 olan bir miktar şerbet ile şeker oranı % 50 olan 20 gram şerbet karıştırılıyor.

Yeni karışımın şeker oranı % 32 olduğuna göre, şeker oranı % 20 olan şerbet kaç gramdır?

10. Şeker oranı % 30 olan 120 gramlık bir karışımın yarısı ile şeker oranı % 10 olan 160 gramlık bir karışımın $\frac{1}{4}$ ü karıştırılarak yeni bir karışım elde diliyor.

Elde edilen yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

11. Şeker oranı %40 olan bir miktar şekerli su karışımına 20 litre daha su ilave ediliyor.

Son karışımın şeker oranı % 30 olduğuna göre, ilk karışımın kaç litredir?

12. Şeker oranı %30 olan bir miktar şekerli suyun içinden 20 gram su buharlaştırıldığında yeni şeker oranı %42 oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki karışım kaç gramdır?

13. Tuz oranı % 25 olan bir miktar tuzlu suyun $\frac{1}{5}$ i dökülerek yerine aynı miktarda su ilave ediliyor.

Buna göre, elde dilen yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

14. Şeker oranı %20 olan x gram şekerli-su ile şeker oranı % 40 olan y gram şekerli su karıştırılmıştır.

Yeni karışımın şeker oranı % 32 olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

15. A kutusundaki topların % 10 u, B kutusundaki topların ise % 5 i mavidir.

İki kutudaki topların % 7 si mavi olduğuna göre, A kutusundaki top sayısının B kutusundaki top sayısına oranı kaçtır?

16. A sınıfındaki öğrencilerin %60 ı, B sınıfındaki öğrencilerin ise % 50 si kızdır.

İki sınıftaki tüm öğrencilerin % 57 si kız olduğuna göre, A sınıfındaki öğrenci sayısının B sınıfındaki öğrenci sayısına oranı kaçtır?

Faiz Problemleri

Aslında faiz problemlerinde formül mormül yok.☺
Ve faiz problemleri sadece mantık işi.
Mantığınızı doğru işletin yeter.☺

Önce şunları hatırlayın bakalım.

120 nin % 20 si kaçtır?

120 nin % 20 sinin 2 katı kaçtır?

120 nin % 20 sinin $\frac{5}{12}$ si kaçtır?

Bir miktar para ile bu paranın % 20 sinin toplamı 216 TL ise bu para kaç TL dir?

Bir miktar paranın yüzde kaçının $\frac{5}{12}$ si kendisinin $\frac{1}{8}$ ine eşittir?

İşte faiz hesabındaki işlemlerin zorluk derecesi bu kadarcık bir şey. Burada sadece işin hikâye kısmı biraz daha değişik.
O kadar da olsun artık. ☺

Ve faiz meselesi.
Basit ve bileşik faiz denen iki faiz cinsi var. Ama burada size sadece basit olanından bahsedecem.
Yani, **basit faiz** diye bilinenden.
Tamam mı?
Diğerini merak ediyorsanız (bence etmeyin☺)
Bay X in özel ders kitabını karıştırıp bakabilirsiniz☺
Basit faizle ilgili olarak diyeceğim ilk şey şu;
Basit faiz de faizin faizi alınmaz. Yani, hep anapara (yani, para faize verilmeden önceki miktar) üzerinden faiz hesabı yapılır. (Kim kabul ederse bunu☹)
Örneğin,
Diyelim ki 200 TL niz var ve bunu yıllık %15 faizle bankaya yatırdınız. 1 yıl sonra ne kadar faiz geliri alacağınızı bulamaz mısınız? ☺

$200.\frac{15}{100}.1=30$ TL öyle değil mi?

Peki, 1 yıl sonra paranızın kaç TL alacağını?
100 + 30 = 130 TL değil mi?

Şimdi bunu hesaplamak için formüle ihtiyacı olan var mı aranızda?
Peki, devam edeyim.
Paranız 2 yıl sonunda kaç TL olur?
Bunu bulamaz mısınız?
O da **anapara + faiz geliri**
Yani, $200+200.\frac{15}{100}.2=260$ TL değil mi?
Anladınız mı burayı?

Başka da bir şey yok desem inanın. Bütün mesele bu kadar işte.

Ama şunu da vereyim size. Belki çıkaramayabilirsiniz☺

1 yıllık faizi bulduktan sonra 1 ayda ne kadar faiz aldığınızı bulabilir misiniz?

Diyelim ki bankaya yatırdığınız para 1 yılda 60 TL faiz getiriyor. 1 ayda ne kadar faiz getirmiştir?
Ya da 2 ayda? 3 ayda? Neyse işte.
Kafayı çalıştırın bakalım☺
Buldunuz mu?

Örnek vereyim.
Diyelim ki 300 TL yi yıllık % 20 faiz veren bir bankaya 4 aylığına yatırdınız.
Ne kadar faiz alırsınız?
Bunu hesaplarken ilk önce **1 yılda alacağınız faizi bulur ve bunu 12 ye bölüp 1 aylık faizi bulabilir,**

bunu da 4 ile çarparsanız 4 ayda alacağınız faizi bulabilirsiniz.

Öyle değil mi?

Yani,

$\left(300.\frac{20}{100}\right).\frac{1}{12}.4 = 300.\frac{20}{100}.\frac{4}{12} = 20$ TL faiz alırsınız.

Daha fazla uzatmıycam. Ama meraklıları için formül gibi bir şeyler verebilirim.

Buyurun bakalım.

Merak etmiyorsanız antrenmanlara geçebilirsiniz.

Olayın teknik yönü şöyle:☺

A TL nin (anapara) yıllık % n(yıllık faiz oranı) den t yılda (süre) getireceği faiz gelirine F diyelim.

$$F = A.\frac{n}{100}.t = \frac{A.n.t}{100} \text{ (yıllık faiz)}$$

Eğer aylık faiz geliri hesaplayacaksanız süreyi ay olarak almanız lâzım.

$$F = \frac{A.n.\frac{t}{12}}{100} = \frac{Ant}{1200} \text{ (aylık faiz)}$$

Nasıl mutlu oldunuz mu? ☺

Neyse...

Bir aylık faizi hesaplarken 1 yıllık faizi 12 ye bölüyorduk.

Peki...

1 günlük faizi hesaplarken kaça bölmek lazım?

Var mı bir fikriniz?

...? ☺

Evet.

360 a bölünüyor.

Ama unutmayın ki günlük faiz hesaplayacaksanız süreyi gün olarak almanız lâzım.

Demek biraz da dikkatli olmak lâzım.

$$F = \frac{A.n.\frac{t}{360}}{100} = \frac{Ant}{36000} \text{ (günlük faiz)}$$

Hadi bakalım birkaç hareket yapalım.

a) 300 TL nin yıllık % 20 faizle 3 yılda getireceği faiz kaç TL dir?

b) Yıllık %12 faizle bankaya yatırılan bir miktar para 2 yılda 48 TL faiz getirdiğine göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

c) %20 faizle bankaya yatırılan 80 TL 1 yıl sonra faiziyle birlikte kaç TL olarak çekilir?

d) %10 faizle bankaya yatırılan bir miktar para 2 yıl sonra faiziyle birlikte 72 TL olarak çekildiğine göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

e) Bir bankaya faize verilen 90 TL 1 yıl sonunda faiziyle birlikte 108 TL olarak çekildiğine göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

f) Bankaya yatırılan bir miktar para 6 ayda kendisinin $\frac{1}{10}$ u kadar faiz getirdiğine göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

1. 500 TL nin yıllık %12 den 1 yılda getireceği faiz kaç TL dir?

2. Yıllık % 12 faiz veren bir bankaya yatırılan 400 TL 1 yıl sonunda kaç TL faiz geliri getirir?

3. Yıllık % 10 faizle bir bankaya yatırılan 240 TL 5 ayda kaç TL faiz getirir?

4. Yıllık % 10 faiz veren bir bankaya yatırılan 600 TL 6 ay sonunda kaç TL faiz geliri getirir?

5. Yıllık % 10 faizle bankaya yatırılan 500 TL nin 36 günlük faizi kaç TL dir?

6. Yıllık % 12 faizle bankaya yatırılan bir miktar paranın 100 günlük faizi 6 TL olduğuna göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

7. Yıllık % 15 faizle bankaya yatırılan bir miktar paranın 72 günlük faizi 12 TL olduğuna göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

8. Yıllık % 20 faizle bankaya yatırılan 6000 TL nin 15 günlük faiz geliri kaç TL dir?

9. Yıllık %20 faizle bir bankaya yatırılan 70 TL 4 yıl sonra faizi ile birlikte kaç TL olur?

10. Yıllık % 20 faizle bankaya yatırılan 500 TL kaç ay sonra 50 TL faiz geliri getirir?

11. Yıllık % 14 faiz veren bir bankaya yatırılan 3000 TL bir yıl sonunda faiziyle birlikte çekiliyor.

Çekilen para kaç TL dir?

12. 800 TL nin yıllık %30 faizle 6 ayda getirdiği faiz geliri, 600 TL nin %14 faizle 4 ayda getirdiği faiz gelirinden kaç TL fazladır?

13. A TL nin yıllık %12 den 3 yılda getirdiği faiz, 60 TL nin yıllık % 10 dan 3 yılda getirdiği faize eşit olduğuna göre, A kaçtır?

14. Bir miktar para yıllık % 9 faizle bankaya yatırılıyor.

Bu para 1 yıl sonunda faiziyle birlikte 163,5 TL olarak çekildiğine göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

15. 150 TL nin % 40 ı yıllık % 15 den, kalanı da yıllık % 12 den bir yıllığına faize yatırılıyor.

Bir yıl sonunda elde edilecek faiz geliri kaç TL dir?

16. Bir bankaya yatırılan x TL, 5 yılda y TL faiz getiriyor.

x = 2y olduğuna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

1. Yıllık faiz oranı %15 olan bir bankaya yatırılan bir miktar para 4 ayda 5 TL faiz geliri getirmiştir.

Buna göre, bankaya yatırılan para kaç TL dir?

2. % 12 faizle bankaya yatırılan bir miktar para kaç yıl sonra kendisinin % 60 ı kadar faiz getirir?

3. Bir bankaya % 12 yıllık faizle 6 aylığına yatırılan A TL nin faiz geliri ile başka bir bankaya %9 yıllık faizle 8 aylığına yatırılan B TL nin faiz geliri aynıdır.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

4. Bankaya yatırılan bir miktar para 2 yılda kendisinin $\frac{1}{5}$ i kadar faiz getiriyor.

Buna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

5. Bankaya yatırılan bir miktar para 6 ayda kendisinin $\frac{1}{20}$ si kadar faiz getiriyor.

Buna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

6. Yıllık % 60 faizle bankaya yatırılan para kaç ay sonra $\frac{1}{5}$ i kadar faiz getirir?

7. Bir bankaya % 8 yıllık faizle 2 yıllığına yatırılan A TL nin faiz geliri ile başka bir bankaya % 12 yıllık faizle 3 yıllığına yatırılan B TL nin faiz geliri aynıdır.

Buna göre, $\frac{A}{B}$ oranı kaçtır?

8. x TL nin yıllık % 10 faizle 8 ayda getirdiği faiz geliri, y TL nin yıllık % 12 faizle 5 ayda getirdiği faiz gelirine eşittir.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

9. Bankaya yatırılan bir miktar para 15 ay sonra kendisinin $\frac{1}{20}$ si kadar faiz geliri getirmiştir.

Buna göre, bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

10. Bir yatırımcı parasının $\frac{4}{5}$ ini yıllık % x faizle bir bankaya 4 aylığına, kalanını da yıllık % y faizle başka bir bankaya 6 aylığına yatırmıştır.

İki bankadan bu süreler sonunda iki bankadan aldığı faiz miktarları eşit olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

11. A TL nin yıllık % x faiz oranı üzerinden 8 ayda getirdiği faiz geliri, B TL nin yıllık % y faiz oranı üzerinden 6 ayda getirdiği faiz gelirine eşittir.

2A = 3B olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı nedir?

12. Ahmet Bey parasının $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 10 dan kalanın ise % 12 den 6 aylığına faize veriyor. Eğer tersini yapsaydı, yani, $\frac{1}{3}$ ünü yıllık % 12 den kalanın ise % 10 dan 6 aylığına faize verseydi 20 TL daha az faiz alacaktı.

Ahmet Bey'in faize verdiği para kaç TL dir?

Cevaplar

Bir milletin geleceği hakkında kehanette bulunmak isteyenler o milletin gençliğine verilen terbiyeye baksınlar. Kehanetlerinde yüzde yüz isabet ederler.

***

Cevaplar

1. HAFTA

SAYILAR

1.antrenman

Sayfa 10

1) 43
2) 79
3) 9
4) 2
5) 4
6) 27
7) a) 33 b) 7
   c) -13
8) a) 47 b) 33
9) 52

2.antrenman

Sayfa: 11-12

1) a) 1 b) 2
2) a) 26 b) 8
3) a) 15 b) 9
4) a) 5 b) 12
5) a) 8 b) 7
6) a) 37 b) 30
7) a) 24 b) 15
8) a) 8 b) 8

3.antrenman

Sayfa 13 – 14

1) a) 37 b) 12
2) a) 90 b) 14
3) a) 18 b) 44
4) a) 25 b) 1
5) a) 7 b) 6
6) a) 17 b) 17
7) a) 18 b) 19
8) a) 35 b) 33

4.antrenman

Sayfa 15 – 16

1) a) 9 b) 18
   c) 24
2) a) 25 b) 64
   c) 90
3) a) 40 b) 118
   c) 180
4) a) 0 b) 0
   c) 0
5) a) 48 b) 99
   c) 156
6) 0
7) 0
8) 99
9) 64
10) 100
11) 12

5.antrenman

Sayfa 17 – 18

1) a) 19 b) 25
2) a) 8 b) 10
3) a) 21, - 21
   b)29, - 29
4) 63
5) 0
6) 8
7) 4
8) 12
9) 43
10) 60
11) – 61
12) 49

6.antrenman

Sayfa 19 – 20

1) – 29
2) 46
3) 18
4) 12
5) 22
6) 8
7) 9
8) 77
9) 15
10) 5
11) 2
12) 10
13) 8
14) – 8
15) 25
16) 3

7.antrenman

Sayfa 21 – 22

1) 22
2) 22
3) 14
4) 19
5) 81
6) 7
7) 21
8) 19
9) 16
10) 15
11) 12
12) 18
13) 3
14) 33
15) 10
16) 5

8.antrenman

Sayfa 23 – 24

1) C
2) C
3) E
4) 16
5) 7
6) 11
7) 27
8) 4
9) 16
10) 24
11) 2
12) 12
13) 3
14) 16
15) 49
16) 22

Pozitif ve Negatif Sayılar

1) a) - b) +
   c) - d) +
   e) - f) –
2) a) - b) -
   c) + d) +
   e) - f) –
3) a) - b) +
   c) - d) +
   e) - f) belirsiz
4) b ve c

1.antrenman

Sayfa 27 – 28

1) IV, V, VI
2) B
3) I, II
4) D
5) I, II, IV
6) B
7) D
8) E
9) D
10) D
11) A
12) B
13) C
14) B

Cevaplar

2.antrenman

Sayfa 29 – 30

1) a) - , - , +
   b) +, - , -
   c) - , - , -
2) -, + , +
3) - , + , -
4) C
5) D
6) A
7) A
8) E
9) C
10) I, II, III, IV, V
11) B
12) B

Tek – Çift Sayılar

1) III, IV, V, VI
2) I, III, VI
3) IV, V, VI
4) C
5) D
6) D

1. Antrenman

Sayfa 33 – 34

1) B
2) D
3) C
4) A
5) E
6) A
7) B
8) E
9) B
10) C
11) D
12) A
13) D
14) E
15) A

2. Antrenman

Sayfa 35 – 36

1) A
2) B
3) B
4) B
5) B
6) D
7) C
8) B
9) C
10) E
11) A
12) C
13) E
14) D
15) C

3. Antrenman

Sayfa 37 – 38

1) B
2) C
3) C
4) C
5) E
6) D
7) I, IV, VI
8) D
9) I, IV, V, VI
10) I, IV, V
11) D
12) D

Ardışık Sayılar

1. Antrenman

Sayfa 41 – 42

1) 8
2) 14
3) 7
4) 100
5) 15
6) 90
7) 16
8) 6
9) 12
10) 24
11) 8
12) 2
13) 3
14) 21
15) 16

2. Antrenman

Sayfa 43 – 44

1) 17
2) 156
3) – 11
4) 9
5) 19
6) 30
7) 75
8) 11
9) 137
10) 201
11) 48
12) 50
13) 18
14) C

Asal Sayılar

1. Antrenman

Sayfa 45 – 46

1) 29
2) 10
3) 25
4) 46
5) 38
6) 18
7) 7
8) 30
9) 11
10) 7
11) $\frac{p+1}{2}$

Aralarında Asal Sayılar

2. Antrenman

Sayfa 47 – 48

1) b, c, d, e, f
2) 4
3) 9
4) 9
5) 1
6) 12
7) $\frac{-91}{9}$
8) 10
9) 9

Faktöriyel

1. Antrenman

Sayfa 49 – 50

1) 34
2) 56
3) 100
4) 99
5) 9m
6) $\frac{80}{9}$
7) n + 2
8) 9
9) 9
10) 22

1. Antrenman

Sayfa 51 – 52

1) 35
2) 24
3) 19
4) 10
5) 12
6) 9
7) 42
8) 18
9) 37
10) 24
11) 15
12) 62
13) 9
14) 22
15) 24
16) 13

Cevaplar

2. HAFTA

Sayı Basamakları

1.antrenman

Sayfa 56

1) 12
2) 6
3) 7
4) 8
5) 11
6) 11
7) 12
8) 300
9) 7
10) 297

2.antrenman

Sayfa 57 – 58

1) 2
2) 2
3) 16
4) 9
5) 14
6) 11
7) 94
8) 401
9) 93
10) 3
11) 5
12) 6

3.antrenman

Sayfa 59 – 60

1) 3
2) 15
3) 20
4) 24
5) 7
6) 8
7) 7
8) 2
9) 252 artar
10) 1555 artar
11) 1692 artar

4.antrenman

Sayfa 61 – 62

1) 5
2) 208 artar
3) 275
4) 1200
5) 4590
6) 108
7) 110
8) 989
9) 885
10) 36
11) 89
12) – 114

5.antrenman

Sayfa 63 – 64

1) 1088
2) – 13
3) 191
4) 1815
5) 71
6) 3
7) 9753
8) 6

6. Antrenman

Sayfa 65 - 66

1) 86
2) 95
3) 82
4) 73
5) 230
6) 703
7) 234
8) 409
9) 49
10) 36
11) 109
12) 253
13) 4011
14) 157
15) 177
16) 1768

Taban Aritmetiği

1. Antrenman

Sayfa 67 – 68

1) a) 54 b) 531
   c) 243 d) 210
   e) 214
2) a) 36 b) 97
   c) 105 d) 17
   e) 6
3) a) 1 b) 2
   c) 2 d) 5
   e) 5

2. Antrenman

Sayfa 69 – 70

1) 133
2) 1031
3) 11010
4) 4
5) 2003
6) 4
7) 142
8) 1110
9) 37
10) 214
11) 303
12) 157
13) 360
14) 5

3. Antrenman

Sayfa 71 – 72

1) a) 130
   b) 1133
   c) 1040
   d) 400
   e) 1055
   f) 11000
   g) 2042

4. Antrenman

Sayfa 73 – 74

1) a) 11
   b) 13
   c) 202
   d) 215
   e) 14
   f) 304
2) 222
3) a) 1022
   b) 4514
   c) 2121
   d) 5104
   e) 3266

3. HAFTA

Bölen – Kalan İlişkisi

1. Antrenman

Sayfa 79 – 80

1) 13
2) 108
3) 110
4) 17
5) 101
6) 108
7) 4B + 5
8) 12C + 13
9) 20C + 9
10) $\frac{a+2}{6}$
11) $\frac{P+3}{5}$
12) $\frac{A-3}{C+2}$
13) 68
14) 359
15) 154
16) 42

2. Antrenman

Sayfa 81 – 82

1) 14
2) 65
3) 109
4) 118
5) 155
6) 107
7) 115
8) 143
9) 538
10) 5
11) 23
12) 13
13) 2
14) 2
15) 24
16) 7

Bölünebilme Kuralları

1. Antrenman

Sayfa 83 – 84

1) 5
2) 25
3) 15
4) 5
5) 8
6) 18
7) 10
8) 11
9) 17
10) 4
11) 3
12) 5

2. Antrenman

Sayfa 85 – 86

1) a) 3 b) 2 c) 1 d) 2
2) a) 0 b) 6 c) 0 d) 5
3) 8
4) 8
5) 25
6) 1
7) 0
8) 3
9) 6
10) 16
11) 20
12) 4
13) 4
14) 7

3. Antrenman

Sayfa 87 – 88

1) a) 1 b) 2 c) 9 d) 5
2) 6
3) 1
4) − 2
5) 3
6) a) 0 b)2 c) 1 d) 1
7) a) 5 b) 2 c) 5 d) 1

4. Antrenman

Sayfa 89 – 90

1) 18
2) 3
3) 10
4) 16
5) 6
6) 45
7) 18
8) 16
9) 27
10) 15
11) 7
12) 27
13) 1
14) 25
15) 2
16) 8
17) 10
18) 2
19) 8
20) 4

5. Antrenman

Sayfa 91 – 92

1) 2
2) 10
3) 15
4) 9
5) 15
6) 6
7) 15
8) 18
9) 4
10) 1
11) 1
12) 23
13) 13
14) 13

6. Antrenman

Sayfa 93 – 94

1) 6
2) 27
3) 14
4) 9
5) 3
6) 2
7) 30
8) 13
9) 11
10) 8
11) 7
12) 12
13) 5
14) 3
15) 120
16) 18

7. Antrenman

Sayfa 95 – 96

1) 8
2) 2
3) 5
4) 6
5) 1
6) 48
7) 5
8) 13
9) 8
10) 7
11) 1
12) 8
13) 20
14) 15
15) 6
16) 7

8. Antrenman

Sayfa 97 – 98

1) 2
2) 0
3) 1
4) 3
5) 7
6) 3
7) 7
8) 3
9) 8
10) 6
11) 4
12) 1
13) 2
14) 4

4. HAFTA

Asal Çarpanlar ve Pozitif tam bölen Sayısı

1. Antrenman

Sayfa 103 – 104

1) 3
2) 3
3) 7
4) 5
5) 6
6) 5
7) 4
8) 2
9) 4
10) 28
11) 24
12) 24
13) 48
14) 21
15) 12
16) 0
17) 0
18) 64
19) 3
20) 4

2. Antrenman

Sayfa 105 – 106

1) 12
2) 8
3) 24
4) 12
5) 18
6) 12
7) 18
8) 3
9) 4
10) 5
11) 5
12) 2
13) 2
14) 4
15) 3
16) 4

3. Antrenman

Sayfa 107 – 108

1) 3
2) 15
3) 140
4) 6
5) 4
6) 12
7) 30
8) 35
9) 105
10) 30
11) 9
12) 10
13) 30
14) 360
15) 510
16) 8

OBEB - OKEK

1. Antrenman

Sayfa 111 – 112

1) 60
2) 180
3) 123
4) 61
5) 118
6) 117
7) 360
8) 960
9) 0
10) 604
11) 357
12) 57
13) 17
14) 30
15) 28
16) 30
17) 45
18) 70

2. Antrenman

Sayfa 113 – 114

1) 36
2) 162
3) 225
4) 132
5) 48
6) 50
7) 6
8) 55
9) 63
10) 84
11) 24

3. Antrenman

Sayfa 115 – 116

1) 183
2) 214
3) 56

4. Antrenman

Sayfa 117 – 118

1) 58
2) 118
3) 117
4) 117
5) 35
6) 13
7) 150
8) 360
9) 5
10) 150
11) 1440
12) 120

5. Antrenman

Sayfa 119 – 120

1) 13
2) 22
3) 15
4) 30
5) 36
6) 25
7) 63

6. Antrenman

Sayfa 121 – 122

1) 38
2) 60
3) 552
4) 14
5) 48
6) 8
7) 480
8) 120
9) 280
10) 12:25
11) 40
12) 85

Rasyonel Sayılar

1. Antrenman

Sayfa 123 – 124

1) $\frac{7}{6}$
2) 1
3) $\frac{5}{8}$
4) $\frac{-1}{12}$
5) $\frac{20}{7}$
6) $\frac{-1}{3}$
7) $\frac{1}{2}$
8) 5
9) $\frac{9}{8}$
10) $\frac{1}{7}$

2. Antrenman

Sayfa 125 – 126

1) $\frac{5}{9}$
2) 10
3) $\frac{11}{12}$
4) $\frac{5}{4}$
5) $\frac{3}{2}$
6) $\frac{1}{10}$
7) 2
8) $\frac{-1}{6}$
9) $\frac{-34}{3}$
10) $\frac{1}{3}$
11) $\frac{5}{4}$
12) $\frac{3}{2}$
13) $\frac{2}{9}$

3. Antrenman

Sayfa 127

1) $\frac{5}{2}$
2) $\frac{-32}{5}$
3) $\frac{2}{7}$
4) $\frac{3}{2}$
5) $\frac{57}{5}$
6) $\frac{4}{3}$
7) $\frac{-15}{4}$
8) $\frac{3}{2}$

Ondalık Sayılar

4. Antrenman

Sayfa 129 – 130

1) 2,58
2) – 1,502
3) 216
4) 3,8688
5) 1,88
6) 400
7) 100
8) 200
9) 13,4

5. Antrenman

Sayfa 131 – 132

1) 910
2) – 65,2
3) 0,3
4) 2
5) 16
6) 6
7) – 7
8) $\frac{3}{22}$
9) 1,89
10) 3
11) 0,8
12) 1
13) $\frac{10}{3}$
14) 20
15) $\frac{45}{8}$
16) $\frac{23}{6}$

5. HAFTA

Basit Eşitsizlikler

a) $x > -4$
b) $x < -2$
c) $x \geq -3$
d) $x < -2$
e) $x \leq -5$
f) $-4 \leq x < 3$
g) $0 \leq x < 2$
h) $2 \leq x \leq 6$
i) $-2 \leq x \leq 3$
j) $2x < 6$
k) $4 < 4x \leq 12$
l) $-6 \leq -2x \leq 4$
m) $5 < 3x + 2 < 11$
n) $-4 < -3x + 2 \leq 11$
o) $\frac{-7}{2} \leq \frac{3x-1}{2} < \frac{11}{2}$

1. Antrenman

Sayfa 137 – 138

1)
a) $8 < 2x < 14$
b) $9 < 2x + 1 < 15$
c) $3 < \frac{2x+1}{3} < 5$

2)
a) $-15 < -3x < 6$
b) $-14 < -3x + 1 < 7$
c) $-7 < \frac{-3x+1}{3} < \frac{7}{2}$
d) $-6 < 4 - 2x < 8$

3)
a) $-1 < \frac{x}{2} + 1 < 2$
b) $-3 < \frac{-3x}{2} < 6$
c) $-2 < \frac{-5x+2}{4} < \frac{11}{2}$

4) $-2 \leq \frac{2x-2}{5} < \frac{6}{5}$
5) 15
6) 15
7) 8
8) 10
9) 5
10) $x \leq 5$
11) $x < -3$
12) $x > 9$
13) $x \geq 4$
14) 28
15) $x \geq 1$

2. Antrenman

Sayfa 139 – 140

1) 7
2) $\frac{-8}{3} \leq x < 6$
3) $-5 < x \leq 1$
4) $1 \leq a < \frac{23}{5}$
5) – 4
6) $\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{35}{2}$
7) 30
8) 16
9) $-11 < y < 1$
10) 8
11) $\frac{1}{3} < y < \frac{7}{3}$
12) $-15 \leq b \leq 9$
13) – 28
14) 6
15) $9 \leq a < 12$
16) $8 < a \leq 14$

3. Antrenman

Sayfa 141 – 142

1) a) 43
b) 6
2) a) 14
b) 36
3) a) 29
b) – 12
4) a) – 36
b) 18
5) a) 39
b) 10
c) 21
d) – 10
e) 99
f) 13
6) a) – 30
b) 18
c) – 8
d) 36
7) – 9

4. Antrenman

Sayfa 143 – 144

1) $0 < x < 1$
2) 6
3) $3 < b < 4$
4) 22
5) 9
6) 17
7) 4
8) 5
9) 11
10) 2

5. Antrenman

Sayfa 145 – 146

1)
a) $1 < x^2 < 16$
b) $0 < x^2 < 16$
c) $4 \leq x^2 < 9$
d) $4 < x^2 < 16$
e) $0 \leq x^2 < 9$
f) $0 \leq x^2 < 16$

2)
a) $1 < x^3 < 64$
b) $0 < x^3 < 64$
c) $8 \leq x^3 < 27$
d) $-64 < x^3 < -8$
e) $\frac{-1}{8} < x^3 < 27$
f) $-64 < x^3 \leq 27$

3) $-23 \leq a^2 + b^3 \leq 24$
4) $-64 < a^2 + b^3 < 52$
5) 11

Cevaplar

6. Antrenman

Sayfa 147 – 148

1) $\frac{7}{5}$
2) $c < b < a$
3) $z < x < y$
4) $y < x < z$
5) $\frac{-3}{11}$
6) $m > p > k$
7) $y > x > z$
8) $c > b > a$
9) $\frac{a}{b}$
10) $a < b < c$
11) $b < c < a$
12) $a > c > b$
13) $c > b > a$
14) $c > b > a$
15) $a > b > c$
16) $k > p > m$

7. Antrenman

Sayfa 149 – 150

1) C
2) C
3) 15
4) 6
5) 9
6) 26
7) 7
8) 8
9) 7
10) 9
11) 122
12) 16
13) 9
14) 28
15) 201
16) 30

Mutlak Değer

1. Antrenman

Sayfa 153 – 154

1) 13
2) 3
3) b
4) 2b – 2a
5) b
6) 2a
7) 2y – 2x
8) – 1
9) 6 – 3x
10) – 1
11) x – y
12) x + y
13) $\frac{3}{5}$
14) – 4x
15) – 6x + 3
16) 8 – x
17) – 2x
18) 2b – 3a
19) Y
20) 3

2. Antrenman

Sayfa 155 – 156

1) 2 – y
2) 8
3) – 3
4) 0
5) –9
6) – 2x
7) – 6
8) – 2b + a
9) 2b
10) 0
11) 0
12) 2x

3. Antrenman

Sayfa 157 – 158

1) {3, - 1}
2) 5
3) – 39
4) {0, - 2}
5) { 2 }
6) { - 4, 4}
7) [-4 , 4]
8) { - 4, 6 }
9) $\frac{4}{3}$
10) { - 5, 7 }
11) $\{\frac{-7}{3}, 3\}$
12) 5
13) 12
14) – 2

4. Antrenman

Sayfa 159 – 160

1) $\{\frac{2}{3}, 4\}$
2) 3
3) $\frac{-2}{5}$
4) {- 5, 1}
5) 0
6) $\{\frac{5}{2}, \frac{17}{4}\}$
7) 3
8) 8
9) 5
10) 9
11) 3

5. Antrenman

Sayfa 161 – 162

1) (0, 6)
2) [-3, 1]
3) 5
4) – 120
5) 19
6) [-1,11]
7) 7
8) $x > 4$ veya $x < -4$
9) $x > 6$ veya $x < -2$
10) 6

6. Antrenman

Sayfa 163 – 164

1) $x < -3$ veya $x > 1$
2) - 25
3) $x < \frac{2}{3}$ veya $x > 2$
4) $x \leq 3$ veya $x \geq 4$
5) $x \leq -5$ veya $x \geq 13$
6) $1 < x < 6$ veya $-8 < x < -3$
7) 12
8) 2
9) $0 < x < 2$ veya $-3 < x < -1$
10) $3 < x \leq 7$ veya $-9 \leq x < -5$
11) $-1 < x \leq 2$ veya $-6 \leq x < -3$
12) 4

6. HAFTA

Üslü İfadeler

1. Antrenman

Sayfa 167 – 168

1) 33
2) 56
3) 27
4) 12
5) 14
6) 17
7) $\frac{1}{2}$
8) 4
9) 1
10) 5
11) 1
12) $\frac{1}{9}$
13) 3
14) 1
15) 1

2. Antrenman

Sayfa 169 – 170

1) $\frac{7}{2}$
2) – 3
3) $\frac{-7}{3}$
4) – 16
5) 1
6) 2
7) 1
8) 81
9) – 3
10) $\frac{14}{13}$
11) $\frac{-1}{2}$
12) $\frac{-7}{3}$

3. Antrenman

Sayfa 171 – 172

1) 65
2) 25
3) $\frac{-1}{72}$
4) $\frac{-8}{9}$
5) $\frac{1}{3}$
6) $\frac{1}{2}$
7) 64
8) 7
9) $\frac{64}{27}$
10) $\frac{1}{9}$
11) 27
12) 27
13) a^2
14) a^6

4. Antrenman

Sayfa 173 – 174

1) $10a^3$
2) $5a^6$
3) $8.2^{15} = 2^{18}$
4) $10.10^5 = 10^6$
5) 7.5^{12}
6) $9.3^{18} = 3^{20}$
7) 2.13^{20}
8) 2.10^{16}
9) 5^7
10) 2^{2x+5}
11) 2^{4x+1}
12) 2^{x+3}
13) a^{5n+1}
14) $-2^2 = -4$

5. Antrenman

Sayfa 175 – 176

1) 20
2) 72
3) $5m^2$
4) 22
5) 18
6) 72
7) 90
8) $45x^2$
9) 4x
10) 62
11) 6a

6. Antrenman

Sayfa 177 – 178

1) 2^9
2) 3^{6x-1}
3) 1
4) $\frac{3}{2}$
5) $\frac{20}{3}$
6) 2^{49}
7) 5^{17}
8) $-a^3$
9) $-\frac{1}{x^2}$
10) –2
11) 32
12) $\frac{3}{10}$
13) $\frac{37}{6}$
14) 8
15) 16
16) 2^{61}
17) 2^{-7}

7. Antrenman

Sayfa 179 – 180

1) 42
2) $\frac{103}{20}$
3) 1
4) $\frac{1}{10}$
5) 4
6) 200
7) 23
8) 108
9) ab^2
10) x^2y^3
11) a^3bc
12) 10
13) 4

8. Antrenman

Sayfa 181 – 182

1) a^{-1}
2) a^7
3) $-a^{15}$
4) –a
5) a^{-6}
6) a^2bc
7) 200
8) 4a
9) 16a
10) 27m
11) $\frac{a}{2}$
12) $\frac{27}{16}$
13) $\frac{a}{b^2}$
14) $\frac{xz^3}{y^2}$
15) $\frac{1}{a^2b^2}$
16) $\frac{z}{xy^2}$

9. Antrenman

Sayfa 183 – 184

1) 1
2) 2
3) 4
4) 26
5) $\frac{4}{5}$
6) 18
7) –5
8) $\frac{-2}{3}$
9) 2
10) 5
11) 1
12) 2
13) 10
14) 4
15) 3
16) 2

10. Antrenman

Sayfa 185 – 186

1) –4
2) 18
3) 4
4) 1
5) 4
6) $\frac{3}{5}$
7) $\frac{1}{2}$
8) –6
9) –5
10) –5
11) 36
12) 10
13) $\frac{9}{4}$
14) 2

7. HAFTA

Köklü İfadeler

1. Antrenman

Sayfa 189 – 190

1) 16
2) 46
3) 14
4) 7
5) 6
6) 7
7) 4
8) 7
9) 15
10) 11
11) 45
12) 105
13) 6
14) 12
15) 16

2. Antrenman

Sayfa 191 – 192

1) a) $2^{\frac{2}{3}}$
b) $3^{\frac{3}{4}}$
c) $2^{\frac{2x+4}{5}}$
d) $3^{\frac{-2}{5}}$
e) $3^{\frac{1}{3}}$
f) $3^{\frac{2n-1}{6}}$
g) $2^{\frac{3}{4}}$
h) $3^{\frac{2n}{3}}$
i) $5^{\frac{-1}{3}}$
j) $2^{\frac{-4}{5}}$
2) a) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt[3]{2}$
c) $\sqrt[3]{4}$
d) $\sqrt[4]{125}$
e) $\sqrt[5]{\frac{1}{9}}$
f) $\sqrt{\frac{1}{2}}$
g) $\frac{1}{\sqrt{216}}$
3) 5
4) 20
5) 7
6) 8
7) –4
8) $\frac{-7}{9}$
9) $\frac{1}{12}$
10) – 3

3. Antrenman

Sayfa 193 – 194

1) 7
2) – 17
3) 0
4) – 2
5) – 15
6) 17
7) – 11
8) – 3
9) $\frac{1}{2}$
10) 79
11) 8
12) – 2
13) – 3
14) 2
15) – 7
16) – 5
17) 6

4. Antrenman

Sayfa 195 – 196

1) a) $3\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{6}$
c) $2\sqrt{10}$
d) $3\sqrt{10}$
e) $10\sqrt{10}$
f) $4\sqrt{5}$
g) $5\sqrt{6}$
h) $4\sqrt{15}$
i) $4\sqrt{3}$
j) $6\sqrt{5}$
k) $5\sqrt{2}$
l) $2\sqrt{3}$
m) $20\sqrt{2}$
n) $3\sqrt{6}$
o) $2\sqrt{7}$
2) $\sqrt{2}$
3) $-4\sqrt{3}$
4) 1
5) $9\sqrt{3}$
6) 0
7) $7\sqrt{5}$
8) $6\sqrt{6}$
9) $6\sqrt{7}$

5. Antrenman

Sayfa 197 – 198

1) $\sqrt{6}$
2) $3\sqrt{10}$
3) $\sqrt[3]{6}$
4) $\sqrt[4]{180}$
5) $\sqrt[3]{180}$
6) $12\sqrt{6}$
7) 2
8) 3
9) 35
10) $11\sqrt{10}$
11) 1
12) $5\sqrt{2}$
13) $\sqrt{6}$
14) $13\sqrt{2}$
15) ab^2
16) ab^2
17) yx^2z^2

6. Antrenman

Sayfa 199 – 200

1) $\sqrt{2}$
2) $\sqrt[3]{4}$
3) $\sqrt[3]{2}$
4) $\sqrt[4]{5}$
5) $2\sqrt[3]{2}$
6) $\sqrt{6}$
7) $5\sqrt{3}$
8) $8\sqrt{2}$
9) $12\sqrt{5}$
10) $\frac{10}{\sqrt{3}}$
11) $3\sqrt{5}$
12) $\frac{\sqrt{a}}{2}$
13) a^2b^3
14) $\frac{xy^2}{z}$
15) $\frac{xz}{y}$
16) a^3b^2

7. Antrenman

Sayfa 201 – 202

1) $\sqrt{2}$
2) $2\sqrt{3}$
3) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
4) $\sqrt{5}$
5) $\sqrt{2} - 1$
6) $\sqrt{5} - 2$
7) $5 + \sqrt{6}$
8) $-3 - \sqrt{10}$
9) $2 + \sqrt{3}$
10) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
11) $3 + 2\sqrt{2}$
12) $2\sqrt{2}$
13) $2\sqrt{3}$

8. Antrenman

Sayfa 203 – 204

1) $2\sqrt{5}$
2) 1
3) $2 + \sqrt{3}$
4) 6
5) 4
6) $\sqrt{5}$
7) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
8) –2
9) 3
10) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
11) $6\sqrt{2}$
12) – 5
13) 2
14) $2\sqrt{21}$
15) $2\sqrt{15}$
16) 0

9. Antrenman

Sayfa 205 – 206

1) 0,6
2) 1,3
3) 0,8
4) 0,9
5) 1
6) 2,5
7) $\frac{3}{2}$
8) 13
9) 0,5
10) $\frac{5}{3}$
11) $\frac{10}{11}$
12) 2
13) 10
14) 1
15) $\frac{3}{5}$

10. Antrenman

Sayfa 207 – 208

1) 4
2) 3
3) 13
4) 6
5) a) $\sqrt[6]{20}$
b) $\sqrt[12]{10}$
c) $\sqrt[6]{81} = \sqrt[3]{4}$
d) $\sqrt[12]{5}$
6) a) $\sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{4}$
b) $\sqrt[12]{48}$
c) $\sqrt[20]{2^5} = \sqrt[4]{2}$
d) $\sqrt[8]{2^7}$
7) $\sqrt{2}$
8) - 1
9) $2\sqrt{5}$
10) 4
11) $2\sqrt{2}$
12) $\sqrt{5} - 1$
13) $\sqrt{2} - 1$

8. HAFTA

Çarpanlara Ayırma

1. Antrenman

Sayfa 211 – 212

1) a) $3(a-b)$
   b) $99(a-b)$
   c) $\sqrt{2}(a+b)$
   d) $2(2x-a)$
   e) $x(a-b-c)$
   f) $b(a-4)$
   g) $6(2a-b)$
   h) $3y(x-4)$
   i) $3a(4b+5)$
   j) $bc(a+1)$
   k) $142(89+11)$
   l) $269(356-352)$
   m) $61.65(61-1)$
2) a) $ab(a-2)$
   b) $ab(b+1)$
   c) $a^2b^2(b+a)$
   d) $x(x^2-4x+3)$
   e) $2a(a^2-8)$
   f) $3a^3b^4(2a^2-5b)$
   g) $2a^3b^2c(b+3ac)$
3) a) $3^n(2^n+1)$
   b) $2^x(2^y+2^1)$
   c) $2^{20}(2^3+1)$
   d) $2^{n+1}(2+1)$
   e) $\sqrt{2}(1+\sqrt{3})$
   f) $\sqrt{5}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$
4) a) 2
   b) $\frac{ab}{2}$
   c) $\frac{a^2b^2}{2}$
   d) $\sqrt{2}$
   e) 1
   f) 2^{11}

2. Antrenman

Sayfa 213 – 214

1) $(a+b)(x+y)$
2) $(a+2)(b+1)$
3) $(a+2b)(2x-1)$
4) $(a+2)(a-b)$
5) $(2x-3y)(x+1)$
6) $(a+b)(ab+2)$
7) $(x+2y)(xy+5)$
8) $(a-b)(ab+2)$
9) $(a+1)(a^2+1)$
10) $(a-2)(a^2+1)$
11) $(2x^2+3)(x^3-1)$
12) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+1)$
13) $(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{3})$
14) 110.100
15) 6
16) 15
17) 40
18) a) $\frac{2x-1}{x+2}$
    b) $\frac{a+2}{a+1}$
    c) $\frac{x^2+2}{x^2+1}$
    d) $\frac{b-3}{a-1}$

3. Antrenman

Sayfa 215 – 216

1) $(x+3)(x+4)$
2) $(x-2)(x-1)$
3) $(x-6)(x-2)$
4) $(x-4)(x+1)$
5) $(x-2)(x+1)$
6) $(x+5)(x-2)$
7) $(x+8)(x-2)$
8) $(x-7)(x+2)$
9) $(x+13)(x-3)$
10) $(x+a)(x+b)$
11) $(x-3b)(x+a)$
12) $(x-2)(x+a)$
13) $(x+m)\left(x-\frac{1}{n}\right)$
14) $(a-3b)(a+2b)$
15) $(a-4b)(a+2b)$
16) $(x+5y)(x-2y)$
17) $(x-7y)(x+2y)$

4. Antrenman

Sayfa 217 – 218

1) $(4a+3)(a-1)$
2) $(2x-1)(x-1)$
3) $(2a-3)(a-2)$
4) $(3x+1)(x+4)$
5) $(ax+1)(bx+1)$
6) $(2x+1)(x+9)$
7) $(3x+1)(x+3)$
8) $(2a-3b)(a+b)$
9) $(3x-8y)(2x+y)$
10) $(4x+y)(x+y)$
11) $\frac{x-4}{x-3}$
12) $\frac{x-2}{x-5}$
13) $\frac{4x+3}{x-2}$
14) $\frac{a+2b}{a-2}$
15) x
16) −1
17) $\frac{x}{x-6}$
18) $\frac{x}{x-6}$
19) $x-1$
20) $\frac{1}{2}$
21) $\frac{2x-1}{x+1}$
22) 2

5. Antrenman

Sayfa 219 – 220

1) $(x-a)(x+a)$
2) $(x-2)(x+2)$
3) $\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)$
4) $(x-4)(x+4)$
5) $(2x-y)(2x+y)$
6) $(3x-2a)(3x+2a)$
7) $(4x-5y)(4x+5y)$
8) 80
9) 800
10) 1000
11) 4021
12) 10
13) 0,44
14) 5,12
15) 1800
16) 256
17) 1200
18) 4ab
19) $(a+b)(3b-a)$
20) $(a+3b)(3a-b)$
21) $(x-y-z)(x-y+z)$
22) $(a-b-3)(a-b+3)$
23) $(a^2+1-b)(a^2+1+b)$
24) $4x(y+z)$
25) $4a(c-b)$
26) $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$
27) $(2^x+3^x)(2^x-3^x)$
28) $(2^x+1)(2^x-1)$
29) $(a^3+b^3)(a^3-b^3)$
30) x^2-y^2
31) $x-y$
32) x^2-9
33) $4x^2-9y^2$
34) a^4-b^2
35) $4-9i^2$
36) $a-\frac{1}{a}$
37) $\left(\sqrt{2}\right)^2-3^2$
38) $\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2$
39) $3^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2$

6. Antrenman

Sayfa 221 – 222

1) $2^{\frac{1}{2}}-1$
2) $(x+y)^2-1^2$
3) $(a-b)^2-c^2$
4) $(x+y)^2-z^2$
5) 217
6) 1005
7) $a+b$
8) $x+2y$
9) $3x-2y$
10) 0,2
11) 400
12) −40
13) 10
14) $x+y+1$
15) $\frac{a+2b-2}{a}$
16) 8
17) 5
18) 5
19) $(a+b)(a-b-3)$
20) $(x-2y)(x+2y-3)$
21) $x-y+1$
22) $x-2y+1$
23) $3a+b$
24) $\frac{a+b}{a}$

7. Antrenman

Sayfa 223 – 224

1) $(a-1)(a^2+a+1)$
2) $(a-2)(a^2+2a+4)$
3) $(a+1)(a^2-a+1)$
4) $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$
5) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$
6) $(2^x+3^x)(2^{2x}-6^x+3^{2x})$
7) $(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$
8) $(x-3)(x^2+3x+9)$
9) $(2m-n)(4m^2+2mn+n^2)$
10) $2x(x-2)(x^2+2x+4)$
11) $a(a+1)(a^2-a+1)$
12) $(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$
13) $(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)$
14) x^3-1
15) x^3-125
16) a^3-8
17) $8x^3+27$
18) $x-y$
19) y^2
20) $\frac{a-b}{a}$
21) x
22) 1
23) a^2
24) x^2
25) $\frac{1}{t+1}$

8. Antrenman

Sayfa 224 – 225

1) $4a^2+4ab+b^2$
2) x^2-2x+1
3) a^2+2a+1
4) $a^2-10a+25$
5) x^2+4x+4
6) x^2-6x+9
7) $9x^2-6x+1$
8) $4x^2+12x+9$
9) $m^2-4mn+4n^2$
10) $4m^2+12m+9$
11) $4^x+2^{x+1}+1$
12) $4^x+2^{x+y+1}+4^y$
13) $4^x-2^{x+2}+4$
14) x^4-2x^2+1
15) $3+2\sqrt{2}$
16) $4-2\sqrt{3}$
17) $7-2\sqrt{10}$
18) $11-6\sqrt{2}$
19) $17-12\sqrt{2}$
20) $x^2+2+\frac{1}{x^2}$
21) $a^2+4+\frac{4}{a^2}$
22) $9x^2+12+\frac{4}{x^2}$
23) $\frac{x^2}{y^2}-2+\frac{y^2}{x^2}$
24) $(x-y)^2$
25) $(a-b)^2$
26) $(a+3)^2$
27) $(a-2)^2$
28) $(x-5)^2$
29) $(x-4y)^2$
30) $(a-8)^2$
31) $(2a-1)^2$
32) $(3x-1)^2$
33) $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$
34) $\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2$
35) $(x-2-y)(x-2+y)$
36) $(x-2y-1)(x-2y+1)$
37) $(2a-b-3)(2a-b+3)$
38) $(a-2b-c)(a-2b+c)$

9. Antrenman

Sayfa 227 – 228

1) $7+4\sqrt{3}$
2) 8
3) 20
4) 61
5) 1967
6) 1
7) 16
8) 21
9) 24
10) 1
11) −18
12) −4
13) 0
14) $\frac{9}{2}$
15) 1

10. Antrenman

Sayfa 229 – 230

1) 13
2) −9
3) 14
4) −10
5) 4
6) 14
7) 4
8) 6
9) 7
10) 22
11) 24
12) 22
13) a
14) $\frac{x}{x+1}$
15) $\frac{1}{2}$
16) $\frac{2^a+3^b}{2}$

11. Antrenman

Sayfa 231 - 232

1) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
2) x^3-3x^2+3x-1
3) x^3+3x^2+3x+1
4) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
5) $a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$
6) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$
7) $27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$
8) a^3+3a^2+3a+1
9) $a^3+6a^2+12a+8$
10) $x^3+9x^2+27x+27$
11) $8a^3+12a^2+6a+1$
12) $x^3+\frac{3}{x^2}+\frac{3}{x}+1$
13) $x^6+3x^4y+3x^2y^2+y^3$
14) $(x+1)^3$
15) $(x-1)^3$
16) $(-a+1)^3$
17) $(a+2+1)^3=(a+3)^3$
18) $(x+1-1)^3=x^3$
19) $(x-1+1)^3=x^3$
20) $(y+3-1)^3=(y+2)^3$
21) 6
22) 8
23) 27
24) 100000
25) $16\sqrt{2}$

12. Antrenman

Sayfa 233 – 234

1) 3
2) 5
3) 2
4) 4
5) 45
6) 16
7) −3
8) $\frac{2}{3}$
9) 2
10) 27
11) 152
12) 18
13) 14
14) 40
15) 155
16) 7

13. Antrenman

Sayfa 235 – 236

1) $a+1$
2) $x+2y$
3) $a-b-2c$
4) x
5) −1
6) $\frac{1}{2}$
7) a
8) $a-1$
9) $\frac{1}{1-x}$
10) $\frac{x(x-3)}{2y(x+3)}$
11) a
12) $\frac{1}{x}$
13) $\frac{x-y}{x+y}$
14) $a+b$
15) 1
16) xy
17) $1-3^{y-x}$
18) $(y+3)(y-1)$
19) −1
20) −1

9. HAFTA

Oran - Orantı

1. Antrenman

Sayfa 239 – 240

1) $\frac{3}{2}$
2) $\frac{4}{3}$
3) $\frac{5}{2}$
4) $\frac{3}{2}$
5) $\frac{2}{5}$

6) $\frac{-3}{2}$
7) $\frac{7}{3}$
8) $\frac{13}{7}$
9) 17
10) 5
11) $\frac{8}{7}$
12) $\frac{-2}{13}$
13) $\frac{-1}{3}$
14) $\frac{9}{7}$
15) $\frac{7}{9}$
16) $\frac{-3}{14}$

2. Antrenman

Sayfa 241 – 242

1) $\frac{15}{4}$
2) $\frac{2}{3}$
3) $\frac{4}{15}$
4) 23
5) $\frac{5}{9}$
6) $\frac{64}{9}$
7) $\frac{3}{4}$
8) $\frac{3}{2}$
9) 10
10) 12
11) 360
12) 42
13) 52
14) 36
15) 30

3. Antrenman

Sayfa 243 – 244

1) $8\sqrt{k}$
2) 75
3) 56
4) 5
5) 60
6) 24
7) 6
8) 5
9) 8
10) 40
11) 24
12) 12
13) 192
14) 6
15) 61

4. Antrenman

Sayfa 245 – 246

1) $\frac{35}{3}$
2) 42
3) 66
4) 60
5) 60
6) 2
7) 9
8) 1

5. Antrenman

Sayfa 247 – 248

1) 15
2) 2
3) 20
4) 6
5) 18
6) 40
7) 300
8) 750
9) 6000
10) 7,5
11) 8
12) 1,5
13) 4,5
14) 15
15) 12
16) 32

6. Antrenman

Sayfa 249 – 250

1) 3
2) 10
3) 20
4) 45
5) 20
6) 80
7) 6
8) 10
9) 3
10) 4
11) 30
12) 300
13) 36
14) 30
15) 20
16) 10

7. Antrenman

Sayfa 251 – 252

1) 30
2) 4
3) 24
4) 2
5) 3
6) 1
7) 30
8) 60
9) 240
10) 8
11) 8

Ortalamalar

8. Antrenman

Sayfa 253 – 254

1) 3,2
2) $4\sqrt{2}$
3) 35
4) 3,4
5) 950
6) 163
7) $\sqrt{2}$
8) 55
9) 8
10) 30
11) 3
12) 22
13) 80
14) 20
15) 21

9. Antrenman

Sayfa 255 – 256

1) 250
2) 6000
3) 26
4) 88
5) 170
6) 69
7) 6
8) 1
9) 2
10) 68
11) 15
12) $\frac{1}{8}$
13) 8
14) 5
15) – 8
16) 4

Denklem Çözme

1. Antrenman

Sayfa 257 - 258

1) – 2
2) 5
3) 4
4) 4
5) 6
6) 0
7) 6
8) 8
9) – 2
10) 3
11) 3
12) 30
13) 4
14) 7
15) – 14
16) – 6

2. Antrenman

Sayfa 259 - 260

1) 4
2) 3
3) 5
4) 8
5) 7
6) - 3
7) – 9
8) 4
9) $\frac{9}{10}$
10) 0
11) 3
12) 3
13) 4
14) 2
15) $\frac{8}{5}$
16) $\frac{-1}{7}$

3. Antrenman

Sayfa 261 - 262

1) 6
2) 1
3) 1
4) – 3
5) – 1
6) $\frac{3}{2}$
7) 9
8) 3
9) $\frac{7}{3}$
10) 5
11) 8
12) (3, -2)
13) (5,3)
14) (2,1)
15) (0,2)
16) – 4

4. Antrenman

Sayfa 263 - 264

1) 6
2) 2
3) 5
4) 9
5) 7
6) 5
7) 9
8) 5
9) 3
10) 2
11) 15
12) – 12
13) 13
14) – 2
15) 8
16) 8
17) $a = 4b - 5$
18) $b = \frac{2a-3}{a-3}$
19) 7
20) – 5

5. Antrenman

Sayfa 265 - 266

1) 7
2) 18
3) 2
4) 8
5) 18
6) 3
7) 4
8) 10
9) – 3d
10) 4
11) – 2
12) 36
13) 3
14) 24
15) 26
16) $\frac{2}{3}$

6. Antrenman

Sayfa 267 - 268

1) 7
2) – 18
3) 3
4) – 15
5) 4
6) 5
7) – 6
8) 39
9) 4
10) 8
11) $\frac{5}{3}$
12) 2
13) 3
14) $\frac{3}{4}$
15) 2
16) 1

10. HAFTA

Sayı Problemleri

1. Antrenman

Sayfa 272

1) 18+3
2) 18 – 4
3) 2 . 18
4) $\frac{18}{2}$
5) 2.18 + 3
6) 4.18 – 7
7) 3.18 – 5
8) 5.18 + 36
9) 5.(18 + 2)
10) 3.(18+40)
11) 6.18 + 25
12) 4.(18 – 3)
13) 2.(18 – 100)
14) $\frac{18}{2} + 3$
15) 5.(18 + 20) – 3
16) 3.(18 – 10) + 5
17) 3.(18 + 12) – 2
18) 3(2.18 – 24)
19) $\frac{3(18-5)+5}{2}$
20) 3.(18 +200) – 50
21) 3.18 + 2.18
22) (18+10) + 4.18
23) $\frac{18}{2} + \frac{18}{3}$

2. Antrenman

Sayfa 273 - 274

1) x+3
2) x – 4
3) 2x
4) $\frac{x}{2}$
5) 2x + 3
6) 4x – 7
7) 3x – 5
8) 5x + 36
9) 5(x+2)
10) 3(x+40)
11) 6x + 25
12) 4(x – 3)
13) 2(x – 100)
14) $\frac{x}{2} + 3$
15) 5(x + 20) – 3
16) 3(x – 10) +5
17) 3(x + 12) – 2
18) 3(2x – 24)
19) 3(x – 5) + 5
20) 2(3(x + 200)- 50)
21) 2(5x – 4) +10
22) $5\left(\frac{4(x-3)+2}{2}\right)$
23) 5(2(x + 10) -4)
24) x + 3x
25) x + (x+5)
26) 3x + 5x
27) x + (x – 2)
28) x(x+2)
29) $x^2 + 2x$
30) 2x + 3x
31) 5x + (x -2)
32) $x^2 + 6x + 9$
33) (3x +5)+(2x-7)

3. Antrenman

Sayfa 275 - 276

1) 8
2) 29
3) 46
4) 28
5) 24
6) 141
7) 36
8) 13
9) 32
10) 18
11) 24
12) 20
13) 41
14) 34
15) 18
16) 37
17) 14
18) 8
19) 2
20) 9
21) 17
22) 28
23) 38
24) 15
25) 10

4. Antrenman

Sayfa 277 - 278

1) 100
2) 19
3) 16
4) 11
5) 18
6) 140
7) 9
8) 60
9) 14
10) 16
11) 14
12) 11
13) 17
14) 90
15) 220
16) 15

5. Antrenman

Sayfa 279 – 280

1) 13
2) 20
3) A
4) 17
5) 13
6) 13
7) 35
8) 12

6. Antrenman

Sayfa 281 – 282

1) 8
2) 8
3) 11
4) 12
5) 40
6) 33
7) 6
8) 14
9) 68
10) 20
11) 10
12) 8
13) 6
14) E
15) 7
16) 8

7. Antrenman

Sayfa 283 – 284

1) – 2
2) 27
3) 9
4) 14
5) 50
6) 10
7) 10
8) 100
9) 42
10) 24
11) 20
12) 10
13) 40
14) 12
15) 28
16) 14

8. Antrenman

Sayfa 285 – 286

1) 2
2) 24
3) 40
4) 200
5) 6
6) 45
7) 3
8) 30
9) 112
10) 17
11) 105 000
12) 20
13) 20
14) 20

9. Antrenman

Sayfa 287 – 289

1) 4
2) 30
3) 22
4) 4
5) 20
6) 15
7) 39
8) 35
9) 7
10) 17
11) 4
12) 20
13) $\frac{3}{2}$
14) 6

10. Antrenman

Sayfa 289 – 290

1) 15
2) 12
3) 18
4) 19
5) D
6) 10
7) 15
8) 10

11. Antrenman

Sayfa 291 – 292

1) 12
2) 4
3) D
4) A
5) 10
6) 14
7) C
8) 18
9) 29
10) 12
11) a) 15 b) 195
12) 5

12. Antrenman

Sayfa 293 – 294

1) 54
2) 40
3) 1800
4) 360
5) 280
6) 15
7) 28,8
8) 6
9) 480
10) 120
11) 48
12) 30

13. Antrenman

Sayfa 295 – 296

1) 16
2) 122
3) 13
4) 12
5) 3
6) 3,5
7) 2x + 3
8) 3

14. Antrenman

Sayfa 297 – 298

1) 16
2) 12
3) 10
4) 21
5) C
6) 16
7) 26
8) 13
9) 5
10) 1
11) 7
12) 5

15. Antrenman

Sayfa 299 – 300

1) a) 12 b) 30
2) 180
3) 49
4) 14
5) 48
6) 23
7) 28
8) 32

Cevaplar

9) 40

16. Antrenman

Sayfa 301 – 302

1) A
2) 20
3) 12
4) 176
5) 150
6) 25
7) 3,2
8) 0,72
9) a) 20 b) 0 c) 5
10) 24
11) 90
12) 24

17. Antrenman

Sayfa 303 – 304

1) 3,6
2) 6
3) 100
4) a) 21 b) 15
5) $\frac{xy}{y-x}$
6) $\frac{2}{3}$
7) ad = bc
8) 60
9) 120
10) 100
11) 240
12) 333
13) 60
14) 200

18. Antrenman

Sayfa 305 – 306

1) a) 11,50 b) 13,2
2) 2 veya $\frac{1}{2}$
3) 44
4) 20
5) 10
6) $\frac{xy}{x-10}$
7) 30
8) 36
9) 4
10) a) 5x +100
b) 550

11. HAFTA

Kesir Problemleri

1. Antrenman

Sayfa 313 – 314

1) 13
2) 8
3) 44
4) 35
5) 52
6) 78
7) 24
8) 6
9) 12
10) 180
11) 36
12) 72
13) 66
14) 16
15) 90
16) 300

2. Antrenman

Sayfa 315 – 316

1) $\frac{2x}{3} + 5$
2) $\frac{3x}{5} - 3$
3) $\frac{3x}{4} + \frac{2x}{3}$
4) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{4x}{15}$
5) $\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{5} + 3\right)$
6) $\frac{1}{3}(2x + 5)$
7) $\frac{2x}{5}$
8) a) $\frac{x}{4} + 10$
b) $x - \left(\frac{x}{4} + 10\right) = \frac{3x}{4} - 10$
9) $\frac{2}{3}(x + 12) - 5$
10) $\frac{2}{3}(x + 4) \cdot \frac{1}{2}$
11) 60
12) 20
13) 96
14) 40
15) 25
16) 1200

3. Antrenman

Sayfa 317 – 318

1) 45
2) 25
3) 48
4) 40
5) 60
6) 12
7) a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{5}{12}$
c) 25 d) $\frac{5x}{12}$
8) 141
9) 30
10) 1200
11) 1200
12) 3000
13) 1600
14) 20

4. Antrenman

Sayfa 319 – 320

1) 120
2) 1200
3) 4
4) 1440
5) 225
6) 80
7) 200
8) 30
9) 12

5. Antrenman

Sayfa 321 – 322

1) 1080
2) 4
3) 45
4) 150
5) 240
6) 60
7) 40
8) 144
9) 120

6. Antrenman

Sayfa 323 – 324

1) 9
2) 14
3) 6
4) 12
5) 13
6) 20
7) 32
8) 8
9) 15
10) 20

7. Antrenman

Sayfa 325 – 326

1) 2
2) 2b – a
3) 200
4) 16
5) 3a -2b
6) $\frac{3b-a}{2}$
7) 2b – a
8) $\frac{3y-x}{2}$
9) 36
10) 18
11) 5

8. Antrenman
Sayfa 327 – 328

1) 30
2) 18
3) 1500
4) 10
5) 80
6) 1200
7) $\frac{1}{5}$
8) $\frac{5}{3}$
9) 180
10) a) 240
b) $\frac{16x}{81}$
c) $\frac{2a}{3}$

9. Antrenman
Sayfa 329 – 330

1) a) $\frac{4x}{3}$ b) $\frac{5x}{3}$
2) 120
3) $\frac{6y}{5x}$
4) $\frac{1}{12}$
5) a) 10 b) 20
6) 40
7) 160
8) 3
9) 900
10) 1600
11) 80

Yaş Problemleri

1. Antrenman
Sayfa 331 – 332

1) a) 15 b) 17
c) 13 +x d) 8
e) 9 f) 13-x
2) 22
3) 21
4) 20
5) 18
6) 8
7) 42
8) 41
9) 17
10) 42
11) 246
12) 75
13) x+18
14) 3x+16
15) 2x+19
16) b+5a
17) 18

2. Antrenman
Sayfa 333 – 334

1) 11
2) 21
3) 37
4) m+6
5) 44+3x
6) 56
7) 3a+2b+2
8) 32
9) 40
10) 14
11) 9
12) 39
13) 40
14) 3
15) 6

3. Antrenman
Sayfa 335 – 336

1) 11
2) 43
3) 9
4) 40
5) 47
6) 8
7) 54
8) 36
9) 33
10) 36
11) 32
12) 30
13) 2
14) 29

4. Antrenman
Sayfa 337 – 338

1) 30
2) 40
3) 45
4) 14
5) 9
6) 5
7) 21
8) 20
9) a) 51 b) 31
10) 3x+3y
11) 18
12) 30
13) 20
14) 30

İşçi-Havuz Problemleri

1. Antrenman
Sayfa 341 – 342

1) a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{30}$
c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{9}{20}$ f) 8
g) 20
2) a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{2}{5}$ d) 5
e) $\frac{20}{3}$ f) 12
g) $\frac{56}{5}$
3) $\frac{1}{4}$
4) $\frac{3}{5}$
5) $\frac{4}{9}$
6) 3
7) 15
8) 45
9) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{50}{3}$
c) 18

2. Antrenman
Sayfa 343 – 344

1) 15
2) 4
3) 6
4) 30
5) 32
6) 5
7) 120
8) 4
9) 10
10) 8
11) 45
12) 10
13) 6
14) 25
15) 10
16) 20

3. Antrenman
Sayfa 345 – 346

1) $\frac{1}{5}$
2) 60
3) 6
4) 17,5
5) 30
6) 9
7) 10
8) 12
9) $\frac{11}{30}$
10) $\frac{36}{7}$
11) 6
12) 8

4. Antrenman
Sayfa 347 – 348

1) 4
2) 3
3) 60
4) 80
5) $\frac{3}{4}$
6) 5
7) 12
8) 10
9) 2
10) 10
11) 30
12) 12

12. HAFTA

Hız Problemleri

1. Antrenman
Sayfa 355 – 356

1) 270
2) 2
3) 80
4) 7
5) 5
6) 6
7) 70
8) 40
9) 3
10) 2
11) 400
12) 8
13) 50
14) 50
15) 6
16) 40

2. Antrenman
Sayfa 357 – 358

1) 400
2) 25
3) 60
4) 240
5) 90
6) 12
7) 4
8) 200
9) 60
10) 7
11) 4
12) 160

3. Antrenman
Sayfa 359 – 360

1) 3
2) $\frac{3V}{5}$
3) 150
4) 225
5) 200
6) 80
7) 60
8) 60
9) 240
10) $\frac{Vt}{V-1}$
11) 8
12) 480

4. Antrenman
Sayfa 361 – 362

1) 3a – 2b
2) 720
3) 600
4) 8
5) 210
6) 144
7) 17:00
8) 2
9) 14
10) $\frac{3}{2}$
11) 5
12) 12

5. Antrenman
Sayfa 363 – 364

1) 340
2) 20
3) 230
4) 280
5) 3
6) 20
7) 55
8) 8
9) 7,5
10) 25
11) 4
12) 50

6. Antrenman
Sayfa 365 – 366

1) 90
2) 45
3) 30
4) 5
5) $\frac{1}{3}$
6) 160
7) 300
8) 65
9) 180
10) 32
11) $\frac{7}{3}$
12) 22,5

7. Antrenman
Sayfa 367 – 368

1) 150
2) 170
3) 10
4) 55
5) 420
6) 27
7) 18
8) 48
9) 20
10) 60
11) 50
12) 96

8. Antrenman
Sayfa 369 – 370

1) 60
2) 100
3) $\frac{1}{3}$
4) 100
5) 50
6) $\frac{1}{4}$
7) 80
8) 120
9) 25
10) $\frac{7}{5}$
11) 40
12) 100

9. Antrenman
Sayfa 371 – 372

1) 3
2) $\frac{9}{2}$
3) 600
4) $\frac{5}{3}$
5) 12
6) 240
7) 480
8) 300
9) 98
10) 30
11) $\frac{3}{2}$

13. HAFTA

Yüzde Problemleri

1. Antrenman
Sayfa 377 – 378

1) 30
2) 12
3) 65
4) 72
5) 45
6) 500
7) 160
8) 20
9) 0,5
10) 3
11) 80
12) 0,4
13) 4
14) 2000
15) 200
16) 125
17) 200

18) 40
19) 2500
20) 65
21) 95
22) 2000
23) 90
24) 255
25) 128
26) 300
27) 48
28) 25
29) 38
30) 80
31) 25

2. Antrenman
Sayfa 379 – 380

1) 80
2) 60
3) 60
4) 35
5) -
6) 7
7) 40
8) 120
9) 16000
10) 30
11) 45
12) 28
13) 75
14) 140
15) 60
16) 45

3. Antrenman
Sayfa 381 – 382

1) 12
2) 30
3) 100
4) 200
5) 60
6) 150
7) 20
8) 300
9) 30
10) 48
11) 200
12) $\frac{7}{20}$
13) 8
14) 9
15) 18
16) 1500

4. Antrenman
Sayfa 383 – 384

1) 15
2) 300
3) 80
4) 30
5) 4x = 5y
6) $\frac{5}{4}$
7) 4A = 3B + 3C
8) 10
9) 125
10) 12
11) 12
12) 50
13) %4 artar
14) 50
15) 10
16) %2 azalır

5. Antrenman
Sayfa 385 – 386

1) 25
2) 144
3) 34
4) 336
5) 45
6) 70
7) 90
8) 240
9) 10
10) 10
11) 2
12) 3000
13) 25
14) 25

6. Antrenman
Sayfa 387 – 388

1) 20
2) 25
3) $\frac{9x}{5}$
4) 25
5) $\frac{7x}{10}$
6) 84
7) 40
8) 120
9) %2 zarar
10) 40
11) 25
12) 60
13) 30
14) 30
15) 20
16) 80

7. Antrenman
Sayfa 389 – 390

1) 66
2) 91
3) 24
4) 12
5) 40
6) 5
7) 25
8) 50
9) 25
10) 98
11) 8 TL zarar
12) 30
13) %18 kâr
14) % 26 kâr
15) 4
16) $\frac{5}{6}$

8. Antrenman
Sayfa 391 – 392

1) 48
2) 56
3) 96
4) 42
5) 88
6) 64
7) 56
8) 15
9) 54
10) 500
11) 30
12) 36
13) 2
14) 7

9. Antrenman
Sayfa 393 – 394

1) 36
2) 20
3) 17
4) 20
5) 24
6) 20
7) a) 0,6
b) 0,75
c) 0,72
8) 90
9) 1,2
10) 10
11) 25
12) 0,6

Karışım Problemleri

1. Antrenman
Sayfa 395 – 396

1) 28
2) 12
3) 9
4) 9
5) 14
6) 62
7) 18
8) 34
9) 9
10) 16
11) 18
12) $\frac{8}{5}$
13) 120
14) $\frac{B}{A+B}$
15) $\frac{7}{10}$
16) $\frac{13}{25}$

2. Antrenman
Sayfa 397 – 398

1) 36
2) 30
3) 30
4) 50
5) 80
6) $\frac{100A}{A+B}$
7) 26
8) 28
9) 34
10) 10
11) 25
12) $\frac{9}{10}$
13) 30
14) 30
15) 10

3. Antrenman
Sayfa 399 – 400

1) 44
2) 25
3) 15
4) 10
5) 18
6) 40
7) 0,6
8) 20
9) 30
10) 22
11) 60
12) 70
13) 20
14) $\frac{2}{3}$
15) $\frac{2}{3}$
16) $\frac{7}{3}$

Faiz Problemleri

a) 180 b) 200
c) 96 d) 60
e) 20 f) 20

1. Antrenman
Sayfa 403 – 404

1) 60
2) 48
3) 10
4) 30
5) 5
6) 180
7) 400
8) 50
9) 126
10) 6
11) 3420
12) 92
13) 50
14) 150
15) 19,8
16) 10

2. Antrenman
Sayfa 405 – 406

1) 100
2) 5
3) 1
4) 10
5) 10
6) 4
7) $\frac{9}{4}$
8) $\frac{3}{4}$
9) 4
10) $\frac{3}{8}$
11) y = 2x
12) 6000